

İki Aşamalı Teşhis Testine Göre Ortaokul 5, 6 ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütmelerinin Değerlendirilmesi¹

Nazan Mersin²

Type/Tür:

Research/Araştırma

Received/Geliş Tarihi: May 5 / 5
Mayıs 2018

Accepted/Kabul Tarihi:

September 27 / 27 Eylül 2018

Page numbers/Sayfa No: 319-348

Corresponding

Author/İletişimden Sorumlu

Yazar:

nazan09gunduz@gmail.com



This paper was checked for plagiarism using iThenticate during the preview process and before publication. / Bu çalışma ön inceleme sürecinde ve yayımlanmadan önce iThenticate yazılımı ile taranmıştır.

Copyright© 2017 by Cumhuriyet University, Faculty of Education. All rights reserved.

Öz

Bu çalışmada, öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan durumlarda kullandıkları akıl yürütme türlerinin tanımlanması amaçlanmıştır. Bir durumun veya olgunun özelliklerini, durumunu doğru bir şekilde tasvir etmek ya da resmetmek için betimsel araştırma kullanılmıştır. Bu çalışmaya 70 beşinci sınıf, 45 altıncı sınıf ve 31 yedinci sınıf olmak üzere toplam 146 ortaokul öğrencisi katılmıştır. Çalışmada Hilton, Hilton, Dole ve Goos (2013) tarafından geliştirilen iki aşamalı orantısal akıl yürütme teşhis testi Türkçeye çevrilerek veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Bulgular betimsel istatistik yöntemleri kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin büyük bölümünün çarpımsal akıl yürütme gereken yerlerde toplamsal veya mutlak olarak düşündükleri için kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin orantısal akıl yürütmenin gerekli olduğu yerlerde mutlak bir değişim varmış gibi hareket ederek toplamsal akıl yürütme yapmaları, orantısal akıl yürütmenin ne zaman kullanılacağına belirlenememesi gibi hatalar yaptıkları görülmüştür. Orantısal akıl yürütme matematikte olduğu gibi farklı birçok disiplin için de önemlidir. Bu nedenle öğretmenlerin öğrencilerin hata yaptıkları stratejileri belirleyip, onlardaki kavramsal ve işlemsel eksiklikleri göz önünde bulundurarak ona göre bir ders planları hazırlamaları önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Orantısal akıl yürütme, ortaokul öğrencileri, iki aşamalı teşhis testi, çarpımsal düşünme

Suggested APA Citation /Önerilen APA Atf Biçimi:

Mersin, N. (2018). İki aşamalı teşhis testine göre ortaokul 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerinin değerlendirilmesi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 7(4), 319-348. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.426627>

¹ Bu çalışma 8. Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresinde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

²Araştırma Görevlisi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğt. Böl., Bolu/Türkiye
Research Assistant, Abant İzzet Baysal University, Faculty of Education, Dept. of Math Education, Bolu/Turkey
e-mail: nazan09gunduz@gmail.com ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-4208-3807>

An Evaluation of Proportional Reasoning of Middle School 5th, 6th and 7th Grade Students According to a Two-Tier Diagnostic Test

Abstract

This study aims to define the types of reasoning employed by students in proportional and non-proportional cases. Descriptive research has been used to describe or portray the properties of a situation or phenomenon accurately. A total of 146 middle school students, including 70 fifth grade students, 45 sixth grade students and 31 seventh grade students participated in the study. In the study, a two-tier proportional reasoning diagnostic test developed by Hilton, Hilton, Dole and Goos (2013) was translated into Turkish and used as the data collection tool. The findings were analyzed by means of descriptive statistics methods. The study concluded that most of the students developed misconceptions since they utilized additive or absolute reasoning strategies instead of multiplicative reasoning strategies. Moreover, the students mistakenly employed additive reasoning strategies by acting as if there was an absolute change entailing the use of proportional reasoning and failed in determining when to use proportional reasoning strategies. Proportional reasoning is essential for many different disciplines as well as for mathematics. For that reason, this study suggests that teachers identify the strategies inaccurately used by students and prepare a course plan according to their conceptual and operational deficiencies.

Keywords: Proportional reasoning, middle school students, Two-tier diagnostic test, multiplication thinking

Giriş

Bireylerin fikirlerini mantıksal gerekçelere dayandırdığı bilişsel bir süreç olan akıl yürütme, matematiğin de yapıtaşı niteliğindedir. Matematiksel muhakemeye sahip olan bir birey, matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri görebilmekte, geometrik şekilleri ayrıştırabilmekte, orantısal akıl yürütmeyi kullanabilmekte, üç boyutlu şekiller için uzamsal yeteneğini kullanabilmekte, verilerin farklı temsillerini gösterebilmekte ve tanıyabilmekte, verileri yorumlayabilmektedir (TIMSS, 2003). Matematiksel akıl yürütme içerisinde ise gerek günlük hayatta gerekse iş hayatında sıklıkla kullanılan, karşımıza çıkan akıl yürütme ise orantısal akıl yürütmedir.

Orantısal akıl yürütmenin temelinde olan ve orantısal düşünmek için bir ön şart olan oran kavramı iki çokluğun bölme yoluyla kıyaslanması olarak, orantı kavramı ise aynı türden iki oranın eşitliği olarak tanımlanmıştır (Bayazit ve Kırnap Dönmez, 2017). Orantısal akıl yürütmenin literatürde pek çok tanımı yapılmıştır. Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM, 2000) raporunda orantısal akıl yürütmenin, iki eşit oran yazabilme ve bunlar arasındaki ilişkiyi fark edebilme, bilinmeyen terimler için çözüm yapabilme, orantısal ilişkiler için tabloları, grafikleri ve eşitlikleri kullanabilme becerilerini içerdiğini belirtmiştir. Cramer, Post ve Currier'e (1993) göre orantısal akıl yürütme, orantı problemlerini çözebilme, çarpımsal veya toplamsal ilişkiler arasındaki anlamsal farkı kavrayabilme, orantısal bir durumu sembolik olarak ifade edebilme becerisi olarak tanımlanmaktadır. Singh (2000) orantısal akıl yürütmenin, matematiksel akıl yürütme yöntemlerinden biri olduğunu ifade etmiştir. Behr, Harel, Post ve Lesh (1992) ise orantısal akıl yürütmenin çarpımsal durumdaki terimleri karşılaştırma olduğunu belirtmişlerdir. Bununla birlikte orantısal akıl yürütme yalnızca nicelikler arasında bulunan çarpımsal ilişkinin anlaşılmasını değil aynı zamanda orantılı olmayan durumları orantılı durumlardan ayırt edebilme becerisi olarak da belirtilmiştir (Christou ve

Philippou, 2002; Modestou, Elia ve Gagatsis, 2008). Buna ek olarak Bayazit ve Kınap Dönmez (2017) çarpımsal ilişkinin orantısal akıl yürütmenin temel özelliği olduğunu öne sürmüş ancak nicel değerler arasında karşılaştırmalar yapılabildiğinin yanında nitel yöntemlerle tahmin ve çıkarımlar da yapılabileceğini öne sürmüştür.

Orantısal akıl yürütmenin nitel düşünmeden toplama stratejilerine, çarpımsal akıl yürütmeye kadar geniş bir zemini içerdiği konusunda fikir birliği vardır (Kaput ve West, 1994; Karplus, Pulos ve Stage, 1983; Noelting, 1980). Nitel düşünme “daha büyük” veya “daha küçük” gibi karşılaştırma kelimelerinin kullanılması ile karakterize edilir. Toplamsal akıl yürütme ise toplama ve çıkarma bilgisini orantıya uygulamaktır. Bu stratejide, öğrenciler bir oranda bir model belirtir ve daha sonra bilinmeyen miktara ek oluşturacak şekilde bu model tekrarlanmaktadır. Çarpımsal durumlar $f(x)=ax$ şeklinde ifade edilirken, toplamsal durumlar $f(x)=x+b$ şeklinde ifade edilmektedir (Fernandez ve Llinares, 2009). Örneğin, “Sude ve Can, eşit oranda hızlı şekilde bir koşu pistinde koşuyordu. Koşuya ilk başlayan Can’dır. Can 4 tur attığında, Sude 2 tur atmıştır. Sude 6 tur koşuyu tamamladığında, Can kaç tur atmış olacaktır?” şeklindeki sorular toplamsal durumu ifade etmektedir. Burada Can’ın attığı tur sayısını bulmak için Sude’nin attığı tur sayısına iki tur eklenmesi gerekir. Çünkü Can başlangıçta Sude’nin 2 tur önündedir. Sonrasında ise hızları eşit olduğu için aynı sayıda tur atmışlardır. Sonuç olarak bu sorunun cevabını bulmak için öğrencilerin toplamsal akıl yürütme yapmaları gerekmektedir ve Can 8 tur atmış olacaktır. Diğer yandan “Pasta yapmak için, 4 bardak şeker 10 bardak un gerekmektedir. Daha büyük bir pasta yapmak için, 8 bardak şeker kullanılırsa kaç bardak un gerekir?” şeklindeki problemlerin çözümü için ise çarpımsal akıl yürütme gereklidir. Burada 2 farklı değişken (şeker ve un) vardır. Şeker miktarı iki katına çıktığı için un miktarı da 2 katına çıkarılmalıdır. Dolayısıyla burada çarpma işlemi yapılması gerekmektedir. Bu da çarpımsal akıl yürütme olarak ifade edilmektedir. Toplamsal akıl yürütmenin, doğal ve sezgisel olarak geliştiği üzerinde fikir birliği vardır. Ancak çarpımsal akıl yürütmenin doğal olarak gelişmesi zordur, çarpımsal durumların derinlemesine anlaşılması ve uygun cevaplar geliştirilmesi için okullaşma gereklidir (Hiebert ve Behr, 1988; Resnick ve Singer, 1993).

Toplamsal akıl yürütmeden çarpımsal akıl yürütmeye geçişte “birim” kavramı yeniden yapılandırılmalıdır (Hiebert ve Behr, 1988). Çarpma işlemi tekil birimlerin yerine bileşik birimlerle çalışmayı gerektirir, bu sayede bir sayı için neyin sayılacağı değişir. Örneğin 2×5 işleminde 5’i tek bir birim olarak düşünerek 2 tane 5’in 10 olduğunu bulabilmelidir. Buradan hareketle öğrencinin 10’un 10 tane 1’den oluştuğunu düşündüğü gibi 2 tane 5’ten de oluşan bileşik bir birim olarak düşünmelidir (Toluk Uçar ve Bozkuş, 2016).

Öğrencilerde öncelikle toplamsal akıl yürütme becerileri gelişir ve ilkokulun sonlarına doğru çarpımsal akıl yürütme becerileri gelişmeye başlar. Ancak son yıllarda yapılan çalışmalar küçük çocukların hatta bebeklerin bile orantısal ilişkilere duyarlı olduğunu göstermiştir (Denison and Xu, 2010; McCrink and Wynn, 2007; Sophian, 2000). Fakat bu çocuklardaki orantısal algı belli sınırlar içerisindedir. Örneğin diğer problemlerden ziyade yarıya bölme ve ikiye katlama problemlerinde daha iyi performans sergilemektedirler (Ball, 1993; Spinillo and Bryant, 1991). Fernandez ve Llinares’in (2009) de belirttiği gibi öğrenciler için orantısal akıl yürütme becerisinin en önemli aşamalarından birisi toplamsal akıl yürütme

becerisinden çarpımsal akıl yürütme becerisine geçişin sağlanabilmesidir. Orantısal akıl yürütme, bilişsel gelişim için önemlidir (Cramer and Post, 1993; Hoffer and Hoffer, 1992).

