

Matematik Öğretmeni Adaylarının Cebirsel İfadelere ve Denklemlere İlişkin Kavram İmajları

Reyhan Tekin Sitrava¹

Type/Tür:

Research/ Araştırma

Received/Geliş Tarihi: July 27/ 27
Temmuz 2017

Accepted/Kabul Tarihi: September
24/24 Eylül 2017

Page numbers/Sayfa No: 249–268

Corresponding Author/İletişimden
Sorumlu Yazar:

reyhan_tekin@yahoo.com



This paper was checked for plagiarism using iThenticate during the preview process and before publication. / Bu çalışma ön inceleme sürecinde ve yayımlanmadan önce iThenticate yazılımı ile taranmıştır.

Copyright © 2017 by Cumhuriyet University, Faculty of Education. All rights reserved.

Öz

Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmeni adaylarının cebirsel ifade ve denklem kavramlarına ilişkin kavram imajlarını incelemektir. Veriler, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması yöntemi kullanılarak toplanmıştır. Araştırmaya Ankara'daki bir devlet üniversitesinde İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü'nde 3. sınıfta öğrenci olan 57 öğretmen adayı katılmıştır. Katılımcılardan cebirsel ifade ve denklemi tanımlamaları ve bu kavramlarla ilgili örnek yazmaları istenmiştir. Ayrıca, tanımları birbirinden farklı olan katılımcılardan 15 tanesi seçilerek birebir yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Veriler içerik analizi yaklaşımı ile analiz edilmiştir. Veri analizine göre, 52 öğretmen adayı cebirsel ifadeyi tanımlayabilmiş fakat 5 öğretmen adayı cebirsel ifadenin tanımını bilmediklerini ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının tanımlarından yola çıkılarak cebirsel ifadeye ilişkin 3 farklı kavram imajı belirlenmiştir. Bunlar; bilinmeyenli ifadeler, matematiksel ifade ve genellemedir. Diğer taraftan, denklemi 55 öğretmen adayı tanımlamıştır ve öğretmen adayları denklem ile ilgili eşitlik, eşitsizlik ve denge olmak üzere temelde üç tip kavram imajına sahiptir. Çalışmanın bulgularına göre, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu cebirsel ifadeyi bilinmeyenli ifadeler, denklemi de eşitlik olarak tanımlamışlar. Öğretmen adaylarının cebirsel ifade ve denkleme ilişkin kavram imajları detaylı bir şekilde incelendiğinde adayların bu kavramalara ilişkin eksik ve hatalı imajlara sahip oldukları görülmektedir. Bu öğrencilerde kavram yanlışlığı oluşmasına ve ayrıca öğrencilerin bu kavramları öğrenirken zorluk yaşamalarına sebep olabilir. Bundan dolayı öğretmen eğitimcilerinin, program geliştirme uzmanları ve ders kitabı yazarlarının, öğretmen ve öğretmen adaylarının kavramların tanımlarını doğru bir şekilde öğrenmelerine yardımcı olmak için kaynaklar oluşturmaları önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Kavram imajı, kavram tanımı, cebirsel ifadeler, denklemler, ortaokul matematik öğretmeni adayları

Suggested APA Citation /Önerilen APA Atıf Biçimi:

Sitrava, R. T. (2017). Matematik öğretmeni adaylarının cebirsel ifadelere ve denklemlere ilişkin kavram imajları. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6(2), 249–268.

¹ Yrd.Doç.Dr., Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Kırıkkale/Türkiye
Asst. Prof. Dr., Kırıkkale University, Faculty of Education, Kırıkkale/Turkey
e-mail: reyhan_tekin@yahoo.com
ORCID ID: orcid.org/0000-0002-1285-2791

Prospective Mathematics Teachers' Concept Images of Algebraic Expressions and Equations

Abstract

The aim of this study is to examine prospective mathematics teachers' concept images of algebraic expressions and equations. The data were collected through case study method. The participants were 57 junior students in department of elementary mathematics education in a public university in Ankara. The participants were initially asked to provide a definition of algebraic expressions and equation and write an example regarding these concepts. Then 15 participants whose definitions were different were selected to conduct semi-structured interviews. Data were analysed via content analysis. The analysis showed that 52 prospective teachers stated that they could define algebraic expression but five of them did not know the definition of it. On the basis of prospective teachers' definitions, three concept images regarding algebraic expression were identified. These are unknown expressions, mathematical expressions and generalization. On the other hand, 55 prospective teachers could define equation and have three types of concept images which are equality, inequality and balance. Based on findings of the study, most of the prospective teachers define algebraic expressions as unknown and equation. When prospective teachers' concept images regarding algebraic expression and equation were analysed deeply, it was observed that they have deficient and incorrect concept images related to these concepts. This might cause students to develop misconceptions and to have difficulty in understanding these concepts. To prevent this, it is recommended teacher educators, curriculum developers and textbook writers to create resources to help teachers and teacher candidates in learning definitions of concepts properly.

Keywords: Concept image, concept definition, algebraic expressions, equations, prospective mathematics teachers

Giriş

Matematik kendine özgü terminolojisi olan ve çeşitli alanlara sahip evrensel bir dildir. Bu dilin öğreniminde, ilişki kurma ve öğrenme arasında bir köprü vazifesi kuran kavramlar önemli bir yere sahiptir. Kavramların matematik eğitimindeki yeri öğretim programlarında da vurgulanmaktadır. Milli Eğitim Bakanlığı'nın (MEB), 2013 yılında yayınladığı öğretim programının genel amaçları arasında, öğrencilerin matematiksel kavramları anlaması, bunlar arasında ilişkiler kurması ve kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade etmesi yer almaktadır. Aynı şekilde, ABD'de Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi'nin (NCTM: National Council of Teachers of Mathematics) raporunda kavramsal öğrenmenin ve matematiksel kavramları anlamının önemi vurgulanmıştır (NCTM, 2000).

Kavram, insan zihninde anlaşılan farklı olay, olgu, obje ve düşüncelerin ortak özelliklerine göre gruplandırılması sonucunda oluşan bilgi formu veya soyut düşünce birimidir (Ülgen, 2004). İnsanlar çocukluktan itibaren günlük yaşamlarında edindikleri bilgi ve beceriler sayesinde kavramları öğrenirler, sınıflandırır ve onlar arasında ilişkiler kurarlar (Atasayar, 2008). Benzer şekilde, çocuklar okula başlamadan önce günlük hayattan edindikleri bilgilerle matematik kavramlarını öğrenirler ve kavramları formal olmayan şekilde tanımlarlar (Tall ve Vinner, 1981). Başka bir deyişle, öğrenciler

kavramların formal tanımını öğrenmeden önce bu kavrama yönelik bir tanıma veya imaja sahiplerdir.

