



An Analysis of Dynamic Geometry Software Tasks in The Interactive Mathematics Textbook of The Triangles Unit

Hilal Güllük

Gazi Faculty of Education, Gazi University, Ankara, Türkiye

Research Article

History

Received: 11/01/2023

Accepted: 31/07/2023



This paper was checked for plagiarism using iThenticate during the preview process and before publication.

Copyright © 2017 by Cumhuriyet University, Faculty of Education. All rights reserved.

ABSTRACT

Interactive books are one of the current digital education and training materials on the website prepared by the Republic of Türkiye Ministry of National Education, General Directorate of Secondary Education. The purpose of this research was to examine the learning opportunities that the dynamic geometry software tasks in the interactive mathematics textbook of the triangle unit offer students. Learning opportunities in the 10 dynamic geometry software tasks in the triangles unit (ninth grade) were analyzed by considering the coordination of mathematical depth and technological actions of prompts, the feedback provided on the screen for the expected result in the task, and the place of the task in the book content. Prompts classified as basic and sub were analyzed using Trocki and Hollebrands' (2018) Dynamic Geometry Task Analysis Framework. The findings showed that prompts in the tasks were insufficient to coordinate mathematical depth with technological actions. The mathematical ideas expected to be gained by completing the tasks were often presented on the screen, which can be viewed directly or by clicking the checkbox. Tasks were usually included in the book's content after definitions, explanations, or examples of related mathematical ideas. Implications were made for developing the tasks to make the mathematical concepts and relationships meaningful for students.

Keywords: Mathematics education, technology, interactive textbooks, dynamic geometry software tasks, triangles

Etkileşimli Matematik Ders Kitabında Yer Alan Dinamik Geometri Yazılımı Görevlerinin Bir Analizi: Üçgenler Ünitesi Örneği

Süreç

Geliş: 11/01/2023

Kabul: 31/07/2023

Bu çalışma ön inceleme sürecinde ve yayımlanmadan önce iThenticate yazılımı ile taranmıştır.

Copyright



This work is licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International License

Öz

Etkileşimli kitaplar, Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Genel Müdürlüğü tarafından hazırlanan OGM Materyal adlı web sitesinde yer alan güncel dijital eğitim ve öğretim materyallerinden birisidir. Bu araştırmanın amacı, üçgenler ünitesine ait etkileşimli matematik ders kitabında yer alan dinamik geometri yazılımı görevlerinin öğrencilere sunacağı öğrenme fırsatlarını incelemektir. Dokuzuncu sınıf üçgenler ünitesinde yer alan 10 tane dinamik geometri yazılımı görevindeki öğrenme fırsatları; görevdeki yazılı yönlendirme veya soruların matematiksel derinlik ve teknolojik eylemler koordinasyonu, görevde ulaşılması beklenen sonuca yönelik ekranda sağlanan dönütler ve görevin kitap içeriğindeki yeri dikkate alınarak analiz edilmiştir. Dinamik geometri yazılımı görevlerinde temel ve alt olarak sınıflandırılan yazılı yönlendirme veya sorular, Trocki ve Hollebrands'ın (2018) Dinamik Geometri Görevi Analiz Çerçevesi kullanılarak değerlendirilmiştir. Bulgular, araştırmada ele alınan görevlerde yer alan yazılı yönlendirme veya soruların teknolojik eylemlerle matematiksel derinliği koordine etmede yetersiz kaldığını göstermektedir. Görevlerin tamamlanmasıyla kazanılması beklenen matematiksel fikirler, çoğunlukla ekranda doğrudan veya işaret kutusunun tıklanmasıyla görülebilecek şekilde sunulmaktadır. Görevler kitaptaki içerikte genellikle ilgili matematiksel fikirlere ait tanımlar, açıklamalar veya örneklerden sonra yer almaktadır. Araştırmada, söz konusu matematiksel kavramlar ve ilişkileri öğrenciler için anlamlı kılmak adına, görevlerin geliştirilmesine yönelik bazı önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Matematik eğitimi, teknoloji, etkileşimli kitaplar, dinamik geometri yazılımı görevleri, üçgenler