Baxter ve Junker (2001)'e göre orantısal akıl yürütme becerisi, çocuklarda ortaokulun başı olan 11-12 yaşlarında gelişmektedir. Nitekim orantısal akıl yürütme iki somut nesne arasında ikincil seviye ilişki kurulmasını gerektirmekte olup bu da çocuğun soyut işlemler dönemine girmiş olmasını gerektirmektedir (Aktaran Küpçü, 2012). Orantısal akıl yürütmede ikincil seviye ilişki, iki birincil seviye ilişkinin incelenmesidir.

Dolayısıyla orantısal akıl yürütmenin gerekli olduğu durumlarda değişkenler arasında mutlak bir değişim olduğu algısı yerine göreceli bir değişim olduğu yani değişkenler arasında çarpımsal bir ilişki olduğu fikriyle hareket edilmelidir (Bayazit ve Kırnay Dönmez, 2017).

Langrall ve Swafford (2000)'a göre orantısal akıl yürütme 4 düzey altında toplanmaktadır. Bunlardan ilki Düzey 0'dır ve bu düzeyde orantısal akıl yürütmenin aksine toplamsal ilişki ön plana alınmaktadır ya da problemdeki sayılar ve işlemler rastgele kullanılmaktadır. Doğru çözüme ulaşamazlar veya orantısal akıl yürütmenin gelişmesi sağlanamaz. Bu duruma örnek olarak "Bir bakkal 3 yumurtayı 5 TL'ye satarsa 12 yumurtayı kaç TL'ye satması gerekir?" şeklinde bir sorunun ele alındığını düşünülürse Düzey 0'daki bir öğrenci burada 12 ile 5'i toplama ya da 5 ile 12'yi çarpma gibi alakasız işlemler yapacaktır. Düzey 1'deki bir öğrenci somut nesnelere kullanarak problemi anlamlandırmaya çalışır. Burada öğrenciler yukarıdaki soru ele alındığında örneğin sayı pulları kullanarak 12 yumurtayı 3'erli gruplara ayırarak işlem yapmaya çalışır ve somut materyallerle doğru sonuca ulaşır. Düzey 2'deki öğrenciler somut materyaller kullanmadan değişkenler arasında niceliksel muhakeme yapabilmektedirler. Burada öğrenciler 12 yumurtanın içinde kaç tane 3'lü grup olduğunu araştırırlar. Buldukları grup sayısı ile de 5 TL'yi çarparak sonuca ulaşırlar. Düzey 3'teki öğrenciler formal orantısal akıl yürütme seviyesindedirler. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini çözebilmeleri için birim oran, değişim çarpanı, içler-dışlar çarpımı algoritması ve denk kesirler stratejisi olmak üzere dört farklı çözüm stratejisi kullandıkları belirlenmiştir (Cramer and Post 1993). Öğrenci birim oran stratejisinde, örneğin tek bir çikolatanın fiyatını hesaplar sonrasında ise kaç tane çikolata varsa birim fiyat ile çarparak sonucu bulur. Değişim çarpanı stratejisinde, örneğin, iki kişinin aldığı çikolata sayıları arasında değişim çarpanı bulunur, biri diğerinin 2 katı sayıda çikolata aldı gibi. Öncelikle birincisinin çikolata için ödediği miktar bulunduktan sonra, değişim çarpanı ile çarpılarak ikincisinin ödediği miktar bulunur. İçler-dışlar çarpımı stratejisi, örnek üzerinden gidilecek olursa, çikolata sayılarının ödenecek miktarlara oranları alınarak oluşturulan orantının çözülmesiyle elde edilir. Son olarak denk kesir stratejisinde ise alınan çikolata ve ödenecek ücretler eşitlenerek bir orantı oluşturulur. Böylece sonuç elde edilmiş olur.

Farklı yaşlardaki öğrenciler, uygun yöntem olmamasına rağmen, niceliklerden birinin bilinmediği farklı tip orantısal olmayan durumların çözümüne yönelik orantısal yöntemler uygulama eğilimindedirler. Bu durum, bazı öğrencilerin orantısal olmayan durumlardan orantısal durumları ayırt edememesine ve toplamsal durumlarda çarpımsal ilişkileri kullanma eğiliminde olduklarını göstermektedir.

Dolayısıyla öğrencilerde orantısal akıl yürütmenin tam olarak gelişmediği görülmüş olup bunu giderecek çözüm yollarının bulunması gerektiği belirtilmiştir. (De Bock, Van Dooren and Verschaffel, 2007; Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens and Verschaffel, 2005; VanDooren, De Bock, Janssens and Verschaffel, 2008).

Türkiye’de Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Dersi Öğretim Programında akıl yürütmenin önemi vurgulanmış ve oran-orantı konuları, sayılar ve işlemler öğrenme alanının bir alt öğrenme alanı olarak matematik öğretim programında yer almıştır (MEB, 2013).

Orantısal Akıl Yürütme İle İlgili Literatür

Literatür gözden geçirildiğinde, farklı problem türlerinin farklı mantıksal formları ortaya çıkardığı ve öğrencilerin bu farklı problem türleri ile çeşitli derecede zorluklar yaşadığı görülmüştür. Bu zorluklar arasında, orantısal akıl yürütmenin ne zaman kullanılacağı ve çarpımsal veya göreceli ilişkilerin belirlenmesindeki zorlukları ayırt edemediği (Van de Walle ve diğ., 2012), gereksiz yere çarpımsal yaklaşımların kullanılması, bazı verilerin göz ardı edilmesi, nicel stratejiler uygulamaktan çok nitel bir biçimde orantılı faktörleri ilişkilendirmek (Lesh ve diğ., 1988), içler-dışlar çarpımı algoritmasının gereksiz kullanımı (Lesh ve diğ., 1988; Nabors, 2003) ve yanlış model oluşturma yer almaktadır.

Öğrencilerin yaşadıkları bu zorlukları aşabilmeleri için öğretmenlerin, öğrencilerin gelişimlerini desteklemesi gerektiği belirtilmiştir. Buradan hareketle, öğrencilerin uygun toplamsal ve çarpımsal akıl yürütme stratejileri geliştirmelerini desteklemek için öğrencilerin orantısal akıl yürütmede yaşadıkları zorlukların teşhisinin öğretmenler açısından yararlı bir ilk adım olduğu vurgulanmıştır (Bright, Joyner and Wallis, 2003; Misailidou and Williams 2003; Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens and Verschaffel, 2005). Öğrencilerin orantısal akıl yürütmede yaşadıkları zorlukları belirlemek için kullanılan orantısal akıl yürütme teşhis aracının, öğretmenlerin, öğrencilerin belirli orantısal akıl yürütme öğrenme ihtiyaçlarını belirlemek için hangi öğretim faaliyetlerini seçmeleri gerektiği konusunda yararlı olacağı düşünülmektedir (Hilton, Hilton, Dole and Goos, 2013).

Bu tür teşhis testi gibi yöntemler pek çok defa öğrencilerin orantısal akıl yürütme düzeylerini araştırmak için kullanılmıştır. Örneğin, Lamon (1993), sekiz maddelik bir kalem ve kâğıt testi kullanarak 138 tane 6. sınıf öğrencisi üzerinde uygulamıştır ve aynı öğrencilerin testteki performansı temel alınarak 24 öğrenci ile klinik mülakatlar yapmıştır. Öğrencilerin yanıtları, mutlak veya göreceli düşünme, toplamsal veya çarpımsal stratejiler kullanıp kullanmadıklarına, nitel veya niceliksel orantısal düşünme ve stratejilerinin karmaşıklığına göre analiz edilmiştir. Bu öğrencilerden 7 tanesi artan azalan tipteki orantı problemlerinde, 1 tanesi hız gibi iki ölçüm arasındaki ilişkileri veren problemlerde, 1 tanesi parça- parça bütün ilişkisini sorgulayan problemlerde, 1 tanesi ise miktarlar arasındaki ilişkinin, (örneğin doğum günü pastası dilimleri ve bir partideki çocuklar gibi, sorunun içinde tanımlandığı oran durumları) sorgulandığı problemlerde etkileşimde bulunmadığı, kaçınma gösterdiği görülmüştür. Benzer şekilde öğrencilerden 13 tanesi artan azalan tipteki orantı problemlerinde, 3 tanesi parça-parça bütün ilişkisinin, 5 tanesi ise miktarlar arasındaki ilişkinin sorgulandığı problemlerde görsel veya toplamsal akıl yürütme yapmışlardır. Öğrencilerden, 5 tanesinin hız gibi iki ölçüm arasındaki ilişkileri veren

problemlerde örüntü inşa etme stratejisini kullandığı, 23 tanesinin miktarlar arasındaki ilişkiyi ölçen problemlerde nitel orantısal akıl yürütme stratejisini kullandığı, iki ölçüm arası ilişkiyi sorgulayan problemlerde ise 1 öğrencinin nicel orantısal akıl yürütme yaptığı araştırma sonuçlarında belirlenmiştir.

Benzer şekilde Dole, Wright, Clarke ve Hilton (2007) yaklaşık 700 (5-9) sınıf öğrenciye orantısal akıl yürütmeyi değerlendiren 10 maddeden oluşan bir test uygulamışlardır. Test, eksik değer problemleri, oran problemleri ve göreceli düşünme problemlerinden oluşmuştur ve sorular cevabın doğru veya yanlış olduğuna, yanıtın niteliğini ve öğrencilerin kullandığı düşünceyi belirten üç seviyeli bir kod kullanarak kodlanmıştır. En başarılı olan grup 6,2 ortalama ile 9. Sınıf öğrencileri olmuştur. Sonrasında 7.ve 8. sınıf öğrenciler 4,8 ortalama ile takip etmiştir. En düşük başarıya ise 5. sınıf öğrencileri göstermiştir.

Bright, Joyner ve Wallis (2003) ise çarpımsal ve toplamsal akıl yürütmenin doğru ya da yanlış uygulanabileceği durumların öğrencilere sunulmasının önemini vurgulamışlardır. Buradan hareketle 132 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeyi içeren dört çoktan seçmeli soru ve cevap maddesinin seçilmesini değerlendirmek için bir ölçme aracı tasarlamışlardır. Kullandıkları dört çoktan seçmeli maddenin üçünde orantısal akıl yürütme birinde ise toplamsal akıl yürütme yer almaktadır. Birinci soru bir dikdörtgenin %200 oranında büyütüldüğünde şeklinin nasıl olacağıyla ilgilidir ve öğrencilerin %59,1'i doğru cevap vermiştir. İkinci soru dikdörtgen şeklinde verilen dört sahanın hangisinin daha çok kareye benzediği ile ilgili bir problemdir. Bu soruya öğrencilerin %67,4'ü doğru cevap vermiştir. Üçüncü soru toplamsal akıl yürütme ile ilgili bir sorudur. Bu soruya öğrencilerin %59,1'i doğru cevap vermiştir. Dördüncü soru çarpımsal akıl yürütmeyi ölçen bir sorudur ve öğrencilerin %45,4'ü doğru cevap vermiştir.

