Cumhuriyet International Journal of Education-CIJE
e-ISSN: 2147-1606
Vol 5(4), 2016, 55 - 71

Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Süreçleri: Kaplumbağa Paradoksu Örneği[1]

***Murat DURAN*[2]*, Muhammet DORUK*[3]*, Abdullah KAPLAN*[4]**

Özet

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme süreçlerini ortaya çıkarmaktır. Nitel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışmasının benimsendiği bu araştırma, ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü son sınıfında öğrenim gören öğretmen adaylarıyla yürütülmüştür (n=41). Araştırma Doğu Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir ildeki devlet üniversitesinde 2013-2014 öğretim yılının güz döneminde gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın verileri öğretmen adaylarının, modelleme problemi olarak tasarlanan yunan matematikçi Zenon'un ortaya attığı "Kaplumbağa Paradoksu" isimli paradoksa yönelik yaptıkları çözümlerden elde edilmiştir. Öğretmen adaylarından elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle çözümlenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının modelleme sürecinin basamaklarındaki yeterlikleri yerine getirmede güçlük yaşadıkları ve bu güçlüklerin ilerleyen basamaklarda daha da arttığı tespit edilmiştir. Özellikle öğretmen adaylarının modelleme basamaklarından sonucu yorumlama ve doğrulama basamaklarında yetersiz kaldıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının ürettikleri matematiksel modellerin en çok cebirsel ve şekilsel özellikte oldukları fakat öğretmen adayları tarafından üretilen matematiksel modellerin çok azının problemin mantığı ile uyumlu olduğu ortaya çıkmıştır.
Anahtar Kelimeler: Model, Modelleme, Kaplumbağa paradoksu, Öğretmen adayı

Abstract

The aim of this research is to determine the current models for geometric series produced by the middle school teacher candidates and classify these models. A case study of the qualitative research method was adopted in this research. This research was conducted with final year pre-service mathematics teachers studying elementary mathematics (n=41). This research applied at a state university in the large-scaled city of Eastern Anatolia Region of Turkey was carried out in the fall semester of 2013-2014 academic years. Data collection tool of the research is the paradox named "Tortoise Paradox" in the literature posed by the Greek Mathematician Zeno. The answers obtained from the detailed modeling examples of teacher candidates were examined with the descriptive analysis. According to the results of the research, it is seemed that teacher candidates have difficulty in drawing appropriate mathematical model for tortoise paradox. Also, it has been found that these difficulties have increased even more. Teacher candidates showed inadequate approach on the steps named "interpretation the results in a real situation" and "solution verification" among the modeling steps. Also, teacher candidates have used the most algebraic and visual models in the modeling process. But, it has been determined that very few of the mathematical models produced by teacher candidates are compatible with the logic of the problem.
Keywords: Model, Modeling, Tortoise Paradox, Teacher Candidates

---

[1] Bu çalışmanın bir bölümü, 3.Uluslararası Avrasya Eğitim Araştırmaları Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur (Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, 1-3 Haziran 2016, Muğla, Türkiye).
[2] Doktora Öğrencisi, Atatürk Üniversitesi, denizyildizi2805@hotmail.com
[3] Arş. Gör. Dr., Hakkari Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, mdoruk20@gmail.com
[4] Prof. Dr., Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, akaplan@atauni.edu.tr

GİRİŞ

Günümüzde bilim ve teknolojinin gelişmesiyle birlikte matematik eğitimi alanındaki beklentiler değişmiştir (Biber ve Başer, 2012). Bu alanda değişen beklentilerde, rutin ve rutin olmayan problemleri çözebilen, gündelik yaşamında matematiği kullanabilen, sağlam yargılara ulaşabilen ve yaratıcı düşünebilen bireylerin yetiştirilmesi amaçlanmıştır (Çiltaş ve Yılmaz, 2013). Bu amaç doğrultusunda Amerika'daki Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (NCTM), okul matematiği için prensipler ve standartlar isimli kitabında okul öncesi-lise dönemleri arasında öğrenim gören öğrencilerin matematiksel ilişkileri anlamaları için problem çözümlerinde matematiksel model kullanmaları gerektiğini ifade etmiştir (NCTM, 2000). Benzer şekilde ülkemizde Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2013 yılında revize ettiği ortaokul dersi öğretim programında bireylerin, modelleme yoluyla problem çözmelerini sağlayacak ortamların hazırlanmasına atıfta bulunulmuştur (MEB, 2013). Bireylerin gerçek dünya ile matematiksel dünya arasındaki ilişkiyi kurmada yaşadıkları zorluklar düşünüldüğünde matematiksel kavramların günlük hayatla ilişkilendirilmesi noktasında modellemenin önemli bir role sahip olduğu söylenebilir (Deniz, 2014).

Model ve modelleme "model oluşturma" kavramları aynı çatı altında tanımlanmış (Lesh ve Doerr, 2003) ancak model kavramının modelleme sürecinin bir ürünü (Özturan Sağırlı, 2010) olduğu belirtilerek bu iki kavram arasındaki farklılığa dikkat çekilmiştir. Niss'e (1987) göre model, gerçek yaşantısal durumları temsil etmek için matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilerden oluşan sistem ağı şeklinde tanımlanmıştır. Model, gündelik yaşamın gerçeklerini doğrudan yansıtmanın zor olduğu ya da hiç mümkün olmadığı durumlarda bir sistemin basite indirgenmiş halidir (Lesh ve Doerr, 2003). Yani bir model, bir olgunun ya da bir gerçeğin bire bir kendisini temsil etmezken aynı olgunun ya da gerçeğin zihinde canlanmasına yardımcı olan (Harrison, 2001) prototip örneklerini teşkil eder. Böylece modeller, bir sürecin gerçekleşme aşamalarının ya da bir nesnenin temel yapısının anlaşılmasına katkıda bulunmaktadır (Harrison, 2001). Modeller, fen ve coğrafya alanında olduğu gibi matematik alanında da kullanılmaktadır. Günlük hayatta tanımlanan matematiksel modeller, kavramlar arasındaki ilişki ağını açıklamak amacıyla matematiksel grafiklerle gösterilmiş fiziksel özelliklerdir (Lesh ve Doerr, 2003). Günlük hayatta karşılaşılan sorunları matematiksel yollarla çözüme kavuşturabilmek için fonksiyon, eşitsizlik, değişken ve formül gibi matematiksel modeller kullanılmaktadır (Meyer, 1984). Bu sayede matematiksel modeller yardımıyla gerçek dünyadaki olgular matematik dünyasındaki nesnelere ya da işlemlere dönüştürülmektedir (Blum ve Niss, 1991).

Öte yandan modelleme kavramı, günlük hayatta karşılaşılan bir sorunla bağlantılı olguları tanımlama, açıklama ve oluşturma sürecinde beliren problemlerin zihinde yapılandırılması (Lesh ve Doerr, 2003) şeklinde açıklanmıştır. Modelleme, matematik dünyası ile matematik dışındaki dünyanın karşılıklı etkileşimi şeklinde de (Pollak, 1979; Akt. Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula ve Bukova Güzel, 2014) ifade edilmiştir. Matematiksel modelleme ise tarihte ilk olarak 1972 yılında Amerika Birleşik Devletleri'nin California eyaletindeki Claremont matematik kliniğinde matematiksel problemleri çözüme kavuşturma amacıyla bireylere öğretilmeye başlanmıştır (Spanier, 1972; Akt. Çiltaş ve Işık, 2013). Çoğu ülkenin öğretim programlarında 1990'lardan itibaren yerini alarak günümüze kadar uzanmıştır (Blomhøj ve Kjeldsen, 2006). Matematiksel modelleme Blum ve Niss'e (1991) göre gerçek yaşamdaki bir problemin matematiksel modeller yardımıyla açıklanması süreci şeklinde tanımlanırken Borromeo-Ferri'ye (2006) göre matematiksel dünya ile gerçek yaşam arasındaki dönüşümleri içeren karmaşık ve döngüsel bir süreç olarak tanımlanmıştır. Literatürde farklı araştırmacılar tarafından yapılan matematiksel modelleme tanımları aynı çatıda değerlendirilmiş olsa da matematiksel modelleme kavramı, uygulamalarda kullanıldığında araç ve amaç şeklinde farklı iki bakış açısıyla yorumlanmıştır (Stillman, 2012). Örneğin, Chinnappan (2010) tarafından matematiksel modelleme, belirli matematiksel bağlamlar arasındaki ilişkileri göstermek ve öğrencileri motive etmek için bir araç olarak ifade edilirken Blomhøj ve Jensen (2007) tarafından matematiksel öğrenmelerin gerçekleştirilmesi için eğitim amaçlarına ulaşmada bir amaç olarak açıklanmıştır.