Giriş

COVID-19 pandemisinden sonra eğitimin şekillendirilmesinde teknolojinin büyük bir rol oynayacağı konusunda neredeyse şüphe kalmamıştır (Pepin, 2021). Pandemi sürecinde genel olarak eğitim, özel olarak matematik eğitimi, bir anda uzaktan yapılan bir forma dönüşmek zorunda kalmıştır. Bu durum, uzaktan öğrenme araçlarının matematik öğretimindeki rolü üzerine araştırmalar ve analizler yapmanın öncelikli bir durum haline geldiğine işaret etmektedir. Gelişen teknolojinin güncel ürünlerinden olan dijital matematik ders kitapları bu araçlardan birisidir. Bir dijital matematik ders kitabı, aynı derse ait fiziksel olarak basılı bir kitapla karşılaştırıldığında öğretmen ve öğrencilere daha farklı öğrenme ve öğretme fırsatları sunabilir. Örneğin, dijital bir matematik ders kitabında videolar, simülasyonlar, animasyonlar, sanal veya artırılmış gerçeklik uygulamaları, derse ait sunuların yer aldığı dosyalar veya oyunlaştırılmış içerikler yardımıyla matematiksel öğrenme süreci zenginleştirilebilir. Dijital matematik ders kitaplarında öğrencilerin matematiği öğrenmelerini desteklemek için kullanılabilecek etkili içeriklerden birisi de dinamik geometri yazılımı (DGY) kullanılarak hazırlanan görevlerdir.

GeoGebra, The Geometer's Sketchpad, Cabri gibi DGY'ler, matematik eğitimi araştırmacılarının ve eğitimcilerin sıklıkla kullandıkları teknolojik öğrenme ve öğretme kaynaklarından birisidir. DGY kullanılarak uygun bir şekilde gerçekleştirilen matematiksel etkinliklerin, öğrencilerin üzerinde çalıştıkları kavram veya ilişkileri anlamlı bir şekilde öğrenmelerinde önemli bir rol oynadığı araştırmacılar tarafından tespit edilmiştir (örn., Arzarello vd., 2002; Baccaglioni-Frank & Mariotti, 2010; Hollebrands, 2007; Laborde, 2002). DGY kullanan öğrenciler, tahmin etme, örüntü arama, ilişkilendirme, öngöründe bulunma, varsayımda bulunma ve ispat etme gibi süreçlerde muhakeme yürüterek matematiksel fikirler üzerinde aktif bir şekilde düşünebilir (Venturini & Sinclair, 2017), DGY'lerin sunduğu ölçme, sürükleme, iz bırakma gibi karakteristik seçenekler yardımıyla matematiksel olarak değişmez kalan özellikleri anlamlandırabilir (Jones, 2001; Leung, 2011). Bu yüzden, bu yazılımların kullanılması öğretime yön veren dokümanlarda açık bir şekilde teşvik edilmektedir (bkz. Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2018; Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi [National Council of Teachers of Mathematics], 2000).

DGY'ler öğrencilere matematiği öğrenirken birçok avantaj sunsa da öğrencilerin bu avantajlardan gerçekten faydalanabilmeleri için yüksek seviyede bilişsel aktivite gerektiren iyi tasarlanmış görevlere ihtiyaçları vardır. Başka bir deyişle, öğrencilerin DGY'lerin sağlayabileceği kazanımları elde edebilmesi bu yazılımlarla hazırlanan matematiksel görevlerin niteliğiyle doğrudan ilişkilidir (Sinclair, 2003; Trocki & Hollebrands, 2018). Öğretmenlerin matematiksel öğrenme sürecinde öğrencilere sağlayacağı rehberlik düşünülürse en az öğrenciler kadar öğretmenlerin de DGY'lerin pedagojik potansiyelini açığa çıkarabilmek için bu nitelikteki

görevlere ihtiyaç duyacağı söylenebilir. Öğrencilerin ve öğretmenlerin çalışacakları görevleri belirlerken yaygın bir şekilde kullandıkları kaynakların ders kitapları olduğu göz önüne alındığında (Duatepe-Paksu & Akkuş, 2007; Gueudet vd., 2018; Pepin vd., 2016; Uğurel vd., 2010), matematik ders kitaplarında yer alan DGY görevlerinin öğrencilere sunduğu fırsatlar açısından analiz edilmesinin önemi ön plana çıkmaktadır.