Tamir (1989), öğrencilerin çoktan seçmeli soruları yanıtlarken gerekçelendirmeye ihtiyaç duyduğunu, bu soruların öğrencilerin anlayışını değerlendiren hassas ve etkili bir araç olduğunu ve böyle bir yaklaşımın geleneksel çoktan seçmeli sorularla sıklıkla bağlantılı olan bazı sınırlamaları dikkate aldığını savunmuştur. Bu gerekçeleri de ele almak için Treagust (1995), öğrencilerin gruplarının akıl yürütmesi hakkında bilgi edinmek için bireysel açık uçlu sorulara veya görüşmelere uygun bir alternatif olarak iki aşamalı çoktan seçmeli araçların kullanılmasını önermiştir. İki aşamalı bir testin ilk aşaması, iki veya dört seçenek içeren çoktan seçmeli bir sorudan oluşur. Bu, öğrencinin doğru veya yanlış seçeneği seçerek yanıtladığı bir ifade olabilir veya daha geleneksel çoktan seçmeli bir soru olabilir. İkinci kademe genellikle öğrencilerin birinci aşamadaki sorunun cevabını gerekçelendirmek veya açıklamak için dört nedenden birini seçmesini ister. İkinci kademedeki seçeneklerin tasarımı, araştırma bulgularına veya öğrencilerin çoktan seçmeli test maddelerine verdikleri cevaplara dayanmaktadır. Seçenekler, belirlenmiş doğru cevap ve tanımlanmış yanlış algılamalar veya mantık hatalarından oluşur (Treagust, 2006).

Yapılan bu çalışmalar incelendiğinde genel itibari ile öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin betimsel olarak ele alındığı, kullanılan ölçme araçlarının yalnızca verilen soruyu çözmeye yönelik olduğu görülmektedir. Türkiye'de yapılan çalışmalarda öğrencilerin orantısal akıl yürütmelerini belirlemek amacıyla kullanılan ölçme araçları öğrencilerin vermiş oldukları yanıtları gerekçelendirebilmelerine izin

vermemektedir. Dolayısıyla bu çalışmada kullanılan ölçme aracının bu eksikliği gidereceği düşünülmektedir.

Bu çalışmada ise iki aşamalı test yaklaşımı kullanılmıştır. Sorunun doğru olarak değerlendirilmesi için, öğrenciler sorunun her iki seviyesine de doğru cevap vermelidir. Bugüne kadar bu tür araçlar, fen bilgisi eğitiminde kullanılsa da matematik eğitimi araştırmalarında yaygın olarak kullanılmamıştır (Çakır ve Aldemir, 2011; Ormancı ve Özcan, 2012; Uğur, 2010, Canpolat ve Pınarbaşı, 2011). Öğrencilerin orantısal akıl yürütmedeki başarılarını belirlemenin yanında, öğrencilerin nerelerde neden hata yaptıklarını da ortaya çıkarmaya olanak sağlaması açısından bu çalışmada iki aşamalı orantısal akıl yürütme testinin kullanılması uygun görülmüştür. Buradan hareketle yapılan bu çalışmada, öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan durumlardaki kullandıkları akıl yürütme türlerini belirlemede kullanılan iki aşamalı teşhis testinin Türkçe'ye uyarlanması ve öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan durumlardaki kullandıkları hatalı akıl yürütme türlerinin tanımlanması amaçlanmıştır.

Yöntem

Bu araştırmada ortaokul öğrencilerinin (5, 6, 7.sınıf) orantısal ve orantısal olmayan durumlardaki akıl yürütmeleriyle ilgili var olan durumların saptanması amaçlandığından betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Tarama araştırmaları evren hakkında genel bir kanıya ulaşmak amacıyla evrendeki bir örneklem üzerinde yapılan araştırmalardır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009; Karasar, 2003).

Çalışma Grubu

Bu çalışmada İATT'nin (İki aşamalı teşhis testi) Türkçe'ye uyarlama aşamasında 67'si 5. Sınıf, 68'i altıncı sınıf 65'i yedinci sınıf olmak üzere 200 ortaokul öğrencisi ile çalışılmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin orantısal akıl yürütmelerini inceleme aşamasında farklı bir devlet ortaokulunun beşinci, altıncı ve yedinci sınıflarında okuyan öğrenciler arasından seçilen 70 beşinci sınıf, 45 altıncı sınıf ve 31 yedinci sınıf olmak üzere toplam 146 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrenciler oran-orantı konusunu 7. Sınıfta görmekteyizler ancak bu konuyu görmeden önce de öğrencilerde orantısal akıl yürütme gelişme göstermektedir. Bu açıdan çalışmaya 5., 6. Ve 7. Sınıf öğrencileri dahil edilmiştir. Sekizinci sınıf öğrencileri ise LGS'ye hazırlandıkları için çalışmaya dahil edilmemiştir. Çalışmaya katılacak öğrencilerin seçiminde kolay ulaşılabilir olması nedeniyle uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır.

Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada Hilton, Hilton, Dole ve Goos (2013) tarafından ortaokul öğrencileri için geliştirilen iki aşamalı teşhis testi (İATT) veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Bu testteki problemler, literatürdeki argümanlara hem orantısal hem de orantısal olmayan maddelerin dahil edilmesi ile oluşturulmuştur (Lesh ve diğerleri, 1988; Van Dooren ve diğerleri, 2005). Test toplamda 12 maddeden oluşmaktadır.

Testin iki aşamadan oluşması, öğrencilerin sahip olduğu genel kavramlar veya özel olarak karşılaştıkları konular, kavramlar veya akıl yürütme durumlarıyla ilgili hatalar ve yaşadıkları zorlukları ortaya çıkarmayı sağlamaktadır. Bütün problemlerin

ilk aşamasında bir senaryo sunulmuş ve bunu takiben sunulan ifadeye öğrencinin “Doğru” veya “Yanlış” olarak cevap vermesi istenmiştir.

İkinci bölümde her bir maddenin cevabı ise öğrencilerin toplamsal veya çarpımsal düşünmenin doğru ve hatalı uygulamalarını tanımlamak veya onların orantısal ya da orantısal olmayan durumları ayırt edebilme yeteneklerini, mutlak ve göreceli durumları tanıyabilmelerini veya orantısal durumların temsillerini yorumlayabilme ve dönüşüm yapabilme yeteneklerini tanımlamada kullanılmıştır. Her bir maddenin ikinci bölümdeki cevabı, orantısal ve orantısal olmayan durumlarda öğrencilerin kullandıkları Tablo 4’teki genel stratejilere dayanmaktadır.

İki aşamalı test yapısını göstermek için aşağıdaki örneği verebiliriz.

Maddede, öğrencilerin 2 deterjanı karşılaştırmaları ve “A deterjanının daha iyi değerlere sahip olduğu” ifadesine “Doğru” veya “Yanlış” cevabını vermeleri istenmiştir. Öğrencilere aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

1 kg A deterjanı 20 yıkamada kullanılabilir ve 16 TL’dir.

1,5 kg B deterjanı 30 yıkamada kullanılabilir ve 26 TL’dir. İlk bölümde “A deterjanı daha karlıdır.” ifadesine yönelik D (Doğru) ve Y (Yanlış) seçenekleri verilmiştir. İkinci bölümde ise

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

A.Çamaşır deterjanı A, daha ucuzdur.

B.Çamaşır deterjanı B biraz daha pahalıdır ama 10 kez fazla çamaşır yıkanır.

C. Çamaşır yıkama eylemi başına ödenen ücret daha azdır.

D. İki çamaşır deterjanı da eşit derecede karlıdır.

Şeklinde seçenekler verilmiş ve öğrenciden birinci bölümde verdiği cevaba uygun en iyi gerekçelendirmeyi seçmeleri istenmiştir.

Bu problem öğrencilerin göreceli düşünmelerini gerektirir. A seçeneğini işaretleyen öğrenciler yalnızca fiyatları karşılaştırdığı için mutlak düşünmeyi kullanmışlardır. B seçeneğinde yalnızca yıkama sayısı düşünülmüştür ve fiyat dikkate alınmamıştır. Dolayısıyla burada da mutlak düşünme uygulanmıştır. C seçeneği en doğru cevaptır ve öğrencilerin orantısal düşünmeyi kullandıklarını göstermektedir. D seçeneğinde öğrencilerin yıkama sayısını ve deterjanın kütlesini düşündükleri ancak akıl yürütmelerinde deterjanın fiyatını düşünmedikleri görülmüştür.

Problem türleri ise Tablo 1’de gösterilmiştir (açıklamalar için örnekler verilmiştir)

Tablo 1

İATT'de Yer Alan Problem Türleri*(Problemler Ek 1'de verilmiştir)

Problem Tipi	Örnek
Orantılı olmayan: Sabit	Bir grup çocuk şarkı söylemektedir. Şarkı söyleyen çocuk sayısının iki katına çıkarılırsa şarkı söyleme süresi ne kadar olur?
Orantılı olmayan: Toplamsal	Sude ve Can, eşit oranda hızlı şekilde bir koşu pistinde koşuyordu. Koşuya ilk başlayan Can'dır. Can 4 tur attığında, Sude 2 tur atmıştır. Sude 6 tur koşuyu tamamladığında, Can kaç tur atmış olacaktır?
Bilinmeyen değer, ilişkili kümeler, parça-parça-bütün	Pasta yapmak için, 4 bardak şeker 10 bardak un gerekmektedir. Daha büyük bir pasta yapmak için, bu tarifte 6 bardak şeker kullanılırsa kaç bardak un gerekir?
Bir veya iki boyutlu ölçek	Düzgün bir şeklin uzunluğunu ve genişliğini ikiye katlanırsa bu şeklin alanında nasıl bir değişim olur?
Ters Orantı	Alper 100 metreyi 20 saniyede koşmaktadır. Eğer aynı mesafeyi hızını iki kat arttırarak koşarsa, bu yolu ne kadar sürede alır?
Oran, temsillerin dönüşümü	Özgür eve bisikletiyle gitmiştir. Kısa bir süreliğine sabit hızda sürmüş ve ardından dinlenmiştir. Dinlendikten sonra, bisikleti ilk hızının iki katı hızında sürmeye başlamıştır. Yolculuğu temsil etmek için nasıl bir grafik çizilir?
İlişkisel düşünme, ilişkili kümeler	Bir etkinlik seçen çocukların sayısı ve her bir sınıfın toplam çocukları hakkında verilen veriler göz önüne alındığında hangi etkinliğin nispeten en popüler olduğu belirlenir. (Ek 1'deki 5. Soru örnektir)
Ters Orantı	6 kişi 3 günde çit boyama işlemini tamamlıyor. Çitlerin toplam 2 günde boyanabilmesi için kaç kişinin çalışması gerekir?

*(Hilton, Hilton, Dole and Goos, 2013)

Çeviri çalışması. İki aşamalı teşhis testinde (İATT) yer alan 12 soru önce iki araştırmacı tarafından Türkçe'ye çevrilmiştir. Daha sonra ikisi matematik eğitimcisi, ikisi öğretmen ve biri İngiliz dili eğitimi üzerine çalışan 5 kişilik bir grup tarafından test Türkçe'ye çevrilmiştir. Bu gruptan çeviri yapılırken, testin maddelerinin özgün haline uygun ve anlaşılır olmasına dikkat etmeleri istenmiştir. Birbirinden bağımsız yapılan çevirilerin ortak yönlerine bakılmış ve genellikle her sorunun özgün haline uygun ve anlaşılır olduğu konusunda görüş birliği yapılmıştır. Ayrıca sorularda çelişkili olan durumlar araştırmacılar ve uzmanlar tarafından tekrar incelenmiş ve düzenlenmiştir. Son olarak bir dil uzmanı tarafından da incelenmiş ve uygulama için hazır hale getirilmiştir.

İşlem. Bu çalışmada veriler iki aşamada toplanmıştır. İlk aşamada toplanan veriler İATT'nin geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları kapsamında toplanmıştır. İkinci aşamada toplanan veriler ise öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan

durumlardaki kullandıkları akıl yürütme türlerini ortaya çıkarmak amacıyla toplanmıştır. Öncelikle öğrencilere test ile ilgili bilgi verilmiş sonrasında ise test dağıtılarak çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerden toplanan veriler puanlanarak SPSS programına aktarılmıştır. Testin geçerlik ve güvenilirlik değerleri için Cronbach alfa değerleri hesaplanmıştır. İATT'nin geçerli ve güvenilir bir test olduğu anlaşıldıktan sonra toplanan yeni verilerle öğrencilerin orantısal akıl yürütme türleri incelenmiştir.