Matematiksel modelleme döngüsel bir süreç olduğundan bu süreçteki işlem basamaklarına yönelik farklı araştırmacılar tarafından ortaya koyulan modelleme çerçeveleri ön plana çıkmaktadır. Blum ve Kaiser'in (1997) matematiksel modelleme sürecinde gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model oluşturma, gerçek modelden matematiksel bir model oluşturma, oluşturulan matematiksel modeli çözme, matematiksel sonuçları yorumlama ve çözümü doğrulama şeklinde beş basamak vardır (Akt. Maaß, 2006). Lesh ve Doerr'in (2003) matematiksel modelleme sürecinde gerçek dünya ile matematiksel dünya arasındaki ilişkiyi tanımlama, çözüme yönelik tahminde bulunarak manipüle etme, çözümü tekrar gerçek dünyaya dönüştürme ve çözümün doğruluğunu kontrol etme şeklinde dört ana kritik özellik yer almıştır. Berry ve Houston'un (1995) matematiksel modelleme sürecinde problemi anlama, değişkenleri seçme ve varsayımları kurma, matematikselleştirme, matematiksel modelleri kurma ve birleştirme, matematiksel çözümü gerçekleştirme, çözümleri yorumlama şeklinde altı işlem basamağı bulunmaktadır. Matematiksel modelleme süreçlerinde farklı araştırmacılar tarafından tanımlı farklı sayıda işlem basamakları yer almasına rağmen bütün matematiksel modelleme döngülerinde bireylerin modelleme yeterliği kazanması hedeflenmektedir.

Modelleme etkinliklerinin uygulandığı bir matematiksel modelleme sürecinin ilk basamağında modelleme işlemi, çözüme kavuşturulması gereken bir problem olarak gerçek yaşam deneyimleriyle başlar. Sonra öğrenciler, modellemede neyin anlatıldığını ve diğer bireylerin nasıl davrandıklarını gözlemleyerek problemin yapısını ve bileşenlerini anlamaya çalışır. Öğrenciler bu sayede matematiksel olmayan durumu matematiksel bir dile dönüştürerek çözerler. Çözüm sonunda matematiksel bir model ortaya çıkar. Model oluşturulduktan sonra modelin istenen hedefi temsil edip etmediği sorgulanır. Ortaya çıkan model istenen hedefi temsil etmiyorsa üzerinde düzeltme yapılarak revize edilir (Houston, 2001; Akt. Çelikkol, 2016). Lesh ve Harel'e (2003) göre matematiksel modelleme süreci bireylerin istenen sonuçları elde edinceye kadar sergilenen tüm davranışları kapsayan ve kendi içerisinde tekrar eden döngüsel bir süreçtir. Matematiksel modellemeye yönelik yapılan tanımlar ile açıklamalar incelendiğinde matematiksel modellemenin gerçek dünya ile matematik dünyası arasındaki bağlantıyı kuran bir köprü olduğu (Lingefjärd, 2006) söylenebilir. Literatürde matematiksel modellemeye dönük öğretmen adaylarıyla yürütülen araştırmalar incelendiğinde ulusal ve uluslararası alanda birçok çalışmanın gerçekleştirildiği görülmektedir (Eraslan, 2011; Kertil, 2008; Özaltun, Hıdıroğlu, Kula ve Bukova Güzel, 2013; Simon ve Blume, 1994; Verschaffel, De Corte ve Borghart, 1997). Bu araştırmalarda ilköğretim matematik öğretmen adaylarının günlük yaşamdan rutin olmayan açık uçlu modelleme problemlerine yönelik cevaplarının matematiksel modelleme sürecindeki yansımaları incelenmiştir. Ancak matematiksel modelleme araştırmalarında ileri seviyede analiz derslerindeki konulara yönelik modelleme süreçlerini inceleyen çalışmaların oldukça sınırlı olduğu gözlenmiştir (Bukova Güzel ve Uğurel, 2010; Çiltaş, 2011).

Matematiksel modelleme ile ilgili yapılan bazı araştırmalarda ise matematiksel modellemenin öğrencilerin; yaratıcı düşünme becerilerini arttırdığı ve problem çözme tutumlarını etkilediği aynı zamanda kavramsal anlamalarına da yardımcı olduğu tespit edilmiştir (Blum ve Borromeo-Ferri, 2009; Çiltaş, 2012; English, 2010; Kim ve Kim, 2010). Öğretmen adaylarıyla yapılan araştırmalarda da matematiksel modellemeye dönük uygulamaların öğretmen adaylarının mesleki gelişimlerine katkı sağladığı görülmüştür (Lesh ve Doerr, 2003). Ortaokul matematik dersi öğretim programlarında matematiksel modellemeye yönelik kazanımlar yer almasına karşın matematik derslerinde modellemeye dayalı uygulamaların nadiren yapıldığı hatta öğretmenlerin modelleme deneyimlerinin hiç olmadığı belirlenmiştir (Blum, 2002; Frejd, 2012; Siller ve Kuntze, 2011).

Cumhuriyet International Journal of Education-CIJE
e-ISSN: 2147-1606
Vol 5(4), 2016, 55 - 71

Matematikte önemli bir bileşen kabul edilen matematiksel modellemenin derslere entegre edilmesinde ve bireylerin modelleme yeterliliği kazanmasında öğretmenlere büyük görev düşmektedir (Tekin Dede ve Yılmaz, 2013). Bundan dolayı geleceğin öğretmenleri kabul edilen öğretmen adaylarına da yükseköğretim kurumlarında matematiksel modelleme yeterliliğinin kazandırılması gerekir (Bukova Güzel ve Uğurel, 2010; Borromeo-Ferri ve Blum, 2010). Bu yeterliliklerin kazandırılmasından önce öğretmen adaylarının temel matematiksel konularda ne düzeyde modelleme yeterliliğine sahip olduklarının belirlenmesi önemli görülmektedir. Üniversite sürecinde öğretmen adaylarına verilecek modelleme dersleri onların öğrencilerinin de matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişmesine katkı sağlayabilir (Borromeo-Ferri ve Blum, 2010). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla yapılacak modelleme uygulamaları sonucunda öğretmen adayları matematiksel modellemede eksik oldukları yönlerle yüzleşmiş olacaktır. Aynı zamanda öğretmen adayları gelecekte de kendi öğrencilerinin modelleme uygulamalarında yaşayacakları problemleri önceden tespit edebilecektir. Buradan hareketle bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik serilerin yakınsaklığı kavramı ile ilgili olan kaplumbağa paradoksunun çözümündeki modelleme süreçlerini ortaya çıkarmaktır.

YÖNTEM

Araştırmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen, adaylarının "Kaplumbağa Paradoksu" isimli modelleme problemi ile ilgili modelleme süreçlerini ortaya çıkarmaktır. Bu çalışmada nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiş olup bir özel durum çalışması örneğidir. Durum çalışmaları sınırları belirli olan bir olguya ya da duruma odaklanma fırsatı vererek durum üzerinde detaylı inceleme fırsatı sunan araştırmalardır (Yin, 1994).