Tall ve Vinner (1981), Renshaw (1996) ve Schoenfeld (1998) matematiksel kavramların öğrencilerin zihninde oluşma sürecini farklı yaklaşımlarla açıklamışlardır. Bu süreci Tall ve Vinner (1981) bilişsel, Renshaw (1996) sosyo-kültürel ve Schoenfeld (1998) yapılandırmacı yaklaşımla açıklamaya çalışmışlardır. Yurt dışında ve Türkiye’de pek çok araştırmacı Tall ve Vinner’ın yaklaşımını model alarak öğrencilerin herhangi bir kavrama yönelik anlamalarını ve düşünme süreçlerini analiz etmiştir (Akkoç, 2008; Fujita ve Jones, 2007; Fujita, 2012; Türnüklü, Akkaş ve Gündoğdu-Alaylı, 2012; Vinner, 1983; Ward, 2004). Bu modele göre, bir bireyde her kavramla ilgili dolu veya boş olan iki farklı hücre vardır. Bu hücreler birbirinden bağımsız olabileceği gibi aralarında etkileşimin var olduğu kavram imajı ve kavram tanımı hücreleridir. Öğrenmenin gerçekleşebilmesi için kavram imajı ve kavram tanımı hücreleri arasında güçlü bir etkileşimin kurulması gerekmektedir (Vinner, 1991). Bunun için kavramın formal tanımı vasıtasıyla kavram imajı oluşturulması gerektiği öne sürülmüştür. Tall ve Vinner’ın (1981) modeline göre kavram tanımı, matematik otoriteleri tarafından kabul edilen ve kavramı açıklamak için kullanılan kelimeler bütünüdür. Kavram imajı ise kavrama ilişkin bireyin zihninde canlanan resimler, çağrışımlar, özellikler ve işlemler gibi bilişsel yapıların tümüdür (Tall ve Vinner, 1981). Başka bir deyişle, kavram imajı bir kavram ile ilgili kişi tarafından oluşturulan informal fikirlerdir. Gutierrez ve Jaime (1999) öğrencilerin herhangi bir kavram ile ilgili problem çözerken veya kavramı tanımlarken zihinlerinde yarattıkları kavram imajını kullandıklarını belirtmiştir. Örneğin, Fujita (2012) öğrencilerin dörtgenleri tanımlarken şekil imgesinden yararlandıklarını belirtmiştir. Bundan dolayı öğrencilerin dörtgenler arasındaki ilişkiyi anlamakta zorlandıklarını açıklamıştır. Benzer şekilde Yavuz ve Hangül (2016) öğrencilerin fonksiyon kavramına yönelik yanlış imajlara sahip olduğunu, bu konuyla ilgili soru çözerken kavram imajlarını kullandıklarını ve bu nedenle fonksiyonlar konusunu anlamakta zorlandıklarını belirtmiştir. Buradan hareketle öğrencilerin sahip olduğu yanlış veya eksik kavram imajları, öğrencilerde kavram ile ilgili kavram yanlışlığı oluşmasına veya konuyu anlamakta zorlanmalarına neden olmaktadır (Dickerson ve Pitman, 2012).

Alan yazını incelendiğinde, öğrencilerin, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematikteki birçok konuyu özellikle cebir konusunu anlamakta güçlük yaşadıkları ve kavram yanlışlıklarına sahip oldukları görülmektedir (Dede ve Argün, 2003; MacGregor ve Stacey, 1997; Perso, 1992). Örneğin, Perso (1992) çalışmasında, öğrencilerin cebir konusu ile ilgili sahip olduğu kavram yanlışlıklarını belirlemiştir. Bu çalışmaya göre, öğrenciler, harflerin alfabetik sıralamaya bağlı kalarak sayısal değer alabileceği, harflerin sadece rakam olabileceği ve her harfin sadece bir değer alabileceği, cebirde işlem sırasının önemli olmadığı gibi kavram yanlışlıklarına sahiptir (Perso, 1992). Ayrıca, değişken ve eşitlik kavramlarını bilmeme ve değişkenlerle işlem yapamama (Dede, Yalın ve Argün, 2002; Wagner, 1981) öğrencilerin cebir konusunda yaşadığı zorluklardan bazılarıdır. Cebirin, matematik öğreniminde ve öğretiminde çok önemli bir yere sahip olduğu göz önünde bulundurulduğunda

öğrencilerin cebir konusunda yaşadıkları zorlukların ve sahip oldukları kavram yanlışlarının nedenin araştırılması büyük önem taşımaktadır.

Dickerson ve Pitman'a (2012) göre öğrencilerin herhangi bir konuda zorluk yaşamalarının ve kavram yanlışlarına sahip olmalarının nedenlerinden biri o konu ile ilgili kavramlara ilişkin yanlış ve eksik kavram imajlarına sahip olmasıdır. Cebir konusunda öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışlarının nedenlerinden biri öğretmen veya öğretmen adaylarının kavram imajları olabilir. Yapılan literatür taramasından görüldüğü üzere çalışmalar genel olarak cebir konusu ile öğretmen adaylarının çeşitli matematik konularına ilişkin kavram imajlarını ayrı ayrı ele almaktadır. Ancak bu iki araştırma konusunu bütüncül bir bakış açısıyla ele alan araştırmalara rastlanmamıştır. Bu eksikliği gidermek için öğretmen adaylarının cebir konusunda sahip oldukları kavram imajlarını araştırmak alan yazınına büyük ölçüde katkı sağlayacaktır. Bunun yanında, öğrencilerin bir konuyu anlamlı bir şekilde öğrenmelerinde ve yaşadıkları zorlukları gidermede elbette ki öğretmenlerinin rolü çok büyüktür (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Ayrıca, sınıflarda konuların öğretilmesinde ve öğrenciler tarafından öğrenilmesinin sağlanmasında geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adayları birinci derecede sorumlu olan kişilerdir. Öğretmen adaylarının cebirsel ifadeler ve denklemler konusunda sahip oldukları kavram imajları, öğrencilerinin cebiri anlamlı bir şekilde öğrenmelerine yardımcı olacaktır. Buradan hareketle, bu çalışma öğretmen adaylarının cebir konusunun önemli iki kavramı olan cebirsel ifade ve denklem kavramlarına ilişkin kavram imajlarını ortaya çıkarmayı hedeflemektedir. Bu amaçla çalışmada, matematik öğretmeni adaylarının cebirsel ifadelere ve denklemlere ilişkin sahip oldukları kavram imajlarının neler olduğu sorusuna cevap aranmıştır.

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Bu çalışmada, verilerinin toplanması, analizi ve yorumlanmasında nitel araştırma yaklaşımları arasında yer alan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması yöntemi bir kişiyi, bir programı veya bir grubu derinlemesine incelemeyi amaçlamaktadır (Merriam, 1998). Ayrıca, durum çalışması, bir veya birkaç durumu sınırlı bir sistem içinde birden fazla veri toplama yöntemi kullanarak derinlemesine incelemek için uygulanır. Bu çalışmada sınırlı örneklem ile matematik öğretmeni adaylarının denklem ve cebirsel ifade kavramlarına ilişkin kavram imajları farklı veri toplama araçları (görüşme formu ve yarı yapılandırılmış görüşme) yardımıyla derinlemesine incelendiği için çalışmanın yöntemi durum çalışması olarak belirlenmiştir.

Katılımcılar

Bu çalışma, Ankara'da bir devlet üniversitesindeki 3. Sınıf İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü'nde öğrenim görmekte olan ve Öğretim Yöntemleri I ve II derslerini alan 57 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Katılımcıların cebir konusu hakkında detaylı bilgiye sahip olmalarını sağlamak için çalışma 2015-2016 eğitim-öğretim yılının bahar döneminin son haftasında gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilerin, Yüksek Öğretim Kurumu'nun belirlemiş olduğu Eğitim Fakültesi Öğretmen Yetiştirme Lisans Programları (YÖK: Yüksek Öğretim Kurumu) (2007)

gereği veri toplama aracındaki kavramları ve özelliklerini öğrenmiş olmaları beklenmektedir. Öğretmen adaylarının denklem ve cebirsel ifade kavramlarına ilişkin imajlarını ve örneklerini daha detaylı araştırmak için maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi kullanılarak 15 öğretmen adayı seçilmiştir. Amaçlı örnekleme çeşitlerinden biri olan maksimum çeşitlilik örneklemesinde amaç genelleme yapmaktan ziyade çeşitliliğin var olduğu durumlar arasında benzerliklerin olup olmadığını araştırmaktır. Eğer çeşitlilik var ise bu çeşitliliğe göre veriyi analiz etmektir (Şimşek ve Yıldırım, 2011). Buradan hareketle, 57 öğretmen adayından elde edilen sonuçlar neticesinde farklı kavram imajlarına sahip 15 öğretmen adayı ile yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmış ve çalışmanın araştırma sorularına cevap verebilmek için daha detaylı veriler elde edilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Bu araştırmanın verileri açık uçlu 2 sorudan oluşan görüşme formu ve yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Veri toplama iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Birinci aşamada, 57 öğretmen adayına aşağıdaki sorular sorulmuştur:

1. Cebirsel ifade nedir? Açıklayınız. Cebirsel ifade ile ilgili bir tane örnek yazınız.
2. Denklem nedir? Açıklayınız. Denklem ile ilgili bir tane örnek yazınız.