İATT ile ilgili geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları. İki aşamalı teşhis testinin her iki aşaması dikkate alınarak yapılan güvenilirlik analizi sonucu Cronbach Alpha katsayı 0,80 bulunmuştur. Bu değer Türkçeye uyarlanan İATT'nin ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerini belirlemede geçerli ve güvenilir bir araç olduğunu göstermektedir. Ayrıca iki aşamalı teşhis testinin her iki aşamasına yönelik madde analizleri yapılmıştır. Tablo 2'de görüldüğü üzere her bir maddenin madde güçlük indeksleri ve madde ayırt edicilik değerleri verilmiştir. Buna göre testin ortalama güçlük düzeyi 0,30 olarak bulunmuştur. Buradan testin zor bir düzeyine sahip olduğunu söylenebilir. İki aşamalı teşhis testinin ortalama ayırt edicilik düzeyi ise 0,57 bulunmuştur. Testin iki aşaması da göz önünde bulundurularak hesaplanan bu değere göre testin ayırt edici olduğu söylenebilir.

Tablo 2

İki Aşamalı Teşhis Testinin Madde Analizleri

Soru Sayısı	<i>p</i> (Madde Güçlük İndeksi)	<i>r</i> (Madde Ayırt Edicilik İndeksi)
1.	0,26	0,43
2.	0,30	0,74
3.	0,43	0,79
4.	0,53	0,49
5.	0,11	0,31
6.	0,14	0,46
7.	0,44	0,90
8.	0,36	0,62
9.	0,30	0,62
10.	0,18	0,46
11.	0,11	0,41
12.	0,35	0,62

Verilerin Analizi

İki aşamalı teşhis testi ders saatinde dersin öğretmenleri tarafından 30-40 dakikalık bir süre içerisinde öğrencilere uygulanmıştır. Öğrencilerin cevapları kaydedilmiştir. Öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlar iki aşamalıdır. İlk aşamada sorunun ardından verilen ifadenin doğru veya yanlış olduğunun, ikinci aşamada ise ilk aşamada verilen cevabın gerekçesinin belirlenmesi istenmektedir. Öğrencilerin ikinci aşamada verdikleri yanıtlar, orantısal akıl yürütme ile ilgili ne tür hatalara sahip olduklarını ortaya çıkarmaktadır. Bu hatalar Tablo 4'te Hilton, Hilton, Dole ve Goos (2013) tarafından belirlenen stratejilere göre sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin her bir soruya verdikleri cevap doğru ve yanlış olmaları açısından yüzde ve frekans kullanılarak tablolastırılmıştır. Her bir sınıf ve sınıf seviyesi gözlemlenmeden tüm grup sonuçların tutarlılığı açısından karşılaştırılmıştır.

Bulgular

Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini incelemek ve orantısal akıl yürütme ile ilgili yaptıkları hataları belirlemek amacıyla iki aşamalı teşhis testi uygulanmıştır. Testin ilk aşamasında sabit orantılı olmayan, toplamsal orantılı olmayan, parça-parça bütün ilişkisini içeren, ters orantılı olan, ilişkisel düşünme gerektiren, orantısal temsillerin dönüşümünü gerektiren sorular yer almıştır. İkinci aşamasında ise sorulara verdikleri cevabı en iyi gerekçelendiren seçenekler yer almıştır. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan yola çıkarak orantısal akıl yürütme sorularında nerelerde hata yaptıkları ve bu hataya sebep olan değişkenler incelenerek aşağıdaki tablolarla ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Tablo 3
Öğrencilerin İATT'de Sınıf Düzeyine Göre Doğru Yapma Yüzdeleri

Sınıf Seviyesi	N	Madde Numaraları											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5	70	28,6	17,1	30	48,6	4	7	35,7	32,9	21,4	9	11,1	10
6	45	31,1	20	53,3	55,6	16	16	42,2	26,7	15,6	18	15	55,6
7	31	9,6	74	61,2	58	29	29	64,5	58	67,7	35	17,3	61,2
Toplam	146	18,4	35,7	49	55,1	15,3	18,4	43,9	36,7	29,6	20,4	34	45,9

Tablo 3'e göre öğrencilerin bazı sorularda zorluk yaşadığı görülmektedir. Örneğin 5., 6. ve 11. maddelerde tüm sınıf seviyelerindeki öğrenciler, 2., 9. ve 10. sorularda ise beşinci ve altıncı sınıf öğrencileri tüm soruların %30'undan daha az doğru cevap kombinasyonunu seçtikleri görülmüştür. Yedinci ve dokuzuncu sorulara bakıldığında çoğu yedinci sınıf öğrencisi bu sorular için doğru cevap kombinasyonlarını seçseler de beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin %50'den çok daha az oranının doğru cevabı seçtikleri görülmüştür. Yedinci soru orantısal olmayan sabit durum problemidir ve yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal olmayan problemleri fark edebilme düzeylerinin beşinci ve altıncı sınıf öğrencilere göre çok daha yüksek olduğu görülmektedir.

Madde 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ve 12'de beşinci sınıftan yedinci sınıfa doğru öğrencilerin doğru cevap kombinasyonunu seçme yüzdelerinin yaklaşık iki katına çıktığı görülmektedir. Tablo 3'e bakıldığında ise madde 1,2,3,4,7,8,9,12 'de öğrencilerin doğru cevap kombinasyonuna diğer seçeneklere oranla daha büyük bir yüzde ile cevap verdikleri görülmüştür. Burada birinci ve yedinci maddeler orantısal olmayan durumlarla ilgili sorular iken, dördüncü madde, grafiksel olarak verilen konum-zaman grafiğinin sözel olarak yeniden temsil edilmesiyle, sekizinci soru ise bilinen oranlarla ilgilidir.

5, 6, 10 ve 11. maddelerde ise öğrencilerin hatalı akıl yürütme kullanarak yanlış cevap kombinasyonlarına ulaştıkları görülmüştür. Bu maddelerde öğrencilerin %30'dan daha azının doğru cevap kombinasyonlarına ulaştıkları görülmüştür.

Tablo 4

Nitel Akıl Yürütme veya Hatalı Stratejiler Kullanan Öğrencilerin Yüzdesi (Hilton, Hilton, Dole ve Goos, 2013)

Kullanılan Akıl Yürütme	Seçenekler	Sınıf Seviyesi		
Bazı nitel ilişki anlayışları		5	6	7
Parçanın bütünüyle karşılaştırılması gerektiğini düşünür.	Madde 5 (YC)	7,1	4,4	3,2
Hız- zaman ilişkisini nitel olarak değerlendirir	Madde 8 (YD)	12,9	8,9	3,2
Ters ilişkiyi nitel olarak değerlendirir	Madde 10 (D)	47,1	44,4	9,7
Lineer ölçeğin niteliksel olarak anlaşılmasına dair bazı kanıtlar	Madde 3 (YB)	2,9	4,4	9,7
Göreceli karşılaştırma yerine mutlak karşılaştırma yapma				
Bir değeri, toplamı dikkate almadan değerlendirir	Madde 5 (YA)	31,4	20	74,1
Birimin değerini düşünmeden ölçeği mutlak olarak okumak	Madde 3 (DA)	55,7		12,9
	Madde 11 (YA, YB)	37,1	13,3	6,5
Uygun Olmayan Çarpımsal Stratejileri Kullanma				
Sabit bir duruma çarpımsal strateji uygulama	Madde 7 (DA)	34,2	17,8	22,6
Toplamsal bir duruma çarpımsal strateji uygulama	Madde 1 (DC, DD)	34,2	37,8	80,6
Ters orantıyı doğrusal orantıymış gibi uygulama	Madde 8 (DA)	21,4	24,4	9,7
Ters orantıyı tanıma ancak yanlış akıl yürütme kullanma	Madde 10 (YC)	22,9	13,3	6,5
Alan hesaplamada iki boyutun da değişiminin etkisini farkında olmama	Madde 12(DB)	21,4	2,2	3,2
Orantısal Durumlarda toplamsal strateji kullanma				
İki niceliği doğrudan aynı miktarda arttırma	Madde 2 (YB, YD)	58,6	55,6	3,2
Ters orantıda iki nicelikten birini aynı miktarda arttırırken birini aynı miktarda azaltma	Madde 10 (YB)	8,6	4,4	0
Yanlış Hesaplama/ Hesap yapmama				
Çarpımsal akıl yürütmeyi yanlış kullanma	Madde 2 (YC)	10	2,2	3,2
	Madde 9 (YA, YB)	13,7	10,3	2,7
Bir değeri hesaplamama/ tahmin etme	Madde 6 (YB)	42,9	33,3	32,3
Görsel temsillerin yanlış anlaşılması				
Grafiği doğru yorumlama ancak ilgisiz cevabı seçme	Madde 4 (A)	50	24,4	35,5
Şekilsel temsillerdeki göreceli miktarları yanlış yorumlama	Madde 11 (YD)	22,9	26,7	71

Tablo 4'e bakıldığında öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplara göre yaptıkları hatalar belirlenmiştir. Cevap seçenekleri örneğin YC, sorunun ilk kısmında yanlış cevabın verildiğini ikinci kısmında ise C seçeneğinin işaretlendiğini ifade etmektedir.

Tablo 4'te öğrencilerin doğru cevaplar haricinde verdikleri cevapların hangi yanlış akıl yürütmelere sebep olduğu belirtilmiştir. Buna göre yanlış cevap veren öğrencilerin, nitel ilişki arayışı içinde oldukları, göreceli karşılaştırma yerine mutlak karşılaştırma yaptıkları, uygun olmayan çarpımsal stratejileri kullandıkları, orantısal durumlarda toplamsal strateji kullandıkları, bazı durumlarda yanlış hesaplama yaptıkları, görsel temsillerin yanlış hesaplanması gibi hatalara düştükleri görülmektedir.

Tablo 5

Birinci Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
1	6,8	0	14,4	26*	20,5	2,1	24,6	4,1

* Doğru seçeneği ifade eder.

Ek-1'de görüldüğü üzere testteki birinci madde bir pistte aynı hızda koşan iki çocuğun tur atma süreleri arasındaki ilişkiyi içeren toplamsal akıl yürütme ile ilgili bir sorudur. Tablo 5'e göre bu soru için doğru cevap ikilisini seçen öğrencilerin oranı %26'dır. Altıncı sınıf öğrencilerin bu soruya doğru cevap verme oranları diğer sınıf seviyelerine göre daha yüksek bulunmuştur. Tablo 5'e göre doğru seçeneği takiben en çok seçilen DC ve DD seçeneğini seçen öğrenciler toplamsal bir duruma çarpımsal strateji uygulayarak hata yapmışlardır. Burada öğrencilerin toplamsal ve çarpımsal durumları birbirinden ayırt edemedikleri görülmüştür.

Tablo 6

İkinci Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
2	6,1	5,5	2,8	27,4	30,1*	6,2	2,1	18,4

* Doğru seçeneği ifade eder.