Çalışma Grubu

Araştırmanın katılımcıları Doğu Anadolu Bölgesi'ndeki bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği son sınıfında öğrenim gören 41 öğretmen adayıdır. 2013-2014 öğretim yılı güz döneminde gerçekleştirilen araştırmanın katılımcıları belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme yöntemindeki temel prensip, önceden belirlenen bir dizi üzerindeki tüm durumlar üzerinde araştırmacılar tarafından geliştirilen ya da önceden hazırlanmış kıstaslara dayanarak çalışmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Araştırmanın örnekleme ölçütü ise üniversite düzeyinde seriler konusunun öğretiminin yapıldığı Analiz III dersini almış ve başarı ile geçmiş olmalarıdır. Ayrıca çalışma grubunu oluşturan öğretmen adayları matematiksel modellemeye yönelik bir eğitim almışlardır. Bu eğitimin içeriğinde modelle öğretim, model-modelleme-matematiksel modelleme kavramları arasındaki ilişkiler, matematiksel modelleme sürecinin gelişimi ile matematiksel modelleme etkinliğini hazırlama aşamalarına yönelik konular yer almıştır. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının isimleri gizlenmiş ve kendilerine $Ö_1$, $Ö_2$, … $Ö_{41}$ şeklinde sembolik isimler verilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerini ortaya çıkarmak için "Kaplumbağa Paradoksu" isimli paradoks kullanılmıştır. Yunan matematikçi Zenon tarafından ortaya atılan bu paradoksta bir koşucu ile kaplumbağanın yarışması tasvir edilmektedir. Kaplumbağa koşucunun belli bir mesafe önünde yarışa başlamaktadır (örneğin 100 metre). Yarış başladığında kaplumbağadan hızlı olan koşucu, kaplumbağanın başlangıçtaki konumuna geldiğinde kaplumbağa da ilk konumundan daha ilerideki ikinci konumunda olacaktır (örneğin, koşucu 100 metre koştuğunda kaplumbağa 1m yol alacaktır). Koşucu, kaplumbağanın ikinci konumuna ulaştığında kaplumbağa da üçüncü konumuna gitmiş olacaktır. Bu mantıkla hareket edildiğinde her durumda koşucu ile kaplumbağa arasında bir mesafe olmakta ve koşucunun kaplumbağaya hiçbir zaman yetişemeyeceğini düşündürmektedir. Bu nedenle Zenon koşucunun kaplumbağayı hiçbir zaman geçemeyeceğini iddia emiştir. Bu paradoks bir problem şeklinde düzenlenmiş ve modelleme süreçlerini ortaya çıkarabilecek sorular eklenerek yazılı bir form oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarından bu paradoksa bir çözüm bulmaları istenmiştir. Paradoks, modelleme problemine dönüştürülürken Çiltaş (2011), Huggett (2010) ve Nesin'in (2013) çalışmalarından esinlenilmiştir. Araştırmada kaplumbağa paradoksunun seçilmesinin sebebi paradokstaki problemin gerçek yaşam durumlarına ve model oluşturmaya uygun olmasından kaynaklanmaktadır. Hazırlanan formun matematiksel modelleme alanında kullanılıp kullanılamayacağına yönelik modelleme konusunda uzmanlaşmış bir akademisyenin görüşü alınmıştır. Uzman akademisyen formda öğretmen adaylarının buldukları sonuçlar için matematikçilere bir öneride bulunmalarına yönelik bir ifadenin yer almasını istemiştir. Uzman akademisyenin görüşü doğrultusunda söz konusu ekleme yapılmış ve oluşturulan form veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Veriler ilköğretim matematik öğretmeni adaylarından bir ders saatinde yazılı şekilde alınmıştır. Veri toplama sürecinde, öğretmen adaylarını etkileyecek herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır.

Verilerin Analizi

Araştırmadan elde edilen veriler betimsel analiz tekniğiyle çözümlenmiştir. Betimsel analizde nitel veriler sistematik bir şekilde betimlenerek yorumlanır ve betimlemelere yönelik sebep-sonuç ilişkileri araştırılır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmada öğrencilerin modelleme süreçlerinin analizi için Hıdıroğlu ve diğerleri (2014) tarafından Berry ve Houston'a (1995) dayandırılarak derlenen dereceli puanlama anahtarı dikkate alınmıştır. Söz konusu dereceli puanlama anahtarı, modelleme sürecinin yedi basamağındaki birinci-ikinci basamaklar ile üçüncü-dördüncü basamaklar birer basamak altında birleştirilip beş basamağa indirgenerek kullanılmıştır. Bu şekilde yapılan bir düzenlemenin kullanılan modelleme problemi için daha uygun olduğu düşünülmüştür. Kullanılan basamaklara isimler verilmiştir.

Çalışmada dikkate alınan modelleme sürecine ait basamaklar "Problemi anlama ve gerçek model için gerekli olan/olmayan değişkenleri belirleme", "Matematiksel model oluşturma", "Oluşturulan matematiksel modeli çözme", "Matematiksel sonuçları yorumlama" ve "Çözümü doğrulama" şeklinde belirlenmiştir. Bu basamaklarda sergilenen davranışları değerlendirebilmek için yine Hıdıroğlu ve diğerleri'nin (2014) "Hiç yaklaşım sergilememe", "Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme" ve "Uygun yaklaşım sergileme" üç boyutlu değerlendirme kriterleri kullanılmıştır.

Öğretmen adaylarından yazılı olarak alınan çözümler analiz edilmiştir. Öğretmen adaylarının yazılı ifadelerinde anlaşılamayan ya da açıklamaya ihtiyaç duyulan durumlara açıklık getirebilmek için ilgili öğretmen adayları ile görüşülmüş ve görüşmeler ses kayıt cihazı yardımıyla kayıt altına alınmıştır. Bu amaçla dört öğretmen adayı ile görüşülmüştür. Modelleme probleminin çözümünde öğrencilerin verdikleri yanıtlar araştırmacılar tarafından belirlenen kategoriler ve yeterlikler çerçevesinde değerlendirilmiştir. Araştırmacılar, farklı görüşlere sahip oldukları öğrenci cevapları üzerinde tartışmış ve görüş birliğine varılmıştır. Öğretmen adaylarının ifadeleri üzerinde hiçbir değişiklik yapılmadan sıklıkla betimlenmiştir. Bu sayede çalışmanın geçerliği ve güvenirliğinin artırılması hedeflenmiştir.

BULGULAR

Araştırmanın bu bölümünde öğrencilerin modelleme problemine yönelik yaptıkları çözümler modelleme basamakları dikkate alınarak analiz edilmiştir. Modelleme sürecinin ilk basamağı sunulan gerçek hayat problemini anlama ve gerçekliğe dayalı bir model oluşturmaya yöneliktir. Özellikle öğretmen adaylarının kendilerine problem olarak sunulan

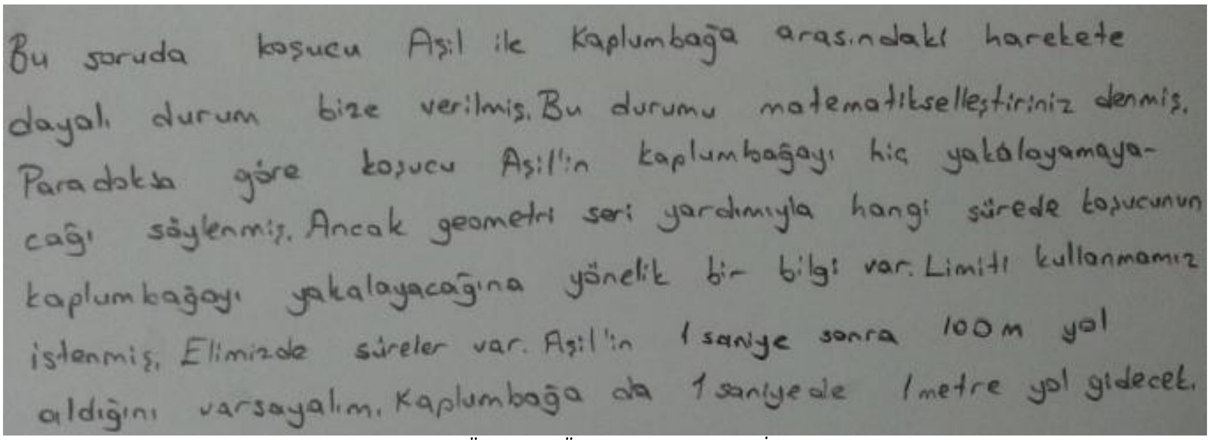
Cumhuriyet International Journal of Education-CIJE
e-ISSN: 2147-1606
Vol 5(4), 2016, 55 - 71

paradoksu ne ölçüde anladıklarına yönelik bir inceleme yapılmıştır. Yapılan inceleme sonucunda elde edilen bilgilere Tablo 1'de yer verilmiştir.