İkinci aşamada ise öğretmen adaylarının sahip olduğu kavram imajlarının çeşitliliğini artırmak için farklı kavram imajlarına sahip 15 öğretmen adayı ile görüşmeler yapılmış ve sahip oldukları kavram imajlarına yönelik daha detaylı bir bilgi elde edilmeye çalışılmıştır. Görüşmede öğretmen adaylarından öncelikle yaptıkları tanımları açıklamaları istenmiş ve gerek görüldüğünde yeni sorular sorularak cebirsel ifade ve denklem kavramına ilişkin sahip oldukları kavram imajlarına ulaşılmaya çalışılmıştır. Veri kaybını önlemek amacıyla katılımcıların izniyle görüşmeler video kameraya çekilmiş ve yaklaşık 15 dakika sürmüştür.

Veri Analiz Yöntemi

Çalışma kapsamında katılımcıların cebirsel ifadeler ve denklem kavramlarına ilişkin yaptıkları tanımlardan elde edilen veriler, Pilkington (2001) tarafından önerilen içerik analizi yaklaşımı ile analiz edilmiştir. Bu doğrultuda, tüm katılımcıların her iki kavram içinde yaptıkları tanımlar ayrı ayrı incelenmiş ve kodlar belirlenmiştir (Patton, 2002). Kodlar belirlenirken, her bir kodun cebirsel ifadenin ve denklemin ne olduğunu belirten yargıyı yansıtacak şekilde olmasına özen gösterilmiştir. Birbirini kapsayan kodlar birleştirilmiş ve kategoriler oluşturulmuştur. Kategoriler tekrar gözden geçirilmiş ve birbirine yakın olan kategorilerden temalar elde edilmiştir. Her bir tema, cebirsel ifade ve denklem ile ilgili katılımcılar tarafından yapılan tanımların bir özelliğine işaret etmektedir. Her iki kavram için belirlenen temaların son hali ile ilgili alanda uzman bir öğretim üyesinin görüşleri alınmış ve temalara ilişkin %80'nin üzerinde görüş birliği olduğu görülmüştür. Farklı şekilde yorumlanan katılımcıların cevapları tekrar incelenmiş ve fikir birliğine varılıncaya kadar

tartışılmıştır. Kodlamada yapılan değişikliklerle birlikte temalarda da değişiklikler yapılmış ve veri analizi sonlandırılmıştır. Bu şekilde yapılan bir veri analizi ile çalışmanın güvenilirliği sağlanmıştır (Green ve Gilhooly, 1996). Ayrıca, 57 öğretmen adayından elde edilen bulguları desteklemek için 15 öğretmen adayı ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

Bulgular

Araştırma kapsamında elde edilen veriler incelendiğinde, cebirsel ifadelere ilişkin bilinmeyenli ifadeler, matematiksel ifade ve genelleme temaları belirlenmiştir. Diğer taraftan, öğretmen adaylarının denklemler ile ilgili eşitlik, eşitsizlik ve denge kavram imajlarına sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Bu bölümde, öğretmen adaylarının cebirsel ifadeler ve denklemler ile ilgili kavram imajları ayrı ayrı incelenmiş ve ortaya çıkan temalarla açıklanmıştır.

Öğretmen Adaylarının Cebirsel İfadelere İlişkin Kavram İmajları

Çalışmanın veri toplama aşamasında öğretmen adaylarından cebirsel ifadeyi tanımlamaları istenmiştir. 57 öğretmen adayından 52 si cebirsel ifadeyi tanımlayabilmiş fakat 5 tanesi cebirsel ifadenin tanımını bilmediklerini ifade etmiştir.

52 öğretmen adayının tanımından yola çıkarak cebirsel ifadeye ilişkin 3 farklı tema belirlenmiştir. Bunlar; bilinmeyenli ifadeler, matematiksel ifade ve genellemedir. En genel haliyle öğretmen adayları cebirsel ifadeyi içinde bilinmeyen bulunan ifadeler, matematiksel olarak ifade edebildiğimiz tüm ifadeler ile matematiksel işlemler, aritmetik ve örüntülerin genellenmesi olarak tanımlamışlardır. Tablo 1’de öğretmen adaylarının sahip olduğu temalar, temaların açıklaması ve temalara ilişkin frekans ve yüzde analizleri sunulmuştur.

Tablo 1

Cebirsel İfade İle İlgili Kavram İmajlarına İlişkin Temalar, Temaların Açıklamaları, Temalara Ait Frekanslar Ve Yüzdeler

Tema	Temanın Açıklaması	Kategori	Kişi Sayısı (n)	Yüzde* (f)
Bilinmeyenli ifadeler	İçinde bilinmeyen bulunan ifadeler	Bilinmeyen	31	59
		Bilinmeyen ve Sayılar	4	8
		Bilinmeyen ve İşlem	4	8
Matematiksel ifade	Matematiksel olarak ifade edebildiğimiz tüm ifadeler		7	13
Genelleme	Matematiksel işlemler, aritmetik ve örüntülerin genellenmesi		6	12
Toplam			52	100

*Yüzdeler cebirsel ifade tanımı veren katılımcılar dikkate alınarak hesaplanmıştır.

Bilinmeyenli ifadeler. Tablo 1’de görüldüğü üzere, cebirsel ifadeyi tanımlayabilen öğretmen adaylarından yarısından fazlası (%75) cebirsel ifadeyi

bilinmeyenli ifade olarak tanımlamışlardır. Veri analizi sonucunda bu öğretmen adaylarının bilinmeyenli ifadeler tanımının altında 3 farklı kavram imajı olduğu görülmektedir: bilinmeyenler, bilinmeyen ve sayılar ile bilinmeyen ve işlemler.

Otuz bir öğretmen adayı (%59) cebirsel ifadeye ilişkin genel bir tanım yapmış ve cebirsel ifadenin “içinde bilinmeyen bulunan ifadeler” olduğunu belirtmiştir. Yapılan bire-bir görüşmelerde öğretmen adayları bu tanımı detaylandırmıştır. Katılımcı 10 ile yapılan görüşme örnek olarak verilmiştir:

Araştırmacı: Cebirsel ifadeyi içinde bilinmeyen bulunan ifade olarak tanımlamışsın. Tam olarak ne demek istediğini açıklar mısın?

Katılımcı 10: x, y, ve z gibi bilinmeyenlerden oluşan ifade.

Araştırmacı: Cebirsel ifadeler sadece x, y ve z den mi oluşur?

Katılımcı 10: Hayır. Hımmm....Yani $a+3$ de cebirsel ifadedir.

Otuz bir öğretmen adayının tümünün verdiği örnekler Katılımcı 10'nun verdiği örneğe benzerdir. Yani öğretmen adayları cebirsel ifadeyi, içinde bilinmeyen bulunan ifadeler olarak tanımlamalarına rağmen verdikleri örnekler bilinmeyen, sabit terim ve matematiksel işlem içermektedir. Başka bir deyişle, öğretmen adaylarının cebirsel ifade tanımları ile verdikleri örnekler tam anlamıyla uyuşmamaktadır.

Bunun yanında, 4 öğretmen adayı (%8) cebirsel ifadeyi “bilinmeyen ve sayılar” olarak zihninde kodlamıştır. Bu öğretmen adaylarından biri ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıda örnek olarak verilmiştir:

Araştırmacı: Cebirsel ifadeyi içinde bilinmeyen ve sayıların olduğu ifadeler olarak tanımlamışsın. Tam olarak ne demek istediğini açıklar mısın?