Ek-1'de görüldüğü üzere testteki ikinci maddede iki karışımın bileşenlerini doğru bir şekilde ölçmek için çarpımsal düşünmeye ihtiyaç vardır. Burada öğrencinin 4 bardak şeker için 10 bardak una ihtiyacı olduğunu ve 6 bardak şeker kullanıldığında ise un miktarının da öncekine nazaran %50 artması gerektiğini yani 10 bardaktan 15 bardağa çıkması gerektiğini fark etmesi beklenmektedir. Tablo 6'ya göre doğru cevap ikilisini seçen öğrencilerin oranı % 30,1'dir. Tablo 3'e göre 7. sınıf öğrencilerin bu soruya doğru cevap verme oranları diğer sınıf seviyelerine göre daha

yüksek bulunmuştur. Doğru seçeneği takiben en çok seçilen YB ve YD seçeneğidir. En genel yanlış cevap ise %27,4 ile (YB) seçeneğidir. Burada öğrenciler şeker miktarı 2 bardak arttığı için un miktarının da 2 bardak artması gerektiğini düşünmüşler ve B seçeneğini işaretleyerek bardak ve şeker arasında toplamsal bir ilişki kurmuşlardır. Bu seçeneği takip eden 2. genel yanlış cevap ise %18,4 ile (YD) seçeneğidir. Bu öğrenciler, şeker ve un miktarı arasında 6 bardaklık mutlak fark olduğunu düşünmüşlerdir. Bu cevap seçeneği toplamsal ilişkiyi göstermektedir ve çoğu öğrenci bu soruyu bir orantı olarak düşünememiştir. Tablo 4'e bakıldığında YB ve YD seçeneklerini seçen öğrencilerin 5. ve 6. Sınıf öğrenciler arasında daha çok olduğu ve buradaki yapılan hatanın ise orantısız durumlarda toplamsal stratejiyi kullanarak iki niceliği doğrudan aynı miktarda arttırma yoluna girmeleridir.

Tablo 7

Üçüncü Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
3	37	3,5	2,1	4,8	1,4	2,1	2,1	43,9*

* Doğru seçeneği ifade eder.

Ek-1 'de görüldüğü üzere testteki üçüncü maddenin sayı doğrusundaki bilinmeyen (eksik) değeri bulmayla ilgili olduğu görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin sayı doğrusundaki her bir bölümün 2 birimi temsil ettiğini ve bilinmeyen sayının başlangıç noktasından 8 birim ötede olduğunu fark etmeleri gerekmektedir. Burada yapılan en büyük hata her bir bölümün bir birim olarak görülmesidir ve bu yüzden bu değer 37 olarak kabul edilmiştir Tablo 7'ye göre doğru cevap ikilisini seçen öğrencilerin oranı %43,9'dur. Tablo 3'e göre 7. sınıf öğrencilerin bu soruya doğru cevap verme oranları diğer sınıf seviyelerine göre daha yüksek bulunmuştur. Tablo 7'ye göre öğrencilerin %37'si (DA) seçeneğini seçerek ifade edilen yanlış akıl yürütme metodunu kullanmışlardır. Burada kullandıkları yanlış akıl yürütme metodu ise Tablo 4'e göre birimin değerini düşünmeden ölçeği mutlak olarak okumak olarak ifade edilebilir. Burada öğrencilerin göreceli düşünmeden ziyade mutlak düşünmeyi kullandıkları görülmektedir. Tüm öğrenciler arasından ise 5. ve 6. Sınıf öğrencilerinin 7. Sınıflara nazaran bu soruda daha fazla hata yapmışlardır.

Tablo 8

Dördüncü Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
4	10,4	0,7	52,7*	28	0	2,1	0	0

* Doğru seçeneği ifade eder.

Ek-1'de görüldüğü üzere testteki dördüncü madde grafik yorumlama ile ilgili bir sorudur. Bu soruda öğrencilerin mesafe ile zaman arasındaki ilişkiyi anlayarak

orantısal akıl yürütmeleri beklenmiştir. Tablo 8’de görüldüğü üzere öğrencilerin %52,7’si doğru cevap ikilisi olan DB’yi seçmişlerdir. Tablo 3’e göre yedinci sınıf öğrencilerinin doğru cevap vermede daha başarılı oldukları görülmüştür. Büyük bir çoğunluğunu beşinci sınıfların oluşturduğu öğrencilerin ise grafiği doğru yorumlasa da ilgisiz cevabı seçtikleri görülmüştür. Buradan hareketle beşinci sınıf öğrencilerinin orantısal düşünme becerilerinin yedinci sınıflara göre daha düşük olduğu söylenebilir.

Tablo 9

Beşinci Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
5	21,2	30,2	3,5	6,8	10,9	5,5	11*	7,5

* Doğru seçeneği ifade eder.

Ek-1’de görüldüğü üzere beşinci madde, göreceli düşünmeyi gerektiren ve parça- bütün karşılaştırmasını anlamayı gerektiren bir sorudur. Tablo 9’a bakıldığında öğrencilerin yalnızca %11’i doğru cevap kombinasyonu olan (DD) seçeneğini işaretlemişlerdir. Buna karşın %30,2 en fazla (YA) seçeneğini işaretlemişler ve bu da öğrencilerin doğru bir parça bütün ilişkisi kuramadıklarını göstermektedir. Öğrenciler bu soruda yalnızca sınıflardaki her bir aktivite için gönüllü olan mutlak kişi sayısını düşünmüş bir sınıftaki toplam kişi sayısının diğer sınıftan daha az olduğunu dikkate almamışlardır. Tablo 4’e bakıldığında ise bu soruda yapılan hatalar, öğrencilerin parçanın bütünüyle karşılaştırılması gerektiğini düşünmesi ve göreceli karşılaştırma yapma yerine mutlak karşılaştırma yapmış olmalarıdır. Ayrıca YA cevap ikilisini işaretleyen öğrenciler bir değeri değerlendirirken toplam değeri dikkate almadan değerlendikleri için hata yapmışlardır.

Tablo 10

Altıncı Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
6	15,1	9,6	2,8	37,6	14,4*	5,4	4,1	8,9

* Doğru seçeneği ifade eder.

Ek-1’de görüldüğü üzere altıncı madde, 6. madde öğrencilerin A ve B deterjanlarının fiyatlarının karşılaştırması ile ilgili bir sorudur. Bu maddede A deterjanının B’ye göre daha ekonomik olduğu çünkü A deterjanının yıkama başına düşen fiyatın B’ye göre daha az olduğu sonucuna ulaşmaları beklenmektedir. Tablo 10’a bakıldığında öğrencilerin yalnızca %14,4’ü bu soru için doğru cevap kombinasyonunu seçmişlerdir. Buna karşın %30,2 en fazla (YA) seçeneğini

işaretlemişlerdir. En genel olarak seçilen cevap ise %37,6 ile (YB) seçeneğidir. Bu cevap ise B deterjanının fiyat olarak biraz daha fazla olduğu ancak 10 yıkama daha avantajlı olduğunu belirtmektedir. Burada öncekilere benzer olarak mutlak düşünme vardır çünkü yalnızca çamaşır yıkama sayısı karşılaştırılmıştır. Tablo 4'e bakıldığında ise bu soru için yapılan hataya öğrencilerin karşılaştırma yaparken bazı değerleri hesaba katmadan karşılaştırma yapması sebep olmuştur. Bu soruda beşinci sınıf öğrencilerinin daha fazla hata yaptıkları tablo 3'ten görülmektedir.

Tablo 11

Yedinci Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
7	30,8	5,5	3,5	4,2	6,2	43,8*	1,4	2,1

* Doğru seçeneği ifade eder.

Ek-1'de görüldüğü üzere 7. madde, öğrencilerin yarısına yakınının doğru cevapladığı orantısal olmayan sabit durum problemidir. Bu maddenin orantısal akıl yürütme becerisi gerektirmemesi, öğrencilerin orantısal olan ve olmayan durumları ayırt edebilmesi adına önemlidir. Tablo 11'den görüldüğü üzere bu soruya doğru cevap verme oranı %43,8'dir. Öğrencilerin yaklaşık olarak yarısının orantısal olmayan durumları ayırt edebildiği belirlenmiştir. Tablo 3'ten de görüldüğü üzere doğru cevap verme oranı ise 5. sınıftan 7. Sınıfa doğru artmıştır. Tablo 11 incelendiğinde öğrencilerin doğru cevaptan sonra en fazla seçtikleri seçeneğin DA olduğu görülmektedir. Tablo 4'e göre ise bu seçeneği işaretleyen öğrencilerin sabit bir duruma çarpımsal strateji uygulama hatasına düştükleri görülmektedir. Burada beşinci sınıf öğrencilerinin en fazla hata yaptıkları, 6. Sınıf öğrencilerinin ise en az hata yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 12

Sekizinci Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
8	26,1	5,5	9,6	36,3*	2,1	3,5	4,8	9,6

* Doğru seçeneği ifade eder.

Ek-1'de görüldüğü üzere 8. madde, ters orantı içeren bir maddedir. Tablo 12'ye göre görüldüğü üzere öğrencilerin % 36,3'ünün bu soruya doğru cevap verdiği bunlar içerisinde ise en başarılı olan grubun 7. Sınıf öğrencileri olduğu görülmektedir. Bunun sebebi ise ters orantının 7. Sınıfta görülmesidir. Bu madde için doğru cevabın ardından en fazla %26,1 oranı ile DA cevap ikilisi işaretlenmiştir. Tablo 4'e göre ise öğrencilerin ters orantıyı doğrusal orantıymış gibi uygulama ve hız- zaman ilişkisini nitel olarak değerlendirme hatalarına düştükleri görülmektedir. Burada en fazla hatayı beşinci ve 6. Sınıf öğrencileri yapmıştır.

Tablo 13

Dokuzuncu Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
9	13,1	8,2	1,4	19,2	29,5*	13	8,9	3,4

* Doğru seçeneği ifade eder.

Ek-1’de görüldüğü üzere doğru orantı kullanarak bilinmeyen değeri bulma ile ilgilidir. Tablo 13’e göre öğrencilerin %29,5’inin çarpımsal düşünme kullanarak bilinmeyen değeri bularak doğru cevap kombinasyonu olan (DC) seçeneğini işaretledikleri görülmüştür. %19,2 ‘lik bir kısmın ise (YB) seçeneğini seçtikleri belirlenmiştir. Bu öğrencilerin bu soruyu toplamsal olarak düşündüklerinden dolayı yanlış yapmış oldukları düşünülmektedir.

Tablo 14

Onuncu Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
10	14,4	18,5*	8,9	5,5	6,8	16,5	11,6	18,6

* Doğru seçeneği ifade eder.

10. madde ters orantıyla ilgili bir duruma odaklanmıştır. Tablo 14’e göre öğrencilerin %18,5’i doğru cevap kombinasyonu olan (YA)’ı seçmişlerdir. %30,2’si ise “YD” veya “DD” cevaplarından birini seçmişlerdir ki bu da zaman ve insan sayısı arasındaki ilişkiyi anlama seviyesini göstermektedir (D seçeneği, daha az zaman olduğu için daha çok insana ihtiyaç vardır şeklinde bir gerekçe vermiştir). B ve C seçeneğini seçen öğrenciler ise toplamsal akıl yürütme kullanmışlardır. B seçeneğini seçen öğrenciler zaman azaldığında kişi sayısının artması gerektiğini düşünebilmişlerdir ancak C seçeneğini seçen öğrenciler bu değerler arasında ters bir ilişkinin olduğunu bile anlayamamışlardır. Tablo 4’e bakıldığında öğrencilerin ters orantıyı tanıma ancak yanlış akıl yürütme kullanma, ters ilişkiyi nitel olarak değerlendirme, ters orantıda iki nicelikten birini aynı miktarda arttırırken birini aynı miktarda azaltma hatalarına düştükleri görülmektedir.