Tablo 1. *Öğretmen Adaylarının Problemi Anlama ve Model İçin Gerekli Olan/Olmayan Değişkenleri Belirleme Yeterlikleri*

Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
Ö$_{1}$ Ö$_{2}$ Ö$_{7}$ Ö$_{8}$ Ö$_{12}$ Ö$_{14}$ Ö$_{16}$ Ö$_{17}$ Ö$_{18}$ Ö$_{19}$ Ö$_{21}$ Ö$_{24}$ Ö$_{25}$ Ö$_{26}$ Ö$_{27}$ Ö$_{28}$ Ö$_{34}$ Ö$_{36}$	Ö$_{6}$ Ö$_{13}$ Ö$_{15}$ Ö$_{29}$ Ö$_{30}$ Ö$_{31}$ Ö$_{33}$ Ö$_{37}$ Ö$_{38}$ Ö$_{41}$ Ö$_{40}$	Ö$_{3}$ Ö$_{4}$ Ö$_{5}$ Ö$_{9}$ Ö$_{10}$ Ö$_{11}$ Ö$_{22}$ Ö$_{23}$ Ö$_{20}$ Ö$_{32}$ Ö$_{35}$ Ö$_{39}$

Tablo 1'e göre gerçek problemi anlama ve model için gerekli olan ya da olmayan değişkenleri belirleme basamağında öğretmen adaylarının yarısına yakınının hiç yaklaşım sergilemediği ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının yarısından fazlası bir ölçüde uygun ve uygun yaklaşım sergilemişlerdir. 12 öğretmen adayının ilgili modelleme problemini tam olarak anladığı tespit edilmiştir. Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileyen öğretmen adayının çoğunlukla model için gerekli olan/olmayan değişkenleri kısmen belirledikleri ve yeterince varsayımlarda bulunmadıkları görülmüştür. Uygun yaklaşım sergileyen az sayıda öğretmen adayı ise çoğunlukla problemde verilenleri ve istenenleri belirledikleri görülmüştür. Örnek olarak, Ö$_{4}$ kodlu öğretmen adayının modelleme sürecinin bu basamağına yönelik açıklamaları Şekil 1'de sunulmuştur.


Bu soruda koşucu Aşil ile Kaplumbağa arasındaki harekete
dayalı durum bize verilmiş. Bu durumu matematikselleştiriniz denmiş.
Paradoksa göre koşucu Aşil'in kaplumbağayı hiç yakalayamaya-
cağı söylenmiş. Ancak geometri seri yardımıyla hangi sürede koşucunun
kaplumbağayı yakalayacağına yönelik bir bilgi var. Limiti kullanmamız
istenmiş. Elimizde süreler var. Aşil'in 1 saniye sonra 100 m yol
aldığını varsayalım. Kaplumbağa da 1 saniyede 1 metre yol gidecek.

Şekil 1. *Ö$_{4}$ Kodlu Öğretmen Adayının İfadeleri*

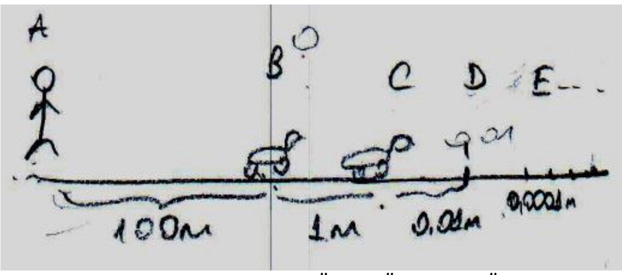
Şekil 1'de Ö$_{4}$'ün problemi tamamen anladığı ve problemi kendi cümleleriyle anlattığı görülmüştür. Aynı zamanda Ö$_{4}$, problemde verilenleri ve istenenleri tekrar ederek problem için varsayımda bulunmuş ve durumu daha sade hale getirerek değişkenler arasında ilişkiler bulmaya çalışmıştır.

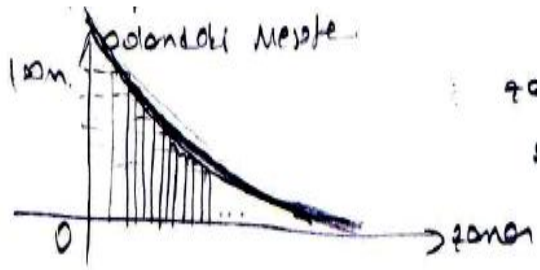
Modelleme sürecindeki ikinci basamak, problemin çözümüne yönelik matematiksel modeller oluşturma basamağıdır. Öncelikle öğretmen adaylarının ürettikleri matematiksel modeller özellikleri bakımından değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının çoğunun cebirsel (n=15) ve şekilsel (n=18) modeller ürettikleri belirlenmiştir. Birer öğretmen adayı grafik ve tablo kullanarak matematiksel modeller oluşturmuştur. Altı öğretmen adayı sözel ifadeler kullanmış fakat uygun bir matematiksel model üretememiştir. Üretilen bu matematiksel modellerin ilgili problemin çözümüne uygunluğu sorgulanmıştır. Öğretmen adaylarının söz konusu modelleme basamağında sergiledikleri davranışların incelenmesiyle elde edilen verilere Tablo 2'de yer verilmiştir.

Tablo 2. *Öğretmen Adaylarının Matematiksel Model Oluşturma Yeterlikleri*

Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
Ö$_1$ Ö$_2$ Ö$_5$ Ö$_6$ Ö$_7$ Ö$_8$ Ö$_{12}$ Ö$_{13}$ Ö$_{14}$ Ö$_{15}$ Ö$_{16}$ Ö$_{17}$ Ö$_{18}$ Ö$_{19}$ Ö$_{21}$ Ö$_{24}$ Ö$_{25}$ Ö$_{26}$ Ö$_{27}$ Ö$_{28}$ Ö$_{29}$ Ö$_{32}$ Ö$_{34}$ Ö$_{35}$ Ö$_{36}$ Ö$_{37}$ Ö$_{39}$	Ö$_{30}$ Ö$_{31}$ Ö$_{33}$ Ö$_{38}$ Ö$_{40}$ Ö$_{41}$	Ö$_3$ Ö$_4$ Ö$_9$ Ö$_{10}$ Ö$_{11}$ Ö$_{20}$ Ö$_{22}$ Ö$_{23}$

Tablo 2'ye göre matematiksel model oluşturma basamağında öğretmen adaylarının çoğunun hiç yaklaşım sergilemediği, az sayıda öğretmen adayının ise uygun yaklaşım ve bir ölçüde uygun yaklaşım sergiledikleri görülmüştür. Buna göre öğretmen adaylarının ürettikleri matematiksel modellerin çoğunun ilgili problemin çözümü ile alakalı olmadığı ortaya çıkmıştır. Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileyen öğretmen adaylarının model için gerekli olan matematiksel kavramları belirledikleri ancak bunları hatalı açıkladıkları görülmüştür. Uygun yaklaşım sergileyen az sayıda öğretmen adayının ise matematiksel modeli doğru şekilde oluşturdukları ve modeldeki değişkenleri birbirleriyle doğru ilişkilendirdikleri görülmüştür. Örnek olarak, Ö$_{20}$ (solda) ile Ö$_{31}$ (sağda) kodlu öğretmen adaylarının oluşturdukları matematiksel modeller Şekil 2'de sunulmuştur.





Şekil 2. *Ö$_{20}$ ve Ö$_{31}$ Kodlu Öğretmen Adaylarının Ürettikleri Matematiksel Modeller*