Katılımcı 18: Yani şey....Cebirsel ifade denince benim aklıma bilinmeyen ve yanındaki sayılar geliyor.

Araştırmacı: Yanındaki sayılar derken ne demek istedin?

Katılımcı 18: Yani mesela $10x$ gibi. Araştırmacı: Verdiğin örnekten şunu anlıyorum. Sayılar bilinmeyenin katsayısı olacak, doğru mu?

Katılımcı 18: Mutlaka katsayı olması gerekmiyor. $10x-5$ te olabilir.

Dört öğretmen adayı, cebirsel ifadede bilinmeyen ve sayıların bir arada olabileceğini ifade etmesine rağmen bilinmeyen ve sayılar arasındaki işlemlere vurgu yapmamışlardır. Başka bir deyişle, öğretmen adayları cebirsel ifadeyi bilinmeyen ve yanındaki sayılar olarak zihinlerinde kodlamışlar ve bu kavram imajları ile örtüşecek örnekler vermişlerdir.

Bunun yanında cebirsel ifadeyi tanımlayan öğretmen adaylarından 4 tanesi (%8) cebirsel ifadenin bilinmeyen ve işlem içeren ifadeler olduğunu belirtmiştir. Bu öğretmen adaylarından Katılımcı 54 ile yapılan bire-bir görüşmeden bir kesit örnek olarak verilmiştir.

Araştırmacı: Cebirsel ifadeyi içinde bilinmeyen ve işlem bulunan ifadeler olarak tanımlamışsın. Tam olarak ne demek istediğini açıklar mısın?

Katılımcı 54: Şöyle ki bir ifadenin cebirsel ifade olması için bilinmeyenin olması yeterli değildir. Matematiksel işleminde mutlaka olması gerekir.

Araştırmacı: Matematiksel işlem derken ne demek istedin?

Katılımcı 54: Bilinmeyenler ile bir sayının çarpılması, toplanması veya çıkarılması gerekir.

Katılımcı 54 örnek olarak $3x+5$ ifadesini cebirsel ifadeye örnek olarak vermiştir. Diğer katılımcılarda benzer örnekler vermişlerdir. Başka bir deyişle, katılımcıların verdiği örnekler ile tanımları birbiri ile uyumaktadır.

Matematiksel ifadeler. Yedi öğretmen adayı (%13) cebirsel ifadenin matematiksel ifade olduğunu belirtmişlerdir. Bu öğretmen adaylarından Katılımcı 24 ile yapılan bire-bir görüşmeden bir kesit örnek olarak verilmiştir:

Araştırmacı: Cebirsel ifadeyi matematiksel olarak ifade edebildiğimiz denklem olarak tanımlamışsın. Tam olarak ne demek istediğini açıklar mısın?

Katılımcı 24: Yani sözel bir ifade veriliyor ve biz bunu matematiksel olarak yazıyoruz. Buna cebirsel ifade denir.

Araştırmacı: Peki denklem demişsin. Ne demek istedin?

Katılımcı 24: Yazdığımız matematiksel ifadeyi çözüyoruz. Bu da denklem oluyor.

Araştırmacı: Yazdığımız her ifade denklem mi oluyor yani?

Katılımcı 24: İşte denklemlerde uğraştığımız konuya cebirsel ifade diyoruz.

Araştırmacı: Ne demek istedin? Biraz daha açıklar mısın?

Katılımcı 24: Yani çözmemiz gerekirse denklem oluyor.

Araştırmacı: Çözmemiz gerekirse ne demek peki?

Katılımcı 24: Yani denklemler, eşitlik varsa

Araştırmacı: Eşitlik yoksa

Katılımcı 24: O zaman gene cebirsel ifade oluyor.

Araştırmacı: Örnek verebilir misin?

Katılımcı 24: $7x+6$ mesela.

Cebirsel ifadeyi matematiksel ifade olarak tanımlayan diğer katılımcılarda, Katılımcı 24 gibi cebirsel ifadeyi benzer şekilde tanımlamış ve benzer örnekler vermişlerdir. Bu katılımcılar arasından bir tanesi (Katılımcı #30) cebirsel ifadeye örnek olarak sayılar demiştir. Bu öğretmen adayı birebir görüşme esnasında matematikteki tüm konuların cebirsel ifade ile ilgili olduğunu belirtmiştir.

Genelleme. 52 öğretmen adayından 6 sı (%12) cebirsel ifadeyi genelleme olarak tanımlamıştır. Veri analizine göre, 3 öğretmen adayı cebirsel ifadeyi "örüntülerin genellemesi" olarak ifade etmiştir. Buna ek olarak, Katılımcı 51 "sayıların genellenmiş hali" olarak ifade ederken, Katılımcı 12, cebirsel ifade için "matematiksel işlemler, aritmetik ve örüntülerin oluşturduğu yapı" tanımını yapmıştır. Son olarak Katılımcı 11 "aritmetiğin genellenmesi" olduğunu söylemiştir. Örnek olarak, Katılımcı 11 ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Cebirsel ifadeyi aritmetiğin genellenmesi olarak tanımlamışsın. Tam olarak ne demek istediğini açıklar mısın?

Katılımcı #11: Mesela $2n+1$, tek sayıların genellemesi.

Araştırmacı: Mutlaka genelleme mi olması gerekiyor?

Katılımcı #11: Genellemeleri bilinmeyenlerle yazıyorum. Bu da cebirsel ifadedir.

Elli yedi öğretmen adayından 3 tanesi cebirsel ifadenin tanımını bilmediğini belirtmiş ve cebirsel ifadeye örnek verememiştir. Fakat 2 öğretmen adayı cebirsel ifadeyi tanımlayamamalarına rağmen örnek yazmıştır.

Ortaokul matematik öğretmeni adaylarından cebirsel ifadeyi tanımlayabilenlerin büyük çoğunluğu cebirsel ifadenin bilinmeyenli ifadeler olduğunu belirtmişler. Genelleme ve matematiksel ifade olarak tanımlayan öğretmen adaylarının sayısı ise azdır. Bu öğretmen adayları cebirsel ifade ile ilgili sadece bir tanım yapmışlar ve tanımlarını detaylandırmamışlardır.

Öğretmen Adaylarının Denklem İlişkin Kavram İmajları

Araştırma kapsamında elde edilen veriler incelendiğinde, 57 öğretmen adayından 55 tanesi denklem ile ilgili bir tanım yapmış olmasına rağmen 2 tanesi denklemi bilmediklerini ifade etmiştir. Denklem tanımı yapan öğretmen adaylarının denklem ilişkin kavram imajlarını yansıtan bir gruplama oluşmuştur. Bu gruplama, Tablo 2'de özet olarak verilmiştir. Bu tabloya göre, öğretmen adayları denklem ile ilgili temelde üç tip kavram imajına sahiptir. En genel haliyle öğretmen adayları denklemi bilinmeyenler, cebirsel ifadeler, eşit durumlar, eşitsizlik ve denge kavramlarını kullanarak tanımlamışlardır.

Tablo 2

Denklem İle İlgili Kavram İmajlarına İlişkin Temalar, Temaların Açıklamaları, Frekanslar Ve Yüzdeler

Tema	Temanın Açıklaması	Kategori	Kişi Sayısı (n)	Yüzde*(%)
Eşitlik	Bilinmeyen olduğu eşitlikler	Bilinmeyenler	34	62
		Cebirsel ifadeler	11	20
		Eşit durumlar	5	9
Eşitsizlik	Aralarında eşitsizlik bulunan iki ifadenin oluşturdu yapı		2	4
Denge	İçinde en az bir bilinmeyen bulunan denge durumu		3	5
Toplam			55	100

*Yüzdeler denklem tanımı yapan katılımcılar dikkate alınarak hesaplanmıştır.