Testteki 11. madde şekilsel olarak verilen temsillerdeki orantılı miktarları yorumlama ile ilgilidir. Tablo 15’e göre bu maddeye doğru cevap verme oranı %10,7’dir. Tablo 4’e göre 11. maddede öğrencilerin ya yalnızca şeker miktarlarını “YA” (10,6) veya su miktarlarını “YB” (20,3) karşılaştırarak mutlak düşünme kullandıkları gözlenmiştir (%30,9) ve bu iki değer arasında herhangi bir oransal karşılaştırma yapılmamıştır. Öğrencilerin 17,8’i “YD” seçeneğini işaretlemişlerdir. Bu durumda öğrenciler üç bardakta da eşit miktarda şeker olduğunu düşünmüşlerdir. Bu öğrencilerin görsel temsilleri yanlış olarak yorumladıkları veya denk kesirlerle

ilgili kavram yanlışlarına sahip oldukları söylenebilir. Çünkü A bardağının $3/3$ 'ü için 3 küp şeker, B bardağının $1/2$ 'si için 2 küp şeker ve C bardağının $1/3$ 'ü için 1 küp şeker bulunmaktadır. Tablo 4'e göre öğrencilerin şekilsel temsillerdeki göreceli miktarları yanlış yorumlama, birimin değerini düşünmeden ölçeği mutlak olarak okuma hatalarına düştükleri görülmektedir.

Tablo 15

On Birinci Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
11	3,5	10,6	15,5	20,3	10,7*	13	2,8	17,8

* Doğru seçeneği ifade eder.

Ek-1'deki 12. maddenin alan hesaplamayla ilgili olduğu ve iki boyuttaki değişimin etkisinin farkındalığını ölçen bir orantısal akıl yürütme sorusu olduğu görülmektedir. Tablo 16'ya göre öğrencilerin % 34,9'u YA seçeneğini seçerek doğru cevap vermişlerdir. DA ve DC seçeneklerini seçen % 55,7'si ise iki kenarın da uzunluğunun 2'ye katlandığında orijinal büyüklüğün 4 katına çıktığını fark etmekten ziyade yalnızca bir boyuttaki değişikliği düşünmüşlerdir. Tablo 4'e bakıldığında öğrencilerin alan hesaplamada iki boyutun da değişiminin etkisini farkında olmayarak hatalar yaptığı görülmüştür.

Tablo 16

On İkinci Madde için Seçilen Cevap Kombinasyonlarının Oranları

Madde	Cevap							
	DA	YA	DB	YB	DC	YC	DD	YD
12	27,6	34,9*	11,7	4,8	28,1	3,5	3,4	2,8

* Doğru seçeneği ifade eder.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışma öğrencilerin, orantısal akıl yürütmelerini, toplamsal ve çarpımsal düşüncülerinin uygulamalarını, farklı türdeki problemlerde orantısal veya mutlak düşünmeyi kullanabilme seviyelerini betimlemeyi ve öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan durumlardaki hatalarını belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın sonuçları öğrencilerin hem orantısal hem de orantısal olmayan durumlarda kullandıkları akıl yürütmeler konusunda iç görüş sağlamaktadır. Araştırmalar öğretmenlerin, öğrencilerin orantısal akıl yürütme ile ilgili kavramsal anlamalarını geliştirmek için stratejiler geliştirmeleri ve aktivitelerle desteklenmeleri gerektiğini göstermektedir (Sowder vd., 1998). Öğrencilerin iki aşamalı teşhis testine verdiği cevaplar incelendiğinde, genellikle 7. sınıf öğrencilerinin beş ve altıncı sınıf öğrencilerine göre daha başarılı olduğu söylenebilir. Bunun sebebi olarak ise ortaokul matematik programına bakıldığında oran ve orantı konusunun 7. sınıfta yer

alması ve öğrencilerin oran orantı konusu ile formal olarak tanışması olduğu düşünülmektedir. Beşinci ve 6. sınıf öğrencileri genellikle ters orantı içeren soruları yanıtlamakta zorlanmışlardır. Öğrencilerin ters orantı içeren sorularda zorlanmaları, oran ve orantı kavramının henüz gelişmekte olduğunu göstermekle birlikte, bazı öğrencinin bu tür orantı çeşidini yanlış yorumladığını gösterir. Bu tip sorularda yedinci sınıf öğrencileri yine daha başarılıdır.

Burada kullanılan ölçme aracının öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini ölçmek için kullanışlı olduğu söylenebilir. Ancak testteki yer alan soruların zorluk düzeyi yüksek olduğu için 7. sınıfın altındaki sınıflar için seviyesinin yüksek olduğu düşünülmektedir. Ancak orantısal akıl yürütme sorularının yapılabilmesi için mutlaka oran ve orantı konularının işlenmiş olması gerekmektedir. Çünkü orantısal akıl yürütme küçük yaşlardan itibaren çocuklarda gelişen bir kavramdır. Bununla birlikte iki aşamalı teşhis testindeki sorulara verilen cevaplar öğrencilerin orantısal olan ve olmayan durumları ayırt etmede zorluk yaşadıklarını göstermiştir. Beşinci, 6. ve 7. Sınıf öğrencilerine uygulanan bu test sonucunda, öğrencilerin sınıf düzeyi arttıkça orantısal düşünme yeterliklerinin arttığı gözlenmiştir. Bunun sebebi olarak ise orantısal akıl yürütmenin gelişmesi için öğrencilerin soyut işlemler döneminde olması gerektiği, öğrencilerin ise 5. sınıfta bu döneme yeni girmeye başladığı dolayısıyla orantısal akıl yürütmenin henüz çok iyi gelişmemiş olması gösterilebilir (Baxter ve Junker, 2001). Bununla birlikte öğrencilerin büyük bölümünde çarpımsal akıl yürütme gereken yerlerde toplamsal olarak veya mutlak olarak düşündükleri için kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Fernandez ve Llinares'in (2009) belirttiği gibi öğrencilerde önce toplamsal akıl yürütmenin gelişmesi ve orantısal akıl yürütme becerisinin de önemli bir aşaması olan toplamsal akıl yürütmeden çarpımsal akıl yürütmeye geçiş sürecinin olması bu sonuçları destekler niteliktedir. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme sürecinde genellikle karşılaştıkları zorluklar, orantısal akıl yürütmenin gerekli olduğu yerlerde mutlak bir değişim varmış gibi hareket ederek toplamsal akıl yürütme yapmaları, orantısal akıl yürütmenin ne zaman kullanılacağına belirlenememesi, gereksiz yere çarpımsal akıl yürütmenin kullanılması, bazı verilerin göz ardı edilmesi, nicel stratejiler uygulamaktan çok nitel bir biçimde orantılı faktörlerin ilişkilendirilmesi, içler-dışlar çarpımı algoritmasının gereksiz kullanımı (Lesh ve diğ., 1988; Nabors 2003), yanlış model oluşturulması gibi hatalardır (Bayazit ve Kırnap Dönmez, 2017; Lesh ve diğ., 1988; Nabors 2003; Van De Walle ve diğ. 2012).

Öğrencilerden bazıları, iki aşamalı teşhis testindeki 3, 5, 8 ve 10. maddelerde orantısal akıl yürütmede nitel ilişki arayışında olmuşlardır. Örneğin 8. maddeye maddeye bakıldığında öğrencilerin "Daha hızlı koşmak, daha az zaman alır." seçeneğini işaretlemeleri orantısal akıl yürütmeyi nitel olarak değerlendirdiklerini göstermektedir. Bu madde için verdiği cevap doğrudur ancak sorunun orantısal olarak tam cevabını vermemektedir. Öğrenci her ne kadar sezgisel olarak doğru bir cevaba ulaşmış olsa da tam bir orantı kuramadığı için artış ve azalışın ne kadar olduğu sonucuna net olarak ulaşamamıştır.

Testte yer alan 3, 5 ve 11. maddelerde bazı öğrencilerin göreceli karşılaştırma yerine mutlak karşılaştırma hatalarına düştükleri görülmüştür. Örneğin 3. maddede öğrencinin "X, doğrudan 4 cm ileridedir ve $33+4=37$ " cevabını vermesi mutlak

düşündüğünü göstermektedir. Sayı doğrusunda 33 ile X arasında 4 çizginin olması her bir çizgiye bir artış verilmesi gerektiği şeklinde bir algı oluşturmuş bu da öğrencilerin yanlış bir orantısal akıl yürütme gerçekleştirdiğini göstermiştir. Birinci, 7., 8., 10. ve 12. maddelerde bazı öğrencilerin uygun olmayan çarpımsal stratejiler kullandığı görülmüştür. Burada bazı öğrenciler sabit bir duruma çarpımsal strateji, bazıları toplamsal bir duruma çarpımsal strateji, bazıları ters orantıya doğrusal orantı uygulamış bazıları da alan hesaplamada iki boyutun da değişiminin etkisinin farkında olamamış böylece yanlış orantısal akıl yürütme uygulamışlardır. Örneğin 7. maddede öğrencilerin “Çocuk sayısını iki katına çıkarınca, şarkıyı söyleme süresi de iki katına çıkar.” cevabını vermesi, öğrencilerin sabit bir duruma çağrımsal strateji uyguladıklarını göstermektedir. Burada aslında öğrencilerin çarpımsal akıl yürütme kullanmaması gerekirdi ancak bu durum öğrencilerin çarpımsal akıl yürütmeyi anlamlandıramamış olduklarını ve ezbere yaptıklarını göstermektedir.

İkinci ve 10. maddelerde bazı öğrencilerin orantısal durumlarda toplamsal strateji kullandıkları görülmüştür. Örneğin 2. madde için “Her zaman için şekerden altı bardak fazla un gerekir” seçeneğini işaretleyen bir öğrenci toplamsal akıl yürütme kullanmış ve bu da soruyu yanlış çözmesine neden olmuştur. Bu cevabı veren öğrencilerin toplamsal akıl yürütmeden çarpımsal akıl yürütmeye tam olarak geçememiş oldukları görülmüştür.

Dördüncü ve 11. maddelerde ise bazı öğrenciler görsel temsilleri yanlış yorumlayarak hatalı orantısal akıl yürütme gerçekleştirmişlerdir. Bazıları grafiği doğru yorumlamış ancak ilgisiz cevap seçmiş bazıları da şekilsel temsillerdeki göreceli miktarları yanlış yorumlamışlardır. Örneğin 11. maddede “Hepsinin tatlılık seviyesi aynıdır” şeklinde cevap vermiş olmaları öğrencilerin şekilleri doğru yorumlayamamış olduklarını göstermektedir.

Orantısal akıl yürütme yalnızca matematik dersleri için değil diğer birçok disiplin alanı için de gerekli olduğundan üzerinde önemle durulması gereken bir konudur (Lesh, Post ve Behr, 1989). Bu nedenle öğretmenlerin öğrencilerin yanlış stratejilerini belirleyip, onlardaki kavramsal ve işlemsel eksiklikleri belirleyip ona göre ders planları hazırlamaları önemli görülmektedir. Bu noktada öğrencilerin durumunu betimlemek için iki aşamalı teşhis testinin kullanılması öğretmenlere büyük bir avantaj sağlayabilir. Çünkü bu test öğrencilerin orantısal düşünmeyi, toplamsal düşünmeden ayırt edip edemediklerini, göreceli ve mutlak durumları ayırt edip edemediklerini, parça bütün karşılaştırmalarını yapma durumlarını, orantısal akıl yürütme problemlerini çözme stratejilerini, çarpımsal ilişkileri, matematiksel ilişkileri ifade etmek için çoklu temsilleri kullanabilme durumlarını ortaya koymada yardımcı olmaktadır. Bu tür testlerin çeşitli konularda uygulanması öğretmenlere, öğretim programı planlayıcılarına, araştırmacılara, öğretmen ve en önemlisi öğrencilere fayda sağlayabilir.