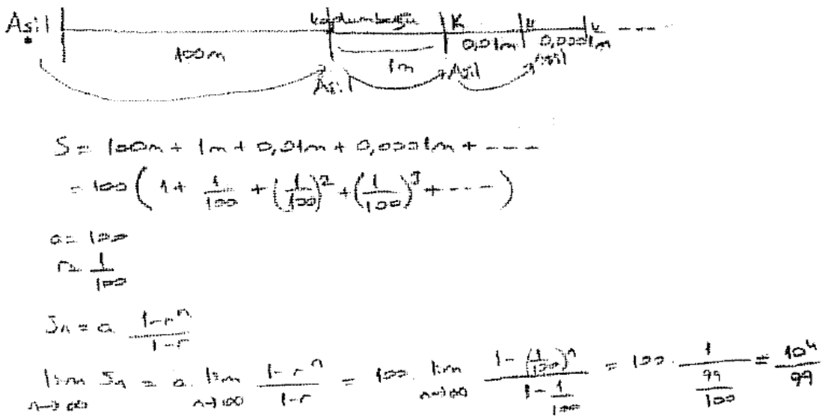
Şekil 2'de Ö$_{20}$'nin problemde nicelikler arasındaki ilişkileri şekilsel, Ö$_{31}$'in ise grafiksel yollarla matematikselleştirme davranışı sergiledikleri görülmüştür. Ö$_{20}$, koşucu ile kaplumbağa arasındaki mesafenin zamanla azaldığını matematiksel olarak ifade etmiştir. Koşucunun konumu ilerledikçe kaplumbağa ile arasındaki mesafenin belirli bir algoritmaya göre azalarak sıfıra yaklaştığı görülmektedir. Ö$_{20}$'nin ürettiği matematiksel modelde konumların sonsuz ilerleyişine karşılık belli bir düzene göre azalan uzunlukların sonsuz toplamının söz konusu olduğu açıkça görülmektedir. Dolayısıyla bu model uygun yaklaşım kategorisinde değerlendirilmiştir. Ö$_{31}$ kodlu öğretmen adayının modeli incelendiğinde problemde verilenleri koordinat düzlemine taşıyarak uzaklık ile zaman değişkenlerini matematiksel sembollerle ilişkilendirmek istediği görülmüştür. Bu ilişkiyi koşucu ve kaplumbağa arası fark ile zaman değişkenleri arasındaki ters orantıyı yansıtacak bir fonksiyon ile göstermeye çalışmıştır. Fonksiyon, koşucu ile kaplumbağa arasındaki mesafenin zaman ilerledikçe azalarak sıfıra doğru yaklaştığı düşüncesini yansıtmaktadır. Bu model dikkatli bir şekilde incelendiğinde bir takım eksiklikler göze çarpmaktadır. Öncelikle başlangıç konumunda aradaki mesafe 100m olduğu için fonksiyon düşey ekseni 100m'de kesmelidir yani fonksiyonun hareketi 100m'den başlamalıdır. Ayrıca koşucu ile kaplumbağa belli bir zamanda buluşacağı için fonksiyon yatay ekseni kesmelidir. Öğretmen adayının bu modeli problemin ana mantığını yansıttığı fakat matematiksel olarak eksiklikler barındırdığı için bir ölçüde uygun kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Modelleme sürecinin üçüncü basamağı, oluşturulan matematiksel modeli çözme basamağıdır. Öğretmen adaylarının problem çözümlerinde, oluşturdukları matematiksel ifadeyi çözme basamağındaki performanslarına yönelik bilgilerine Tablo 3'te yer verilmiştir.

Tablo 3. *Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modeli Çözme Yeterlikleri*

Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
$Ö_1$ $Ö_2$ $Ö_7$ $Ö_8$ $Ö_{12}$ $Ö_{13}$ $Ö_{14}$ $Ö_{15}$ $Ö_{16}$ $Ö_{17}$ $Ö_{18}$ $Ö_{19}$ $Ö_{21}$ $Ö_{24}$ $Ö_{25}$ $Ö_{26}$ $Ö_{27}$ $Ö_{28}$ $Ö_{29}$ $Ö_{34}$ $Ö_{35}$ $Ö_{36}$ $Ö_{38}$ $Ö_{39}$ $Ö_{41}$	$Ö_5$ $Ö_6$ $Ö_9$ $Ö_{30}$ $Ö_{31}$ $Ö_{32}$ $Ö_{33}$ $Ö_{37}$ $Ö_{40}$	$Ö_3$ $Ö_4$ $Ö_{10}$ $Ö_{11}$ $Ö_{20}$ $Ö_{22}$ $Ö_{23}$

Tablo 3'e göre oluşturulan matematiksel modeli çözme basamağında öğretmen adaylarının çoğunun hiç yaklaşım sergilemediği, az sayıda öğretmen adayının ise uygun yaklaşım ve bir ölçüde uygun yaklaşım sergiledikleri görülmüştür. Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileyen öğretmen adaylarının modeli kısmen çözdükleri ve çözümlerinde hatalar yaptıkları belirlenmiştir. Uygun yaklaşım sergileyen az sayıda öğretmen adayının ise modeli tam olarak çözdükleri tespit edilmiştir. Tablo 3, Tablo 2'deki verilerle birlikte değerlendirildiğinde ilgi çekici bir durum ile karşılaşılmıştır. Problem çözümüne yönelik uygun matematiksel modeller üretebilen öğretmen adaylarının çoğu matematiksel modeli doğru şekilde çözebilmiştir. Dolayısıyla problem çözümüne yönelik uygun matematiksel modeller üretebilen öğretmen adaylarının bu problemi çözebildikleri ortaya çıkmıştır. Matematiksel modellerinde eksiklikler bulunan öğretmen adaylarının çoğunun problem çözümünün de eksiklikler barındırdığı tespit edilmiştir. Buna göre modelleme sürecinde üretilen matematiksel modellerin kalitesinin problemi çözme becerisine yansıdığını söylemek mümkündür. Uygun yaklaşım sergileyen $Ö_3$ kodlu öğretmen adayının oluşturulan matematiksel modeli çözme basamağında yaptığı çözüm şekil 3'te sunulmuştur.



Şekil 3. *$Ö_3$ Kodlu Öğretmen Adayının Oluşturulan Matematiksele Yönelik Çözümü*

Şekil 3'te $Ö_3$'ün problemde istenenler doğrultusunda kurulan matematiksel modeli matematiksel olarak doğru çözdüğü görülmüştür. $Ö_3$ cebirsel yolla yaptığı çözümde koşucu ile kaplumbağa arasındaki azalan uzaklıkların geometrik bir dizinin terimleri olduğunu fark etmiştir. Daha sonra bu dizinin terimlerini geometrik seriler altında inceleyen $Ö_3$, serinin kısmi toplamlar dizisinin limitinden yararlanarak sonsuz mesafeler toplamının sonlu bir değeri olduğunu ve dolayısıyla yarışın başlangıcından belirli bir mesafe alındıktan sonra koşucunun kaplumbağayı yakalayacağını bulmuştur.

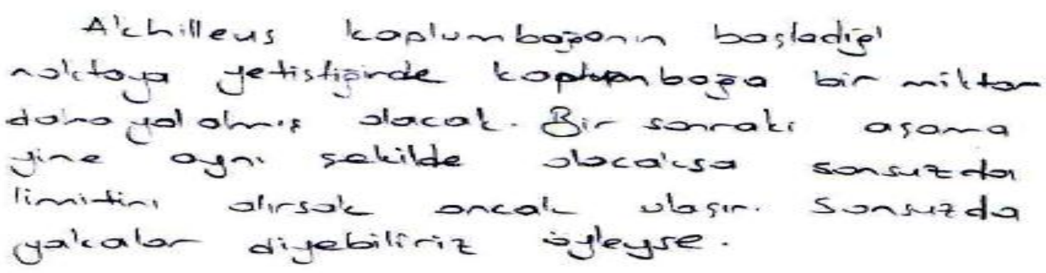
Modelleme sürecinin dördüncü basamağı matematiksel sonuçları yorumlama basamağıdır. Öğretmen adaylarının problem çözümlerinde, gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama basamağında sergiledikleri davranışlar Tablo 4'te gösterilmiştir.

Cumhuriyet International Journal of Education-CIJE
e-ISSN: 2147-1606
Vol 5(4), 2016, 55 - 71

Tablo 4. *Öğretmen Adaylarının Matematiksel Sonuçları Yorumlama Yeterlikleri*

Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
Ö$_{2}$ Ö$_{5}$ Ö$_{6}$ Ö$_{7}$ Ö$_{9}$ Ö$_{10}$ Ö$_{11}$ Ö$_{12}$ Ö$_{13}$ Ö$_{14}$ Ö$_{15}$ Ö$_{16}$ Ö$_{17}$ Ö$_{18}$ Ö$_{19}$ Ö$_{20}$ Ö$_{21}$ Ö$_{22}$ Ö$_{23}$ Ö$_{24}$ Ö$_{25}$ Ö$_{26}$ Ö$_{27}$ Ö$_{28}$ Ö$_{29}$ Ö$_{30}$ Ö$_{31}$ Ö$_{32}$ Ö$_{33}$ Ö$_{34}$ Ö$_{36}$ Ö$_{37}$ Ö$_{38}$ Ö$_{39}$ Ö$_{40}$ Ö$_{41}$	Ö$_{1}$ Ö$_{8}$ Ö$_{35}$	Ö$_{3}$ Ö$_{4}$

Tablo 4'e göre gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama basamağında öğretmen adaylarının çoğunun hiç yaklaşım sergilemediği, çok az sayıda öğretmen adayının ise uygun yaklaşım ve bir ölçüde uygun yaklaşım sergilediği görülmüştür. Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileyen öğretmen adaylarının çözümlerinden çıkardıkları matematiksel sonuçları doğru yorumlayamadıkları, buna karşın uygun yaklaşım sergileyen öğretmen adaylarının çözümlerinden elde ettikleri sonuçları doğru şekilde yorumladıkları görülmüştür. Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileyen Ö$_{35}$ kodlu öğretmen adayının gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama basamağında yaptığı çözüm Şekil 4'te sunulmuştur.