Eşitlik. Elde edilen veriler, denklem tanımı yapabilen öğretmen adaylarının %91'inin denklemi eşitlik olarak tanımladığını göstermektedir. Bu öğretmen adayları, denklemi eşitlik olarak tanımlarken üç kavramın üzerinde durmuştur. Bunlar: bilinmeyenler, cebirsel ifadeler ve eşit durumlardır.

Denklemi tanımlayan 55 öğretmen adayından 34 tanesi (%62) denklemi içinde bilinmeyen olan eşitlikler olarak tanımlamıştır. Bu öğretmen adaylarından birinin (Katılımcı 15) yaptığı açıklamalara ait görüşme verileri aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: Denklemi, içinde bilinmeyen olan eşitlikler olarak tanımlamışsın. Biraz detaylandırır mısın?

Katılımcı 15: Bence denklem, aynı zamanda bir eşitlik belirten farklı bilinmeyenler bulunduran ifadelerdir.

Araştırmacı: Örnek verebilir misin?

Katılımcı 15: $3x+4=15$

Araştırmacı: Peki başka örnek verebilir misin?

Katılımcı 15: Tabi ki. $5x+8=11$

Araştırmacı: Verdiğin örneklerden şunu anlıyorum. Denklemde eşitliğin bir tarafında bilinmeyen olması gerekiyor, öyle mi?

Katılımcı 15: Hayır, öyle değil. Mesela, $5x+2= 3x-8$ de bir denklemdir.

Öğretmen adayları denklemi bilinmeyenler olarak zihninde kodlamalarına rağmen verdikleri örnekler sayıları da içermektedir. Fakat denklemi, içinde bilinmeyen bulunan eşitlikler olarak tanımlayan 34 öğretmen adayından 6 tanesi denklem tanımını detaylandırmış ve denklemi, bilinmeyen ve sayıların olduğu ve eşitlik sayesinde bilinmeyeni bulabileceğimiz sistemler olarak tanımlamışlardır. Bu öğretmen adaylarından birine ait görüşme verisinden bir kesit aşağıda sunulmuştur.

Katılımcı 52: Denklem...Mesela $2x+5=7x+7$ dir.

Araştırmacı: Denklem örnek verdin sanırım. Peki nasıl açıklarsın?

Katılımcı 52: Yani denklem, bilinmeyen, sayılar ve eşitlikten oluşan ve bilinmeyeni bulabildiğimiz sistemlerdir.

Bunun dışında 55 öğretmen adayından 11 tanesi (%20) ise denklemi tanımlarken cebirsel ifade kavramını kullanmışlardır ve cebirsel ifadelerin bir eşitlik kullanılarak başka bir ifadeye eşit olmasına denklem denildiğini ifade etmişlerdir. Elde edilen veriler detaylı bir şekilde analiz edildiğinde, 11 öğretmen adayından 5 tanesi (%9) cebirsel ifadelerin sabit bir sayıya eşitleneceğini, 2 tanesi (%4) sifıra eşitleneceğini ve 4 tanesi (%7) ise yine bir cebirsel ifadeye eşitleneceğini belirtmiştir. Katılımcı 31 ile yapılan görüşmeden bir kesit örnek olarak verilmiştir.

Araştırmacı: Denklem tanımını yazmanı istemiştin. Cebirsel ifadelerin eşitliği olduğunu yazmışsın. Biraz detaylandırır mısın? Ne demek cebirsel ifadelerin eşitliği?

Katılımcı 31: Bir önceki soruda cebirsel ifadeyi tanımlamıştık. Cebirsel ifade bilinmeyenin bulunduğu ifadedir. Yani bilinmeyenlerin eşitliğidir.

Araştırmacı: $x=3y$ gibi mi?

Katılımcı 31: Olabilir ama şöyle de olur $2x+7= 3x+5$. Yani cebirsel ifadeleri eşitlememiz denklem oluyor.

Katılımcı 31'in söylediklerinden yola çıkarak daha detaylı veri analizi yapıldığında, denklemi cebirsel ifadelerin eşitliği olarak tanımlayan öğretmen adaylarının hepsinin cebirsel ifadeyi bilinmeyenli ifadeler olarak tanımladığı görülmektedir.

Diğer taraftan 5 öğretmen adayı (%9), denklemi sadece eşitlik içeren durumlar olarak tanımlamışlardır. Bu öğretmen adaylarından 4 tanesi denklem tanımı yaparken sadece eşitlik kavramını kullanmalarına rağmen verdikleri örneklerde bilinmeyen olduğu tespit edilmiştir. Örneğin, Katılımcı 38, $x+3=5$ şeklinde bir örnek verirken Katılımcı 41 ise $2x=4$ bir denklem olduğunu ifade etmiştir. Fakat Katılımcı 26, $5=5$ i denkleme örnek olarak vermiştir.

Eşitsizlik. Çalışmaya katılan ve denklem tanımını yapan öğretmen adaylarından sadece 2 si (%4) (Katılımcı 23 ve Katılımcı 30) denklemi eşitsizlik olarak tanımlamıştır. Bu katılımcıların denklem tanımları aşağıdaki veri kesitlerinde sunulmuştur.

Katılımcı 23: Denklem, şey, denklem, cebirsel ifadelerin bir sayı ile karşılaştırılmasıdır.

Araştırmacı: Ne demek istediğini açıklar mısın?

Katılımcı 23: Şöyle, yani, bir cebirsel ifade yazayım. $x-5$. Bunun bir sayıdan büyük mü yoksa küçük mü olduğunu ifade etmek denklemdir.

Araştırmacı: Peki, bir denklem yazar mısın?

Katılımcı 23: İşte, $x-5>10$. Bu bir denklemdir.

Katılımcı 30: Denklemi şöyle tanımlarım. Aralarında eşitsizlik bulunan iki cebirsel ifadenin oluşturduğu yapıdır bence.

Araştırmacı: Anladığım kadarıyla cebirsel ifadeleri karşılaştırıyoruz.

Katılımcı 30: Evet.

Araştırmacı: Bir örnek yazabilir misin?

Katılımcı 30: Mesela, $2x+5<8+x$.

İki katılımcıdan elde edilen verilerden yola çıkarak bu öğretmen adaylarının denklemi karşılaştırma yapmak olarak algıladığı söylenebilir.

Denge. Çalışma verilerinden elde edilen sonuçlara göre 3 öğretmen adayı (%5) denklemi denge olarak tanımlamıştır. Katılımcı 11 denklemi bir denge olarak tanımlamış ve yarı yapılandırılmış görüşme esnasında açıklama yapması istendiğinde tanımı detaylandıramamıştır. Katılımcı 17 ise denklemi bazı değerler için eşitliğin iki tarafının birbirine denk olması şeklinde açıklamıştır. Son olarak, Katılımcı 27 içerisinde en az bir bilinmeyen bulunan denge durumu olduğunu ifade etmiştir. Katılımcı 17 ve Katılımcı 27 ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşme denge durumunun ne anlama geldiği sorulmuştur. İki katılımcı da benzer açıklamayı yapmıştır. Katılımcı 27 ile yapılan görüşmeden bir kesit örnek olarak verilmiştir:

Araştırmacı: Denklem tanımını yazmanı istemiştin. İçerisinde en az bir bilinmeyen bulunan denge durumu olduğunu yazmışsın. Biraz detaylandırır mısın? Denge durumu demekle ne demek istedin?

Katılımcı 27: Denge demek eşitlik demektir. Yani bilinmeyenli ifadelerin eşitliğidir.

Denklemi denge olarak tanımlayan öğretmen adaylarından bir tanesi denklem ile denge arasındaki bağlantıyı kuramamıştır. Fakat diğerleri (Katılımcı 17 ve Katılımcı 27) denklemin içinde bilinmeyen ve eşitliğin olması gerektiğini ifade etmişlerdir. Başka bir deyişle, eşitlik olduğunu belirtmek istemişlerdir.