Kaynakça

- Bayazit, İ. ve Kırnap-Dönmez, S. M. (2017). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren durumlar bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education Vol*, 8(1), 130-160. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.303759>
- Behr, M. J., Harel, G., Post, T., and Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 296-333.
- Boyer, T. W., and Levine, S. C. (2012). Child proportional scaling: Is $1/3 = 2/6 = 3/9 = 4/12$?. *Journal of Experimental Child Psychology*, 111(3), 516-533. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.11.001>
- Bright, G. W., Joyner, J. M., and Wallis, C. (2003). Assessing proportional thinking. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(3), 166-172.
- Cramer, K. and Post, T. (1993). Proportional reasoning. *The Mathematics Teacher*, 86(5): 404-407.
- Cramer, K., Post, T. and Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics*, 159-178.
- Çelik, A. ve Özdemir, E. Y. (2011). İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 1-11.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. and Verschaffel, L. (2007). *The illusion of linearity: From analysis to improvement*. New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-71164-5_3
- Denison, S. and Xu, F. (2010). Twelve- to 14- month- old infants can predict single-event probability with large set sizes. *Developmental Science*, 13(5), 798-803. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2009.00943.x>
- Dole, S., Wright, T., Clarke, D. and Hilton, G. (2007). Making connections science and mathematics: The MCSAM Project. In U. Cheah, Y. Wahyudi, R. Devadason, K. Ng, J. Chavez, and D. Mangao (Eds.), *Redefining learning culture for sustainability* (pp.184-194). Second International Conference on Science and Mathematics Education, Penang, Malaysia, 13-16 November 2007.
- Fernández C. and Llinares, S. (2009). Understanding additive and multiplicative structures: the effect of number structure and nature of quantities on primary school students' performance. In *First French-Cypriot Conference of Mathematics Education*, 1-18.
- Fernández C., Llinares S., Modestou, M. and Gagatsis, A. (2010). Proportional reasoning: how task variables influence the development of students' strategies from primary to secondary school. *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics-ADUC*, 10, 1-18.
- Hiebert, J. and Behr, M. (1988b). Introduction: Capturing the major themes. In J. Hiebert and M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (1-18). Hillsdale, NJ: Erlbaum and Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Hilton, A., Hilton, G., Dole, S. and Goos, M. (2013). Development and application of a two-tier diagnostic instrument to assess middle-years students' proportional reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 25(4), 523-545.

- Hoffer, A., R. and Hoffer, S., A., K. (1992). Ratios and proportional thinking. In Thomas R., Post (Ed), *Teaching Mathematics in Grades K-8: Research Based Methods*(pp. 303-330). Massachusetts, Allynand Bacon.
- Johnson, B. and Christensen, L. (2000). *Educational research: Quantitative and qualitative approaches*. Allyn&Bacon.
- Kaput, J. and West, M. M. (1994). Missing value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. In G. Harel and J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*(235-287). Albany, NY: SUNY Press.
- Karplus, R., Pulos, S. and Stage, E. (1983). Proportional reasoning of early adolescents. In R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*(45-90). Orlando, FL: Academic Press.
- Küpçü, A. R. (2012). Etkinlik temelli öğretim yaklaşımının ortaokul öğrencilerinin orantısal problemleri çözme başarısına etkisi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(3), 175-206.
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for research in mathematic seducation*, 24 (1), 41-61. <https://doi.org/10.2307/749385>
- Langrall, C. and Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6, 254-261.
- Lesh, R., Post, T. and Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert and M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades*(pp. 93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum and National Council of Teachers of Mathematics.
- McCrink, K. and Wynn, K. (2007). Ratio abstraction by 6-month-old infants. *Psychological science*, 18(8), 740-745. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2007.01969.x>
- Milli Eğitim Bakanlığı (2013). Ortaokul matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı. *Ankara: MEB Talim Terbiye Başkanlığı Yayınları*.
- Misailidou, C. and Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behaviour*, 22, 335-368. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00025-7](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00025-7)
- Modestou, M., Elia, I., Gagatsis, A. And Spanoudis, G. (2008). Behind the scenes of pseudo proportionality. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(3), 313-324. <https://doi.org/10.1080/00207390701691541>
- Nabors, W. K. (2003). From fractions to proportional reasoning: a cognitive schemes of operation approach. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(2), 133-179. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00018-X](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00018-X)
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- Noelting, G. (1980a). The development of proportional reasoning and the ratio concept. Part 1 - Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 217-253. <https://doi.org/10.1007/BF00304357>

- Philippou, G. and Christou, C. (2002). A study of the mathematics teaching efficacy beliefs of primary teachers. *Mathematics Education Library*, 31, 211-232. https://doi.org/10.1007/0-306-47958-3_13
- Resnick, L. B. (1983). Mathematics and science learning: A new conception. *Science*, 220, 477-478. <https://doi.org/10.1126/science.220.4596.477>
- Sophian, C. (2000). Perceptions of proportionality in young children: Matching spatial ratios. *Cognition*, 75(2), 145-170. [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(00\)00062-7](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(00)00062-7)
- Spinillo, A. G. and Bryant, P. (1991). Children's proportional judgments: The importance of "half". *Child Development*, 62(3), 427-440. <https://doi.org/10.2307/1131121>
- Singh, P. (2000). Understanding the concept of proportion and ratio among grade nine students in Malaysia. *International Journal of Mathematical Education In Science and Technology*, 31(4): 579-599. <https://doi.org/10.1080/002073900412688>
- Tamir, P. (1989). Some issues related to the use of justifications to multiple-choice answers. *Journal of Biological Education*, 23, 285-292. <https://doi.org/10.1080/00219266.1989.9655083>
- Treagust, D. F. (1995). Diagnostic assessment of students' science knowledge. In S. M. Glynn and R. Duit (Eds.), *Learning science in the schools: Research reforming practice* (pp. 327-346). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Treagust, D. F. (2006). Diagnostic assessment in science as a means to improving teaching, learning, and retention. Paper presented at the Uni Serve Science Symposium Proceedings Assessment in Science Teaching and Learning, Sydney, NSW, Australia.
- Uçar, Z. T. ve Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve Ortaokul Öğrencilerinin Orantısal Durumları Orantısal Olmayan Durumlardan Ayırt Edebilme Becerileri. *Journal of Kirsehir Education Faculty*, 17(3).
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. and Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D. and Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for over generalisation. *Cognition and Instruction*, 23(1), 57-86. https://doi.org/10.1207/s1532690xci2301_3
- Van Dooren, W., De Bock, D., Janssens, D. and Verschaffel, L. (2008). The linear imperative: An inventory and conceptual analysis of students' overuse of linearity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(3), 311-342.

EK-1

Orantısal Akıl Yürütme Teşhis Testi

Öğrenci Kılavuzu

1. Her soru 2 bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde "Doğru" veya "Yanlış" seçeneklerinden birini daire içine alınız.
2. İkinci bölümde cevabınızı en iyi açıkladığınızı düşündüğünüz seçeneği işaretleyiniz.

Soru 1: Koşu Turları:

Sude ve Can, eşit oranda hızlı şekilde bir koşu pistinde koşuyordu. Koşuya ilk başlayan Can'dır. Can 4 tur attığında, Sude 2 tur atmıştır.

Sude 6 tur koşuyu tamamladığında, Can 12 tur koşmuştur.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Ne kadar çok koşarlarsa, Can Sude'nin önüne o kadar çok geçer.
- B. Can, her zaman Sude'nin 2 tur önündedir.
- C. Can, Sude'nin tamamladığı koşunun iki katını tamamlar.
- D. Sude, toplamda 6 tur atmak için 3 kez 2 tur koşar, Can toplamda 12 tur atmak için 3 kez 4 tur atar

Soru 2: Pasta

Pasta yapmak için, 4 bardak şeker 10 bardak un gerekmektedir.

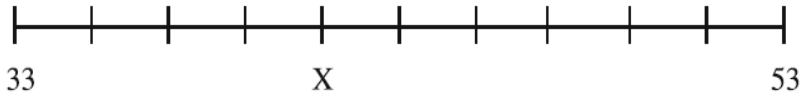
Daha büyük bir pasta yapmak için, bu tarifi, 6 bardak şeker ve 15 bardak un kullanarak yapmanız gerekmektedir.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Un miktarını değiştirmek gerekmez.
- B. 2 bardak daha şeker gerektiği için, 2 bardak daha un gerekir.
- C. Şekeri yarı oranda arttırdığınız için unu da yarı oranda arttırmanız gerekir.
- D. Her zaman için şekerden altı bardak fazla un gerekir.

Soru 3: Sayı Doğrusu



Bu sayı doğrusunda, X, 37'yi temsil eder.

Doğru veya Yanlış

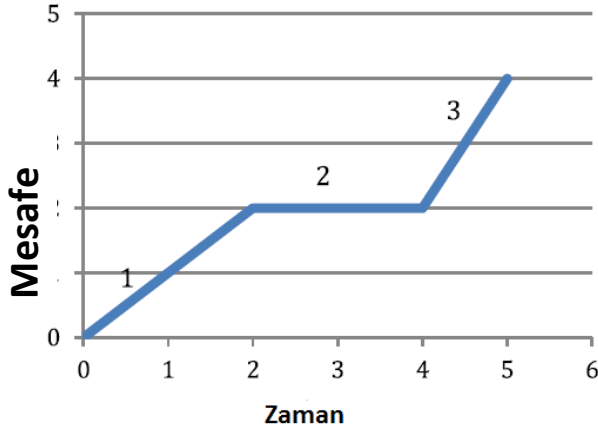
Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. X, doğrudan 4 cm ileridedir ve $33+4=37$.
- B. X'in, 33'e 53'ten daha yakın olması gerekir.
- C. X neredeyse doğrunun tam ortasındadır bu yüzden cevap doğrudur.
- D. X, 33'ten 8 fazladır.

Soru 4: Özgür ile eve gitmek

Özgür eve bisikletiyle gitmiştir. Kısa bir süreliğine sabit hızda sürmüş ve ardından dinlenmiştir. Dinlendikten sonra, bisikleti ilk hızının iki katı hızında sürmeye başlamıştır. Yolculuğu temsil etmek için bir grafik çizmiştir.

Aşağıda Özgür'ün çizdiği grafik doğrudur:



Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. 3. Bölüm'de aldığı yol, 1. Bölüm'de aldığı yoldan daha fazladır.
- B. 3. Bölüm, 1. Bölüm'den iki kat daha diktir.
- C. 3. Bölüm, iki kat daha uzun olmalıdır.
- D. 1. ve 3. Bölüm, zaman açısından eşittir.

Soru 5: Yıl Sonu Aktiviteleri

Bu tablo, 5. Sınıf ve 6. Sınıf öğrencileri tarafından oylanan yılsonu aktivitelerini göstermektedir.

Sınıf Seviyesi	Plajı Seçen Öğrenciler	Sinemayı Seçen Öğrenciler	Toplam Öğrenci Sayısı
5.sınıf	8	14	22
6.sınıf	7	6	13

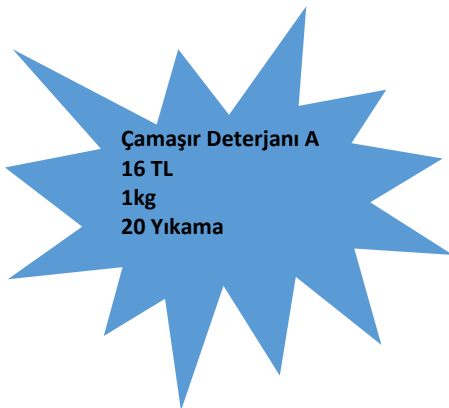
Plaja gitmek, 6. Sınıf öğrencileri için 5. sınıf öğrencilerinden daha popüler bir seçimdir.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A) Daha çok sayıda 5. Sınıf öğrencisi plaja gitmeyi seçmiştir.
- B) Sadece 6 tane 6. Sınıf öğrencisi plaja gitmemeyi seçmiştir.
- C) Daha az sayıda 6. Sınıf öğrencisi plajı seçmiştir ama sınıfta daha az öğrenci vardır.
- D) 6. Sınıf öğrencilerinin yarısından fazlası plaja gitmeyi seçmiştir ve 5. Sınıf öğrencilerinin yarısından azı plaja gitmeyi seçmiştir.