Şekil 4. *Ö$_{35}$ Kodlu Öğretmen Adayının Matematiksel Sonucu Yorumlamasına Yönelik İfadesi*

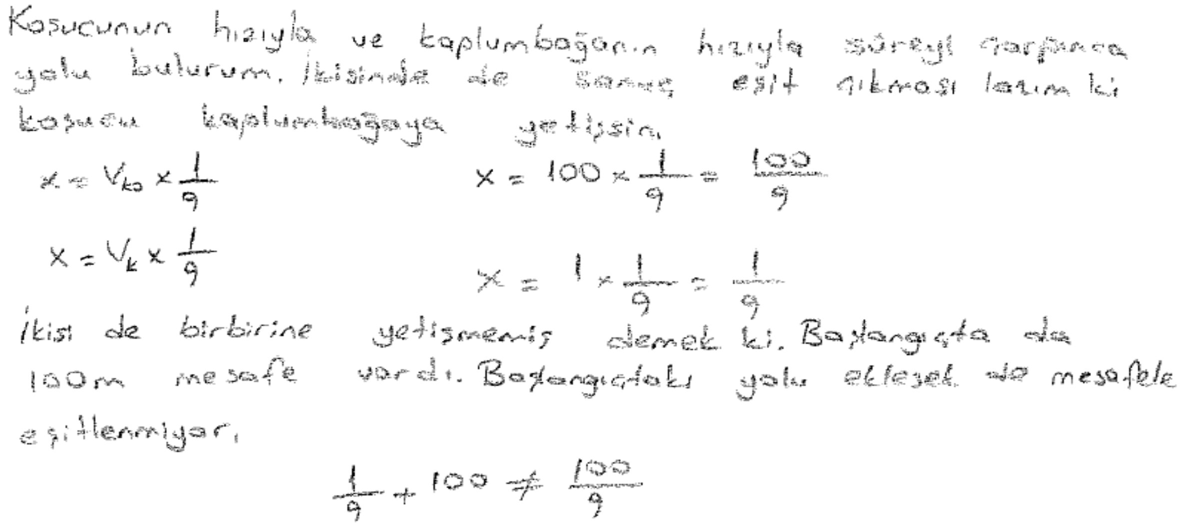
Şekil 4'te Ö$_{35}$'in doğrudan matematiksel çözüme ulaşamadığı ancak problemdeki değişkenler arasındaki ilişkilerden yola çıkarak çözümü yorumlamaya çalıştığı görülmüştür. Ö$_{35}$ çözüme yönelik varsayımlarda bulunmuş ancak çözümü tam doğru şekilde yorumlayamamıştır.

Modelleme sürecinin beşinci ve son basamağı çözümü doğrulama basamağıdır. Öğretmen adaylarının çözümlerinde, modeli doğrulama basamağında sergiledikleri davranışlar Tablo 5'de gösterilmiştir.

Tablo 5. *Öğretmen Adaylarının Elde Ettikleri Matematiksel Sonuçları Doğrulama Yeterlikleri*

Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
Ö$_{1}$ Ö$_{2}$ Ö$_{5}$ Ö$_{6}$ Ö$_{7}$ Ö$_{8}$ Ö$_{10}$ Ö$_{11}$ Ö$_{12}$ Ö$_{13}$ Ö$_{14}$ Ö$_{15}$ Ö$_{16}$ Ö$_{17}$ Ö$_{18}$ Ö$_{19}$ Ö$_{20}$ Ö$_{21}$ Ö$_{22}$ Ö$_{23}$ Ö$_{24}$ Ö$_{25}$ Ö$_{26}$ Ö$_{27}$ Ö$_{28}$ Ö$_{29}$ Ö$_{30}$ Ö$_{31}$ Ö$_{32}$ Ö$_{33}$ Ö$_{34}$ Ö$_{35}$ Ö$_{36}$ Ö$_{37}$ Ö$_{38}$ Ö$_{39}$ Ö$_{40}$ Ö$_{41}$	Ö$_{3}$ Ö$_{4}$	Ö$_{9}$

Tablo 5 incelendiğinde, modelleme sürecinin doğrulama basamağına yönelik öğretmen adaylarının çoğunun hiç yaklaşım sergilemediği, bir öğretmen adayının uygun yaklaşım sergilediği, iki öğretmen adayının ise bir ölçüde uygun yaklaşım sergiledikleri görülmüştür. Şekil 5'te uygun bir değerlendirme yapan Ö$_{9}$ kodlu öğretmen adayının yaptığı değerlendirme sunulmuştur.



Şekil 5. *Ö9 Kodlu Öğretmen Adayının Matematiksel Çözümü Doğrulamasına Yönelik İfadesi*

Şekil 5'te uygun yaklaşım sergileyen Ö9 kodlu öğretmen adayı bulduğu sonucun gerçek yaşam durumu ile uygunluğunu test etmiştir. Problem çözümünde koşucunun kaplumbağaya $\frac{1}{9}$ saniyede yetişeceğini iddia etmiştir. Bulduğu sonucu değerlendirmek için kaplumbağa ile koşucunun $\frac{1}{9}$ saniyede aldıkları mesafeleri karşılaştırmış ve bulduğu sonucun yanlış olduğunun farkına varmıştır. Buna rağmen doğru sonuca ulaşamamıştır.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Araştırmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kaplumbağa paradoksu özelindeki modelleme süreçlerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda modelleme süreci beş basamakta incelenmiştir. Modelleme sürecinin ilk basamağı ilgili problemi anlamaya yöneliktir. Bu basamakta gerçek yaşam problemi tanımlanır, problem için gerekli veriler toplanır. Problemin çözümü için değişkenler ve varsayımlar belirlenir. Diğer bir deyişle oluşturulması düşünülen matematiksel modele hazırlık yapılır. Öğretmen adaylarının yarısına yakınının bu problemi anlamakta zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu zorluğun iki sebebi olabilir. Bunlardan ilki, böyle bir paradoks ile öğretmen adaylarının ilk defa karşılaşmış olmaları dolayısıyla paradoksu anlamakta zorluk yaşamaları olabilir. Diğer bir ihtimal, söz konusu problem çözümünün öğretmen adaylarının zorlandıkları limit (Davis ve Vinner, 1986) ve seriler (Alcock ve Simpson, 2004) gibi iki kavramı barındırması olabilir. Bu düşünce ile paralel olarak Bukova Güzel ve Uğurel (2010) modelleme sürecinde akademik başarının bir ölçüde etkili olduğunu belirtmiştir. Problemde verilenlerin rutin problemlerdekinin tam aksine net ve açık olmaması da (Eraslan, 2012) bu durumun bir başka sebebi olabilir. Blum ve Borromeo-Ferri (2009) ile Eraslan ve Kant'a (2015) göre öğrenciler modelleme etkinlikleriyle hem okul ortamında hem de okul dışında fazla karşılaşmadıklarından problem durumları üzerinde düşünmeden ve problemi anlamadan doğrudan çözüm işlemine geçmektedir. Öğretmen adayları modelleme sürecinin bu basamağında zorluk yaşamalarına rağmen diğer modelleme basamakları dikkate alındığında bu basamağın öğretmen adaylarının en başarılı oldukları modelleme basamağı olduğu görülmüştür. Çalışmadan elde edilen bu sonuç öğretmen adaylarının problemi anlama basamağında daha başarılı oldukları çalışma sonuçları ile uyuşmaktadır (Bukova Güzel ve Uğurel, 2010; Hıdıroğlu vd., 2014). Modelleme sürecindeki problemi anlama basamağının diğer basamaklara göre zorluk seviyesi daha düşük olduğundan bu sonucun doğal bir durum olduğu söylenebilir.