Sonuç olarak, denklemi tanımlayabilen ortaokul matematik öğretmeni adaylarının büyük çoğunluğu denklemi eşitlik olarak zihinlerinde kodlamıştır. Bu öğretmen adayları eşitlik ile farklı ifadeleri bir araya getirerek denklemi tanımlamışlardır. Bunlar eşitlik ve bilinmeyenler, eşitlik ve cebirsel ifade ile sadece eşit durumlardır. Ayrıca denklemin eşitsizlik ve denge olduğunu ifade eden öğretmen adayları bulunmaktadır. Cebirsel ifadede olduğu gibi tüm öğretmen adayları denklem ile ilgili sadece bir tane tanım yapmışlar ve tanımlarını detaylandırmamışlardır.

Tartışma ve Sonuç

Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının cebirsel ifade ve denklem kavramına ilişkin imajlarını belirlemek amacıyla öğretmen adaylarından cebirsel ifade ve denklemi tanımlamaları ve bu kavramlarla ilgili örnek yazmaları istenmiştir. Bulgular doğrultusunda aşağıda yer alan sonuçlara ulaşılmıştır.

Veri analizi sonucunda öğretmen adaylarının cebirsel ifadeye ilişkin kavram imajlarının bilinmeyenli ifadeler, matematiksel ifadeler ve genelleme olmak üzere 3 temadan oluştuğu görülmektedir. Cebirsel ifade denince öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun aklına bilinmeyen gelmektedir. Çalışmanın bulgularına paralel olarak Chalouh ve Herscovics (1988) de cebirsel ifadenin tanımının değişken içeren ifadeler şeklinde yapıldığını ifade etmiştir. Ayrıca Akkaya ve Durmuş (2006) da bilinmeyenlerin cebirsel ifadenin temelini oluşturduğunu belirtmiştir. Fakat ortaokul matematik müfredatında verilen tanıma göre bu tanım doğru olmasına rağmen eksik bir tanımdır (MEB, 2013). Altıncı sınıf programında cebirsel ifadenin tanımı yapılırken en az bir bilinmeyen ve işlem içeren ifadeler olduğunun vurgulanması gerektiği ifade edilmiştir. Chalouh ve Herscovics (1988) belirttiği gibi cebirsel ifadeyi içinde bilinmeyen bulunan ifade olarak tanımlamak öğrencilerin bu kavramı anlamaları için yeterli değildir. Ayrıca bu tanım öğrencilerin zihninde kavram yanılgısı oluşmasına sebep olabilir. Cebirsel ifadeyi bu şekilde öğrenen öğrenci, cebirsel ifadede katsayı, sabit terim ve işlem olabileceğini düşünemeyebilir. $3x$, $7x+9$ gibi sayı ve işlem içeren cebirsel ifadelerin farklı kavramlar olduğu yanılgısına düşebilir. Cebirsel ifadeyi tanımlayabilen öğretmen adaylarının bir kısmı tanımlarını detaylandırmıştır. Cebirsel ifadeyi bilinmeyen ve sayılar içeren ifadeler olarak tanımlayan öğretmen adayları olduğu gibi bilinmeyen ve işlemler olarak tanımlayanlar da olmuştur. Bilinmeyen ve sayılar olarak tanımlayan öğretmen adayları cebirsel ifadede işlemin de olması gerektiğini ifade etmemişlerdir. Oysaki verdikleri örneklerde ($10x-5$ gibi) sayılar ve bilinmeyenler arasında işlemler olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının tanımları ile örnekleri arasındaki tutarsızlığın nedenlerinden biri bir kavramın tanımının o kavrama ilişkin önemli özellikleri içermesi gerektiğini bilmemelerinden

kaynaklanıyor olabilir. Diğer neden ise tanımın matematik öğretiminde çok önemli bir yere sahip olduğunun farkında olmamaları olabilir. Oysaki Long ve DeTemple (2003) bir kavramı anlamak için öncelikle kavramın tanımının bilinmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Cebirsel ifade tanımını yapan öğretmen adaylarından sadece %8'i cebirsel ifadeyi bilinmeyenler ile bir sayının çarpılması, toplanması veya çıkarılması olarak tanımlamıştır. Bu tanım ortaokul matematik müfredatında belirtilen tanımla bire bir örtüşmektedir (MEB, 2013). Öğretmen adaylarının cebirsel ifade kavramını öğretirken aritmetik işleme vurgu yapması öğrencilerde işlem ile bilinmeyen arasındaki ilişkiyi anlamalarını sağlayacaktır. Böylece öğrenciler, cebirin matematiğin genel sayı çözümlerini ve ilişkileri gösteren bir branşı olduğunu ve harfleri kullanarak hesap yapmamızı sağlayan bir araç olduğunu anlamış olurlar (Kieran, 1992). Aksi takdirde öğrenciler için cebir harfli ifadeler olmaktan öteye geçemez. Bu da öğrencilerin cebiri anlamakta zorluk çekmelerine neden olabilir.

Cebirsel ifadeyi bilinmeyenli ifadeler olarak tanımlamanın yanı sıra 13 öğretmen adayı cebirsel ifadeyi matematiksel ifade ve genelleme olarak tanımlamışlardır. Matematiksel ifade tanımı çok genel bir tanım olup öğrenciler için açıklayıcı bir tanım değildir (Chalouh ve Herscovics, 1988). Ayrıca bu tanım öğrencilerde kavram yanılgısı oluşturabileceği gibi öğretmen adaylarında da kavram yanılgısına sebep olabilir. Öğretmen adaylarından birisi cebirsel ifadenin sayılar olduğunu belirtmiştir. Bu bulgudan hareketle, geleceğin öğretmeni olan öğretmen adaylarının cebirsel ifade ile ilgili hatalı bir kavram imajına sahip olduğu anlaşılmaktadır. Diğer taraftan, bazı öğretmen adayları cebirsel ifadeyi, aritmetiğin genellenmiş hali ve sayıların genellenmiş hali olarak tanımlamıştır. Literatüre bakıldığında, birçok araştırmacının (Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg ve Stephens, 2005; Linchevski, 1995; Samo, 2009) tanımı ile öğretmen adaylarının bu tanımının aynı olduğu söylenebilir. Ayrıca, cebirsel ifadeyi örüntülerin genelleme olarak ifade eden öğretmen adayları da olmuştur. Bu öğretmen adaylarının kavram imajları ortaokul matematik müfredatında belirtilen tanım ile paralellik göstermektedir (MEB, 2005). Cebirsel ifade kavramını açıklarken öğretmen adaylarının cebirsel ifadeyi genelleme olarak tanımlaması öğrencilerde kavram yanılgısı oluşmasına engel olabilir. Çünkü Dede ve diğ. (2002) değişkenlerin genelleme yapmadaki rolünün bilinmemesinin öğrencilerde kavram yanılgısı oluşmasına sebep olabileceğini belirtmiştir. Buradan hareketle öğretmen adaylarının cebirsel ifadeyi genelleme olarak tanımlaması bu kavramın öğretimi açısından önemli bir yere sahiptir.