Soru 6:Çamaşır Günü



Çamaşır deterjanı A, daha karlıdır.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Çamaşır deterjanı A, daha ucuzdur.
- B. Çamaşır deterjanı B biraz daha pahalıdır ama 10 kez fazla çamaşır yıkanır.
- C. Çamaşır yıkama işlemi başına ödenen ücret daha azdır.
- D. İki çamaşır deterjanı da eşit derecede karlıdır.

Soru 7: Şarkı Söyleme

5 çocuktan oluşan bir grubun şarkı söylemesi 4 dakika sürmektedir.

10 çocuktan oluşan bir grubun aynı şarkıyı söylemesi 8 dakika sürmektedir.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Çocuk sayısını iki katına çıkarınca, şarkıyı söyleme süresi de iki katına çıkar.
- B. Çocuk sayısını iki katına çıkarmak, şarkıyı söyleme süresini yarıya indirir.
- C. Çocuk sayısı, şarkıyı söyleme süresini etkilemez.
- D. Daha fazla çocuk eklemek, şarkıyı söyleme süresini arttırır.

Soru 8:Hızlı George

Alper 100 metreyi 20 saniyede koşmaktadır.

Eğer aynı mesafeyi hızını iki kat arttırarak koşarsa, süre iki katına çıkacaktır.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Hız iki katına çıkınca, süre de iki katına çıkar.
- B. Hız iki katına çıkınca, süre yarıya iner.
- C. Mesafe değişmez.
- D. Daha hızlı koşmak, daha az zaman alır.

Soru 9:Garip Müzik

Selin, 84 TL değerinde bir iPod almak için para biriktirmeye karar verdi. Ona yardımcı olmak için, Selin'in annesi, Selin'in biriktirdiği her 2 TL için ona 5 TL vermeyi kabul etti.

Selin 24 TL biriktirdi, yani iPod alabilecek paraya sahiptir.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Selin ve annesi, iPod için gerekenden fazla paraya sahip.
- B. Selin ve annesi, iPod için gereken paraya hala sahip değil.
- C. Selin'in annesi, Selin'e 60 TL verecek.
- D. Selin'in annesi daha fazla para verirse, sorun olmayacak.

Soru 10: Çit Boyama

6 kişi 3 günde çit boyama işlemini tamamlıyor.

Herkes aynı oranda boyarsa, 12 kişinin çiti boyaması 2 gün alır.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

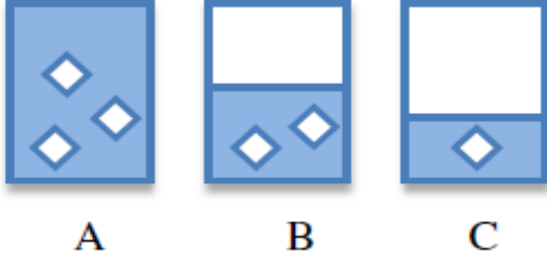
- A. Gün sayısı ile kişi sayısı çarpıldığında aynı sonuç elde edilmeli, bu yüzden 9 kişiye ihtiyaç var.
- B. Eğer süreyi 1 gün azaltırsak, kişi sayısını da 1 kişi arttırmalısınız, yani 7 kişiye ihtiyacınız var.

C. Eğer süreyi 1 gün azaltırsak, kişi sayısını da 2 kişi azaltmalısınız, yani 4 kişiye ihtiyacınız var.

D. Daha az süre olduğu için, daha fazla kişi gerekir.

Soru 11: Üç kap

Üç kaptaki farklı oranlarda su ve şeker vardır. A kabı, 3 küp şeker ile sonuna kadar suyla doludur. B kabı, 2 küp şeker ile yarı oranda suyla doludur. C kabı, 1 küp şeker ile üçte bir oranında suyla doludur.



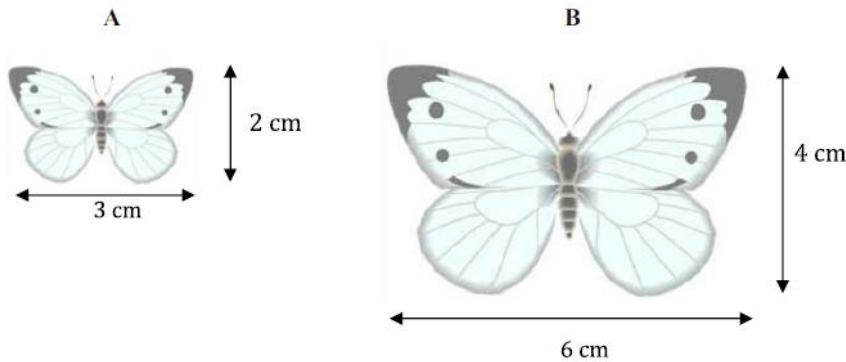
Şekerler karıştırıldığında, en tatlısı C kabı olur.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. A Kabı en tatlıdır çünkü en çok şeker ondadır.
- B. C Kabı en tatlıdır çünkü en az su ondadır.
- C. B Kabını tamamen doldurmak için, 4 küp şeker gerekir.
- D. Hepsinin tatlılık seviyesi aynıdır.

Soru 12: Böcek Çizmek



Bill iki şekil çizmiştir.

B böceğinin kapladığı alan, A böceğinin kapladığı alanın iki katıdır.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. B Böceğinin kapladığı alan, 4 kat daha büyüktür.
- B. A böceğinin genişliği, B böceğinin genişliğinin yarısıdır.
- C. B böceğinin uzunluğu, A böceğinin uzunluğunun iki katıdır.
- D. Bill yalnızca bir boyutu iki katına çıkarmıştır.

Summary

Introduction

There are many definitions on proportional reasoning in the literature. The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) defined proportional reasoning as the skills of writing quantities related proportionally, recognizing the relationship between them, solving unknown terms, using tables, graphs and equations for proportional relationships. According to Cramer, Post and Currier (1993), proportional reasoning is described as the ability to solve proportional problems, to recognize multiplicative or additive relations, to express a proportional case in a symbolic way. Proportion, regarded as one of the most fundamental subjects in the secondary school curriculum, and proportional reasoning, playing a critical role in the mathematical development of students and considered as one of the basic reasoning skills, are essential for advanced mathematical knowledge and algebraic reasoning (Fernandez, Llinares, Modestou, and Gagatsis, 2010; Langrall and Swafford, 2000; Lesh, Post and Behr, 1988). To support the development of students of appropriate additive and multiplicative reasoning strategies, the identification of the difficulties experienced by students with proportional reasoning would be a practical first step for teachers (Bright, Joyner and Wallis, 2003; Misailidou and Williams 2003; Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens and Verschaffel, 2005). This identification tool, which is utilized to determine the difficulties experienced by students in relation to proportional reasoning, would be potentially useful for teachers to select the appropriate teaching activities through which they can identify the needs of students for learning proportional reasoning (Hilton, Hilton, Dole and Goos, 2013). To that end, this study aims to identify the reasoning types used by students in proportional and non-proportional situations through a two-stage identification test.

Method

This study is considered as a non-experimental research. A cross-sectional design was employed as it was partially performed in a certain time period, and also a descriptive design was used in line with the purpose of the study to describe or depict a case or phenomenon in an accurate way. The study was carried out with a total of 146 students, including 70 students in fifth grade, 45 students in sixth grade and 31 in seventh grade. The two-stage identification test (TSIT) developed by Hilton, Hilton, Dole and Goos (2013) was employed as the data collection tool in the study. The test was administered to the students in a period of 30-40 minutes by the teachers of the course during the course. Regardless of grade level, the results of the test in each group were compared to ensure the consistency of results. The study further analysed the misconceptions and mistakes of the students in relation to proportional reasoning.

Results

It was found that less than 30% of the students in all grades correctly answered the 5th, 6th and 11th questions whereas less than 30% of the students in the 5th and 6th grade correctly answered the 2nd, 9th and 10th questions. These findings contribute to the belief in the literature that proportional reasoning is difficult and gradually

develops. While most of the students in seventh grade correctly answered the 7th and 9th questions, the answers of much less than 50% of the students in fifth and sixth grade were correct for these questions. Remarkably, the faulty reasoning of the students led them to incorrectly answer the 5th, 6th, 10th and 11th questions. Less than 30% of the students correctly answered these questions. As seen in the 2nd item, multiplicative thinking is necessary for accurately measuring the components of two mixtures.

As can be seen in Table 4, the students who chose the options of YB and YD were more common among the students in the 5th and 6th grade, and they were mistaken in using an additive strategy in proportional cases and increasing the two quantities in the same amount. As seen in the 3rd item, the question leads the students to find the unknown (missing) value in the number line. In this question, the number of the incorrect answers among the students in the 5th and 6th grade was higher than that among the students in the 7th grade. Table 4 showed that students employed absolute thinking, rather than relative thinking in this item. The fifth item is a question requiring relative thinking and an understanding of piece-whole comparison. As seen in Table 4, students realized that the question requires a piece-whole comparison, but they employed absolute thinking instead of relative thinking. In the 8th item, the question involves an inverse proportion. Table 4 demonstrated that students mistakenly employed a direct proportion rather than an inverse proportion and described the speed-time relationship in a qualitative way. The 10th item is about a case of an inverse proportion. Table 4 further indicated that students misconstrued relative amounts in formal representations and were mistaken in reading the scale from an absolute perspective without considering the value of the unit. In the 11th item, students compared either the amount of sugar (YA) or the amount of water (YB), thus employing an absolute thinking (30.9%) and failed to perform any proportional comparison between these two values. As seen in Table 4, the students recognized an inverse proportion, yet, they employed a faulty reasoning, considered an inverse relationship in a qualitative way and they were mistaken in increasing one of two quantities while decreasing the other in the same amount in an inverse proportion.

Discussion

This study explores the level of ability of students to practice proportional reasoning and additive and multiplicative thinking, and to utilize proportional or absolute thinking in different types of problems. The findings provide an insight into proportional reasoning employed by students both in proportional and in non-proportional situations. Research indicated that it is necessary for teachers to develop strategies and to be supported by activities so that they can improve conceptual understanding of students in relation to proportional reasoning (Sowder, et al. 1998). It can be stated that the measurement tool in the study is useful for proportional reasoning of students. Proportional reasoning is a subject to be emphasized, as it is essential not only for mathematics course but also for many other disciplines (Lesh, Post and Behr, 1989). For that reason, it is important that teachers primarily determine the inaccurate strategies used by students and determine their conceptual and operational deficiencies, and prepare a course plan accordingly. In that regard, the

use of this two-stage identification test provides a great advantage for teachers to describe the ability of students.

Authors' Biodata / Yazar Bilgileri

Nazan MERSİN Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Bölümünde araştırma görevlisi olarak görev yapmaktadır. Ayrıca aynı üniversitede doktora eğitimine devam etmektedir.

Nazan MERSİN is research assistant at the Department of Mathematics and Science Faculty of Educationi, Abant İzzet Baysal University. She is also continuing his doctoral studies at the same university.