Modelleme sürecinin en önemli basamaklarından biri problem çözümüne yardımcı olacak uygun bir matematiksel model oluşturabilmektir. Öğretmen adaylarının ürettikleri modellerin özellikleri incelendiğinde en çok cebirsel ve şekilsel tarzda modeller üretildiği ortaya çıkmıştır. Birer öğretmen adayı grafik ve tablo kullanarak matematiksel modeller oluşturmuştur. Altı öğretmen adayı sözel ifadeler kullanmış fakat bir matematiksel model oluşturamamıştır. Çalışmadan elde edilen bu gösterim şekilleri Özaltun ve diğerleri'nin (2013) yaptıkları çalışmadan elde edilen sonuçlarla benzerlik göstermektedir. Özaltun ve diğerleri (2013) matematik öğretmeni adaylarının modelleme problemlerinin çözümünde sözel, cebirsel, şekilsel, grafiksel, tablo ve dinamik gösterim şekillerinden yararlandıklarını ortaya çıkarmıştır. Tekin Dede ve Yılmaz (2013) da çalışmalarında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel model oluşturma sürecinde cebirsel, şekilsel ve geometrik gösterimlerden yararlandıklarını belirlemiştir.

Öğretmen adaylarının ürettikleri matematiksel modellerin nitelikleri incelendiğinde, üretilen modellerin çoğunun problemin doğasına uygun olmayan modeller oldukları ortaya çıkmıştır. Bu durum, öğretmen adaylarının uygun matematiksel modeller oluşturabilmede güçlük yaşadıklarını göstermiştir. Sadece sekiz öğretmen adayı matematiksel olarak uygun modeller oluşturabilmiştir. Bu öğretmen adaylarının çoğu matematiksel model yardımıyla doğru çözüme ulaşabilmiştir. Matematiksel modellerinde eksiklik olan öğretmen adayları ise çoğunlukla problemi çözmede başarısız olmuştur. Bu anlamda, modelleme sürecinde oluşturulan matematiksel modellerin problem çözümünde hayati bir öneme sahip olduğu söylenebilir. Çalışmadan elde edilen bu sonuç, modelleme sürecinde matematiksel modellerinde eksiklik olan öğrencilerin ilgili problemi çözmede zorlandıkları çalışma sonuçlarını desteklemektedir (English ve Watters, 2004; Maaß, 2006).

Öğretmen adaylarının, modelleme sürecinin son iki basamağı olan matematiksel sonuçların yorumlanması ve doğrulanması basamaklarında başarısız oldukları görülmüştür. Öğretmen adaylarının çoğu bu basamaklarda uygun yeterlikler gösterememiştir. Elde edilen bu sonuç benzer çalışmalarda elde edilen, lise ve üniversite öğrencilerinin modelleme sürecinde en zorlandıkları basamakların yorumlama ve doğrulama basamakları olduğu yönündeki çalışma sonuçları ile uyumludur (Hıdıroğlu vd., 2014; Tekin Dede ve Yılmaz 2013). Bu durum Berry ve Houston (1995), Kapur (1982), Peter-Koop (2004) ile Sekerak'ın (2010) belirttiği, öğrencilerin elde ettikleri matematiksel sonuçların gerçek yaşam durumları için uygunluğunu sorgulamadıkları ve yorumlama yapmadıkları şeklindeki görüşüyle uyumludur. Öğretmen adaylarının modelleme sürecinin son iki basamağındaki yetersizliklerinin nedeni problemin yapısı, gerçek yaşam deneyimlerindeki eksiklikler ve öğrencilerin bu tarz uygulamalara alışık olmamasından (Hıdıroğlu vd., 2014) kaynaklanabilir.

Yapılan araştırmada öğretmen adaylarının seriler konusundaki kaplumbağa paradoksuna yönelik modelleme süreçleri incelenmiştir. İnceleme sonucunda öğretmen adaylarının modelleme sürecinde problemi anlama, uygun matematiksel model oluşturma, elde edilen sonuçları yorumlama ve doğrulamada güçlük yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Bu güçlüklerin üstesinden gelebilmek için öğrencilerin bu tarz problem durumları ile daha fazla karşılaşmaları sağlanmalıdır. İlgili derslerin öğretiminde modelleme problemlerine daha sık yer verilerek öğretmen adaylarının matematiksel model oluşturabilecekleri, elde ettikleri sonuçları yorumlayıp doğrulayabilecekleri ve bu süreçleri tartışabilecekleri sınıf ortamları oluşturulabilir. Bu sayede öğretmen adaylarının modelleme sürecine yönelik becerileri kazanmalarının yanında öğretimi yapılan konulara yönelik kavramsal anlayışlara sahip olmaları sağlanabilir. Özellikle öğretmen adaylarının uygun matematiksel model üretebilme becerileri önemsenmeli ve geliştirilmesi adına gerekli çalışmalar yapılmalıdır. Çünkü araştırmacılar modelleme konusunda deneyimi olan öğrencilerin gerçek durumdan matematiksel model oluşturmada daha başarılı olduklarını belirtmiştir (Ji, 2012). Bu çalışmayla benzer olarak, matematik öğretmeni adaylarının analizin diğer kavramlarına yönelik modelleme süreçleri incelenebilir. Literatürde bulunan farklı modelleme basamakları araştırmalarda kullanılabilir. Bu tarz araştırmalardan elde edilecek sonuçların öğrencilerin modelleme süreçlerindeki becerilerini geliştirmesi adına yararlı olacağı düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

Alcock, L., & Simpson, A. (2004). Convergence of sequences and series: interactions between visual reasoning and the learner's beliefs about their own role. *Educational Studies in Mathematics, 57*, 1-32.

Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical Modelling.* Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.

Biber, M., & Başer, N. (2012). Probleme dayalı öğrenme sürecine yönelik nitel bir değerlendirme. *Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*(1), 12-33.

Blomhøj, M., & Jensen, T.H. (2007). What's all the fuss about competencies? Experiencs with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 45-56). New York: Springer.

Blomhøj, M., & Kjeldsen, T.H. (2006).Teaching mathematical modelling through project work- Experiences from an in-service course for upper secondary teachers. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *38*(2), 163-177.

Blum, W. (2002). ICMI study 14: applications and modelling in mathematics education- discussion document. *Educational Studies in Mathematics, 51*, 149-171.

Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: can it be taught and learnt?.*Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45-58.

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects-state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 37-68.

Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(2), 86-95.

Borromeo-Ferri, R., & Blum, W. (2010). *Mathematical modelling in teacher education experiences from a modelling seminar*. In M. Blomhøj (Eds.), Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 6), France, 11, 2046-2055.

Bukova Güzel, E., & Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29*(1), 69-90.

Chinnappan, M. (2010). Cognitive load and modelling of an algebra problem. *Mathematics Education Research Journal, 22*(2), 8-23.

Çelikkol, Ö. (2016). *7.sınıf öğrencilerine cebirsel sözel problemlerde matematiksel modelleme uygulaması: bir eylem araştırması*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir, Türkiye.

Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.

Çiltaş, A. (2012). The effect of the mathematical modelling method on the level of creative thinking. *The New Educational Review, 30*(4), 103-114.

Çiltaş, A., & Işık, A. (2013). Matematiksel modelleme yoluyla öğretimin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme becerileri üzerine etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 13*(2), 1177-1194.

Çiltaş, A., & Yılmaz, K. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının teoremlerin ifadeleri için kurmuş oldukları matematiksel modeller. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 2*(2), 107-114.

Davis, R., & Vinner, S. (1986). The notion of limit: some seemingly unavoidable misconception stages. *Journal of Mathematical Behavior, 5*, 281-303.

Deniz, D. (2014). *Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine uygun etkinlik oluşturabilme ve uygulayabilme yeterlikleri*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.

English, D.Y. (2010). Young children's early modelling with data. *Mathematics Education Research Journal, 22*(2), 24-47.

English, L.D., & Watters, J. (2004). Mathematical modelling with young children. *28th Conference of the IGPME, 2*, 335-342.

Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online, 10*(1), 364-377.

Eraslan, A. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri üzerinde düşünme süreçleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 12*(4), 2953-2968.

Eraslan, A., & Kant, S. (2015). Modeling processes of 4th-year middle-school students and the difficulties encountered. *Educational and Sciences:Theory and Practice, 15*(3), 809-824.