Çalışmanın diğer boyutu ise ortaokul matematik öğretmeni adaylarının denklem kavramına ilişkin kavram imajlarının incelenmesidir. Araştırmanın bulguları analiz edildiğinde öğretmen adaylarının denklem kavramına ilişkin farklı kavram imajlarına sahip olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarından büyük çoğunluğu denklemi eşitlik olarak tanımlamışlardır. Bu bulguya paralel olarak geçmiş çalışmalarda da iki cebirsel ifadenin eşitlik ile bir araya getirilmesine denklem denildiğini belirtilmiştir (Egodawatte, 2011; Palabıyık ve Akkuş-İpşir, 2011). Başka bir deyişle, öğretmen adayları eşitlik ile denklem arasında bağlantı kurmuşlardır. Literatürde yer alan benzer çalışmalarda

denklem ile eşitlik arasındaki bağlantının kurulmasının denklem çözümlerinin doğru bir şekilde yapılması için önemli olduğu vurgulanmıştır (Alibali, Knuth, Hattikudur, McNeil ve Stephens, 2007; Kieran, 1992; Knuth vd., 2005; Knuth, Stephens, McNeil ve Alibali, 2006). Ayrıca denklemi eşitlik olarak tanımlayan öğretmen adaylarının denkleme ilişkin verdikleri örnekler de tanımları ile bire bir örtüşmektedir. Denklemi eşitlik olarak tanımlayan öğretmen adaylarına paralel olarak bazı öğretmen adayları denklemin denge olduğunu belirtmişlerdir. Bu öğretmen adayları denge ile eşitlik kelimesinin aynı anlama geldiğini düşünerek denklemi eşitlik olarak tanımlamışlardır. En genel haliyle denklemi eşitlik veya denge olarak tanımlayan öğretmen adaylarının kavram imajları benzer çalışmalarda belirtilen tanımlar ve ortaokul matematik programında yer alan denklem tanımlarıyla örtüşmektedir (Egodawatte, 2011; MEB, 2013; Palabıyık ve Akkuş-İpşir, 2011). Net bir şekilde ifade etmek gerekirse, 7. sınıf ders kitabında "İçinde bilinmeyen bulunan ve bilinmeyen bazı değerleri için doğru olan eşitliklere denklem denir" şeklinde tanımlanmıştır (Keskin, 2016, s.68)

Çalışmanın önemli bulgularından biri, öğretmen adaylarından %4'ünün denklem tanımı diğer adayların tanımının tam tersi olmasıdır. Başka bir deyişle, bu adaylar denklemin eşitsizlik olduğunu belirtmişlerdir. Buradan hareketle, ortaokul matematik öğretmeni adaylarından bazılarının denkleme ilgili kavram imajı hücrelerinde (Tall ve Vinner, 1981) denklem ile eşitsizliğin aynı hücrede bulunduğu sonucuna ulaşılabilir. Bu adayların verdikleri örnekler ile kavram imajları da birbiri ile örtüşmektedir. Bu öğretmen adayları denklem kavramını öğrencilere yanlış öğretip öğrencilerde kavram yanılgısı oluşmasına sebep olabilirler. Alan yazınındaki yer alan çalışmaların bulguları da öğrencilerin eşitlik kavramını bilmediklerini ve bundan dolayı denklemi çözmekte başarısız oldukları sonucuna varmıştır (Dede vd., 2002; Ersoy ve Erbaş; 2002; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999). Öğrencilerin zorlandıkları bir konuda öğretmenlerin kavramları yanlış öğretmesi öğrencilerin başarılı olmasını engelleyebilir.

Sonuç olarak, çalışmaya katılan ortaokul matematik adaylarının büyük çoğunluğunun kavram imajları ile cebirsel ifade ve denklemin formal tanımı arasında bir ilişki olduğu belirlenmiştir. Diğer taraftan, çalışmanın en önemli sonuçlarından biri cebirsel ifade ve denklem kavramlarına ilişkin yanlış ve eksik kavram tanımlarına sahip olan öğretmen adayları olduğunun tespit edilmesidir. Bu öğretmen adayları gelecekte öğrencilere cebirsel ifade ve denklem kavramlarını öğretirken, öğrencilerin bu kavramları yanlış öğrenmelerine ve onlarda kavram yanılgısı oluşmasına neden olabilir. Bunu engellemek için öncelikle öğretmen adaylarının kavramların tanımını doğru bir şekilde öğrenmeleri sağlanmalıdır. Başka bir deyişle, öğretmen eğitimcilerinin, öğretmen adaylarının kavramların tanımıyla uyumlu kavram imajları geliştirmelerini sağlayacak etkinlikler ve uygulamalara yer vermeleri önerilmektedir. Ayrıca program geliştirme uzmanları ve ders kitabı yazarlarına da bu konuda sorumluluk düşmektedir. Ulusoy (2013) program geliştirme uzmanları ve ders kitabı yazarlarının hazırladığı öğretmen kılavuz kitaplarında kavramların tanımları ile ilgili yetersiz bilgi olduğunu vurgulamıştır. Bu konuda

düzenlemeye gidilip hatalı kavram imajına sahip öğretmen ve öğretmen adaylarının kavram imajını düzeltmeleri ve imajlarını kavram tanımına yaklaştırmalarını sağlamak için kaynaklar oluşturmaları önerilmektedir.

Kaynakça

- Akkoç, H. (2008). Pre-service mathematics teachers' concept images of radian. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(7), 857-878. [doi:10.1080/00207390802054458](https://doi.org/10.1080/00207390802054458)
- Alibali, M. W., Knuth, E. J., Hattikudur, S., McNeil, N. M. ve Stephens, A. C. (2007). A longitudinal examination of middle school students' understanding of the equal sign and equivalent equations. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 221-247. [doi:10.1080/10986060701360902](https://doi.org/10.1080/10986060701360902)
- Atasayar, A. (2008). *Kavram öğretimi sürecine yönelik içerik geliştirme aracının tasarlanması ve kullanışlılığı*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Ball, D. H., Thames, M. H. ve Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. [doi:10.1177/0022487108324554](https://doi.org/10.1177/0022487108324554)
- Chalouh, L. ve Herscovics, N. (1988). Teaching algebraic expressions in a meaningful way. In A. F. Coxford ve A. P. Shulte (Eds), *The ideas of algebra, K-12*, (ss. 33-42). NCTM, Reston, VA.
- Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları. V. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18 Eylül, ODTÜ. Ankara.
- Dede, Y., ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 180-185.
- Dickerson, D. S., ve Pitman, D. (2012). Advanced college-level students' categorization and use of mathematical definitions. In *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 187-193.
- Egodawatte, G. (2011). *Secondary school students' misconceptions in algebra*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, University of Toronto, Kanada.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (2002). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanlışları. V. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18 Eylül, ODTÜ. Ankara.
- Fujita, T. & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing, *Research in Mathematics Education*, 9(1-2), 3-20. [doi:10.1080/14794800008520167](https://doi.org/10.1080/14794800008520167).
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 6072. [doi:10.1016/j.jmathb.2011.08.003](https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.08.003)
- Green, C. ve Gilhooly, K. (1996). Protocol analysis: Practical implementation. *Handbook of qualitative research methods for psychology and the social sciences*, 14, 55-74.

- Gutiérrez, A., ve Jaime, A. (1999). Preservice primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(3), 253-275. doi: 10.1023/A:1009900719800
- Keskin, C. (2016). *Ortaokul matematik ders kitabı*. Ankara: Ada Matbaacılık.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 390-419). New York: Macmillan Publishing Company.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A. ve Stephens, A. C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence & variable 1. *ZDM Mathematics Education*, 37(1), 68-76. doi: 10.1007/BF02655899
- Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M., ve Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for research in Mathematics Education*, 37(4) 297-312.
- MacGregor, M., ve Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33(1), 1-19. doi: 10.1023/A:1002970913563
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education. Revised and expanded from "case study research in education."*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2005). *İlköğretim matematik dersi 6-8. Sınıflar: Öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara, Türkiye:MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı 5-8. sınıflar*. Ankara, Türkiye:MEB.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.
- Palabıyık, U. ve İspir, O. A. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 111-123.
- Patton, M. Q. (2002). Variety in qualitative inquiry: Theoretical orientations. C. D. Laughton, V. Novak, D. E. Axelsen, K. Journey ve K. Peterson (Eds.), *Qualitative research & evaluation methods* (pp. 132-133). London: Thousand Oaks.
- Perso, T. (1992). Making the most of errors. *Australian Mathematics Teacher*, 48(2), 12-14.
- Pilkington, R. (2001). Analysing educational dialogue interaction: Towards models that support learning. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 12, 1-7.
- Renshaw, P. (1996). A sociocultural view of the mathematics education of young children. H. Mansfield, N. Pateman, ve N. Bednarz (Eds.), *Mathematics for tomorrow's young children* (ss. 59-78). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Samo, M. A. (2009). Students' perceptions about the symbols, letters and signs in algebra and how do these affect their learning of algebra: A case study in a government girls secondary school Karachi. *International Journal for*