Frejd, P. (2012). Teacher's conceptions of mathematical modelling at swedish upper secondary school. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(5), 17-40.

Harrison, A.G. (2001). How do teachers and textbook writers model scientific ideas for students. *Research in Science Education, 31*, 401-435.

Hıdıroğlu, Ç.N., Tekin Dede, A., Kula, S., & Bukova Güzel, E. (2014). Öğrencilerin kuyruklu yıldız problemi'ne ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31*, 1-17.

Huggett, N. (2010). *Zeno's paradoxes*. Stanford University, CA: Stanford Encyclopedia of Philosophy.

Ji, X. (2012). A quasi-experimental study of high school students' mathematical modelling competence. *Paper Presented at the 12th International Congress on Mathematics Education,* Seoul, South Korea.

Kapur, J.N. (1982). The art of teaching the art of mathematical modeling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 13*(2), 185-192.

Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul, Türkiye.

Kim, S.H., & Kim, S. (2010). The effects of mathematical modeling on creative production ability and self-directed learning attitude. *Asia Pasific Education Review, 11*, 109-120.

Lesh, R., & Doerr, H.M. (2003). Foundations of models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.,), *Beyond constructivism: Models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching*(pp. 3-33). NJ. Mahwah, Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conception development. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal, 5*(2/3), 157-190.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In R. Lesh & A. Kelly (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 591-645). Hillsdale: Erlbaum.

Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM,38*(2), 96-112.

Maaβ, K. (2006). What are modelling competencies?.*Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(2), 113-142.

Meyer, W.J. (1984). *Concepts of mathematical modelling*. New York:McGraw-Hill.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM Publishing.

Nesin, A. (2003). Dikkat paradoks var!: Zenon'un paradoksları. *Matematik Dünyası*, 89-91.

Niss, M. (1987). Applications and modelling in the mathematics curriculum - state and trends. *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology, 18*, 487-505.

Özaltun, A., Hıdıroğlu, Ç.N., Kula, S., & Bukova Güzel, E. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının modelleme sürecinde kullandıkları gösterim şekilleri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 4*(2), 66-88.

Özturan Sağırlı, M. (2010). *Türev konusunda matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarıları ve öz-düzenleme becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.

Peter Koop, A. (2004). *Fermi problems in primary mathematics classrooms: pupils' interactive modelling processes*. Proceedings of the 27th Annual Conference of the MERGA. Queensland, Australia.

Sekerak, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The Teaching of Mathematics, 13*(2), 105-112.

Siller, H.S., & Kuntze, S. (2011). Modelling as a big idea in mathematics: knowledge and views of pre-service and in-service teachers. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(6), 33-39.

Simon, M., & Blume, G.W. (1994). Mathematical modelling as a conponent of understanding ratio-as measure: a study of prospective elementary teachers. *The Journal of Mathematical Behavior, 13*(2), 183-197.

Stillman, G. (2012). *Applications and modelling research in secondary classrooms: what have we learnt?* Paper Presented at the 12th International Congress on Mathematics Education. Seoul, South Korea.

Tekin Dede, A., & Yılmaz, S. (2013). İlkoğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(3), 185-206.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction, 7*(4), 339-359.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6.Basım). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R.K. (1994). *Case study research: design and methods* (2nd Edition). Beverly Hills, CA: Sage Publication.

Cumhuriyet International Journal of Education-CIJE
e-ISSN: 2147-1606
Vol 5(4), 2016, 55 - 71

Mathematical Modeling Processes of Mathematics Teacher Candidates: The Example of Tortoise Paradox[5]

***Murat DURAN*[6], *Muhammet DORUK*[7], *Abdullah KAPLAN*[8]**

Summary

INTRODUCTION

Today, expectations in mathematics education have changed with the development of science and technology (Biber & Baser, 2012). Varying expectations in this area, it is intended to train individuals who can solve routine and non-routine problems, use math in everyday life, access to the good judgment and think creatively (Ciltas & Yilmaz, 2013; Dossey & McCrone, 2007). For this purpose, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) has stated that the students studying in pre-school and high school period should use the mathematics models in their problem solving to understand mathematical relationships (NCTM, 2000). Similarly, the Ministry of National Education (MEB) in the Republic of Turkey revised the secondary school mathematics curriculum in 2013 and aimed to be configured the basic mathematical skills based on real life problems by individuals. In the same curriculum, it was referred to the preparation of studying environment provided to solve problems through modeling for the students (MEB, 2013). When considering the difficulties faced by individuals in the process of establishing the relationship between the mathematical world with the real World, the mathematical modeling is an important tool in the context of overarching the mathematical concepts to every life.

In the literature, the mathematical modeling is defined as a complex and iterative process that involves the transformation between real-life and mathematical world (Borromeo-Ferri, 2006). In said process, five steps of mathematical modeling are understanding of the real problem and creating a model based on reality, creating a mathematical model of the real model, solving the created mathematical model, interpretation the mathematical results and verification the solution (Blum & Kaiser, 2007; cited in Maaß, 2006). Large task falls to the teachers at the gaining process to modeling adequacy of individuals and integrating process to lessons of mathematical modeling considered an important component in mathematics courses (Tekin Dede & Yilmaz, 2013). Therefore, the competence of mathematical modeling need to be gained mathematics teacher candidates at universities in the future (Bukova Guzel & Ugurel, 2010; Borromeo-Ferri & Blum, 2010). It is important for the mathematics teacher candidates to determine the proficiency levels of modeling on basic mathematical topics before gaining the qualifications. Thus, the purpose of the study is to determine the current models for geometric series produced by the middle-school mathematics teacher candidates and classify these models.

METHODS

A case study of the qualitative research method was adopted in this research. The case study was preferred in this research because the examination desire in-depth of the produced models in the process of problem solving known as the current state. This research was conducted with final year mathematics teacher candidates studying elementary mathematics

---

[5] A part of this study was published as a short summary in the 3rd International Eurasian Educational Research Congress (Muğla Sıtkı Koçman University, 1-3 June 2016, Muğla, Turkey).
[6] PhD. Student, Ataturk University, Institute of Educational Sciences, denizyildizi2805@hotmail.com
[7] Res. Asst. Dr., Hakkari University, Education Faculty, mdoruk20@gmail.com
[8]Prof. Dr., Ataturk University, Kazım Karabekir Education Faculty, akaplan@atauni.edu.tr

(n=41). This research applied at the state university in the large-scale city of Eastern Anatolia Region of Turkey was carried out in the fall semester of 2013-2014 academic years. When the sample of the research was determining, the criterion sampling among the purposeful sampling method was used. The sampling criteria of the research is to possess the necessary knowledge and skills in mathematical modeling and take the course Analysis III taught the series topic. The real names of the teacher candidates were hidden and the code names were given to them in the research. Data collection tool of the research is the paradox named "Tortoise Paradox" in the literature posed by the Greek Mathematician Zeno. The reason of the designation for the paradox is intended to be a mathematical model of the problem in paradox. An expert explained an opinion whether the paradox was used in modeling or not. At the end of the views of the expert, the paradox was rearranged the cover feature including the steps of the loop of modeling. The answers given for the problem in paradox by teacher candidates were received as written at one lesson time. The researchers didn't make any intervention to the teacher candidates during the solution of the problem for the paradox. The answers obtained from the detailed modeling examples of teacher candidates were examined with the descriptive analysis. The forms of representation used by teacher candidates in the process of modeling were examined under verbal, algebraic, formal, graphical and table topics by the researchers.

RESULTS AND CONCLUSIONS

According to the results obtained from the research, it is seemed that middle school mathematics teacher candidates have difficulty in drawing appropriate mathematical model for tortoise paradox. Also, it has been found that these difficulties have increased even more. Teacher candidates showed inadequate approach on the steps named "interpretation the results in a real situation" and "solution verification" among the modeling steps. Also, teacher candidates have used the most algebraic and visual models in the modeling process. But, it has been determined that very few of the mathematical models produced by teacher candidates are compatible with the logic of the problem. This result obtained from the study were consistent with the results of the study conducted by Ozaltun, Hıdıroglu, Kula and Bukova Guzel (2013). They said that even if reaching mathematical model was important in the process of modeling, visual representations were also needed as well as the algebraic representation of the model topic in their study. According to the results of the research, it is suggested to be applied problems for the construction of the mathematical models with the help of the multiple representations and rearranged the learning environments considering this situation by teacher candidates.