- Mathematics Teaching and Learning*. Erişim tarihi: 14 Kasım 2016, <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/samo.pdf>
- Schoenfeld, A. (1998). Toward a theory of teaching in-context. *Issues in Education*, 4(1), 1 – 94. doi:10.1016/S1080-9724(99)80076-7
- Tall, D. ve Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169. doi: 10.1007/BF00305619
- Türnüklü, E., Akkaş, E. N. ve Gündoğdu-Alaylı, F. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgen algılarına yönelik bir çalışma. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 27-30 Haziran, Niğde.
- Tsamir, P. ve Bazzini, L. (2004). Consistencies and inconsistencies in students' solutions to algebraic 'single-value' inequalities. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(6), 793-812. doi:10.1080/00207390412331271357
- Ülgen, G. (2004). *Kavram geliştirme: Kuramlar ve uygulamalar*. Nobel Yayın Dağıtım.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14, 293-305. doi: 10.1080/0020739830140305
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. D. Tall (Ed.). *Advanced mathematical thinking* (ss. 65-81). Dordrecht: Kluwer Academic.
- Wagner, S. (Ed.). (1981). An analytical framework for mathematical variables. *In Proceedings of The Fifth Conference by of the Psychology of Mathematics Education*. Grenoble, France. 165-170.
- Ward, R. A. (2004). An investigation of K-8 preservice teachers' concept images and mathematical definitions of polygons. *Issues in Teacher Education*, 13(2), 39-56.
- Şimşek, H., ve Yıldırım, A. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yüksek Öğretim Kurumu [YÖK]. (2007). *Eğitim fakültesi öğretmen yetiştirme lisans programları*. Ankara, Türkiye: YÖK.

Summary

Introduction

Concept definition is an important phenomenon since it is the starting point to understand the meaning of any concept. However, to understand students' understanding concerning a concept, it is essential to identify their own definition of the concept. In relation to this, Tall and Vinner (1981) introduced students' concept definition and concept image. They defined concept definition as the whole of the words accepted by mathematical authorities and used to explain concepts. Besides, the concept image is all the cognitive structures such as images, associations, properties, and processes that emerge in the mind of the individual regarding the concept. According to Gutierrez and Jaime (1999), students usually use concept

image instead of concept definition while solving a problem with a concept. However, students' concept images may sometimes be missing or inaccurate. Dickerson and Pitman (2012) emphasized that this can lead to misconceptions about the concept. When literature was reviewed, it can be realized that students, teachers and prospective teachers have misconceptions on different subject of mathematics, especially on algebra (Dede & Argün, 2003; MacGregor & Stacey, 1997).

Algebra is one of the most important subjects of mathematics. It includes concepts such as variable, equality, algebraic expressions, and equation. However, previous studies showed that students have difficulties in understanding these concepts especially algebraic expression and equations (Ubuz & Argun, 2003; Tsamir & Bazzini, 2004). Considering that one of the causes of students' misconceptions is students' missing or wrong concept images of any subjects, students' concept images of algebraic expression might be one of the reasons for their misconceptions and difficulties in algebra. In this direction, it will be significant to investigate concept images of algebraic expression and equations, which are two important concepts of algebra. As teacher candidates are the teachers of the future, it becomes important to explore prospective teachers' concepts images of any subject. From this point of view, the aim of this research study is to reveal prospective mathematics teachers' concept images related to algebraic expression and equations.

Method

In this study, the case study method, which is one of the qualitative research methods, was used. The data were collected from 57 prospective teachers through asking the definition algebraic expression and equation. In addition, semi-structured interviews were conducted with 15 prospective teachers. The data was analysed using content analysis.

Results

Fifty-two prospective teachers can define algebraic expressions and three themes emerged from their definitions. These are unknown expressions, mathematical expressions and generalizations. In relation to unknown expressions, 39 prospective teachers' concept images are as follows: "The expression which contains unknown", "expressions with unknowns and numbers" and "expressions which include unknown and mathematical operations". On the other hand, seven prospective teachers stated that algebraic expression is mathematical expression. They explained that algebraic expression is all expressions which can be stated mathematically. Moreover, six prospective teachers identified algebraic expressions as a generalization. Generalization of patterns, mathematical operations and generalization of arithmetic are the teachers' concept images under generalization.

Among 57 prospective teachers, three of them stated that they did not know the definition of algebraic expressions and they did not give an example for them. But two of them wrote an example even though they could not define algebraic expression.

Although 55 prospective teachers defined equation, two teachers said that they did not know the definition of equation. The prospective teachers who define equation have three types of concept images: equality, inequality and balance. The participants have emphasized three concepts in defining equation as

equality. These are unknowns, algebraic expressions and equilibrium. Although only two participants defined equation as inequality, three of them defined it as equilibrium. The vast majority of prospective teacher defined equation as equality. These teachers define equation by putting equation and different terms such as unknowns and algebraic expression. Similar to algebraic expression, all prospective teachers only provided one definition of equation.

Discussion

The analysis of the data indicated that most of the prospective teachers focused on unknown while defining algebraic expressions. According to the middle school mathematics curriculum (MoNE, 2013), it can be concluded that prospective teachers' concept images of algebraic expression is correct but incomplete. However, four participants defined algebraic expression as multiplying, adding, subtracting numbers and unknowns. This definition overlaps with the definition given in the middle school mathematics curriculum (MoNE, 2013). Emphasizing arithmetic operation while teaching algebraic expression will provide students understand the relationship between operation and unknown. Besides, some participants defined algebraic expression as mathematical expression and generalization. Mathematical expression is a very general and is not a descriptive definition for students (Chalouh & Herscovics, 1988). On the other hand, as the prospective teachers, many researchers and middle school mathematics curriculum defined algebraic expression as generalization (Linchevski, 1995; MoNE, 2005; Samo, 2009).

Regarding the concept images of equation, it can be concluded that the vast majority of prospective teachers have defined equation as equality and established a link between equality and equation. It is emphasized in similar studies that establishing the link between equation and equality is important for correct solution of equations (Alibali, Knuth, Hattikudur, McNeil & Stephens, 2007; Kieran, 1992). One of the important findings of the present study is that 4% of the prospective teachers defined equation as inequality, which is an incorrect definition of equation.

As a result, it was determined that the vast majority of prospective teachers established a relationship between concept images and formal definition of algebraic expression and equation. On the other hand, one of the most important consequences of the study is that there are prospective teachers with incorrect and incomplete concept images of algebraic expression and equation concepts. While they teach students the concepts of algebraic expression and equations in the future, they may cause students to misunderstand these concepts and develop misconceptions. To prevent this, prospective teachers should be able to learn the definition of concepts correctly.

Author's Biodata

Dr. Reyhan Tekin Sitrava Kırıkkale Üniversitesi'nde Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümünde yardımcı doçent olarak çalışmaktadır. 2014 yılında Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nde doktorasını tamamlamış ve 2017 yılında San Diego Eyalet Üniversitesi'nde doktora sonrası çalışmalarını yürütmüştür. Dr. Tekin Sitrava öğretmen eğitimi, pedagojik alan bilgisi ve öğrenci düşünme yapıları üzerine çalışmalarına devam etmektedir.

Dr. Reyhan Tekin Sitrava is an Assistant Professor at Department of Mathematics and Science at Kırıkkale University, Kırıkkale, Turkey. She received her PhD at Middle East Technical University in 2014 and conducted post-doctoral studies at San Diego State University in 2017. Dr. Tekin Sitrava is continuing her studies on teacher education, pedagogical content knowledge and student thinking.