Ders kitaplarının öğretim sürecindeki kritik rolü ve DGY'lerin matematik öğretiminde sağlayabileceği öğrenme olanakları birlikte değerlendirildiğinde kitaplarda yer alan DGY görevlerini inceleyen araştırmaların yeterli olmadığı düşünülmektedir. Konuyla ilgili ulaşılan araştırmaların birinde, Ayyıldız vd. (2019) ortaokul ve lise matematik ders kitaplarında yer alan 144 DGY etkinliğini incelemiştir. Araştırmacılar, kitaplardaki etkinliklerin matematiksel derinlik ve teknolojik eylemlere bakan etkinlik analizi çerçevesine göre düşük seviyelerde kaldığını belirlemiştir. Bir diğer araştırmada, Ulusoy ve Turuş (2022), farklı ilköğretim ve lise matematik ders kitaplarındaki DGY görevlerini inceledikleri çalışmada benzer sonuçlarla karşılaşmışlardır. Yazarlar, lise matematik ders kitapları ilköğretim kitaplarına göre daha fazla DGY görevleri içerirse de bu görevlerin büyük çoğunluğunun matematiksel derinlik anlamında düşük seviyelerde kaldığını belirlemiştir. Diğer yandan, az sayıdaki bu araştırmalarda incelenen etkinlikler fiziksel olarak basılı ders kitaplarında yer alan etkinlikleri içermektedir. Etkileşimli bir kitap ise sahip olduğu özellikler açısından kullanıcıya DGY görevleri kapsamında çok daha farklı matematiksel ve teknolojik öğrenme fırsatları sunabilir. Bu yüzden, araştırmada MEB Ortaöğretim Genel Müdürlüğü (OGM) tarafından <https://ogmmateryal.eba.gov.tr/etkilesimli-kitap/matematik?s=6&d=48&u=240&k=0> adresinde paylaşılan, dokuzuncu sınıf üçgenler ünitesine yönelik etkileşimli kitapta DGY ile hazırlanan görevlere odaklanılmıştır.

Farklı ülkelerde matematik eğitiminde kullanılan dijital kitaplara yönelik araştırmalar olsa da ülkemizde bu kitaplara yönelik matematik eğitimi literatürü henüz başlangıç aşamasındadır. Diğer yandan, ülkemizde basılı matematik ders kitaplarının analizine yönelik devam eden ilgiye rağmen, ortaöğretim seviyesi matematik ders kitaplarının analiz edildiği araştırmaların sayısı azdır (Dede & Arslan, 2019). Literatürde belirtilen bu iki durum bir arada değerlendirilerek, araştırmada dokuzuncu sınıf dijital matematik ders kitaplarına yönelik bir analiz yapılmasına karar verilmiştir. Henüz yeni sayılabilecek bir araştırma alanı olan dijital matematik ders kitaplarında öğrencilere sunulan DGY görevlerine yönelik yapılacak bu analizin, ülkemizde matematik eğitiminde dijital kaynakların geliştirilmesi ve iyileştirilmesi için sergilenen çabaları stratejik bir şekilde yönlendirmesi umulmaktadır.

Etkileşimli Matematik Ders Kitapları

Ders kitapları, öğrenciler için birçok öğrenme fırsatı sunabileceğinden (Stein vd., 2007; Törnroos, 2005), öğrencilerin matematiği anlamlı bir şekilde öğrenmesini

önceleyen herhangi bir çabada merkezi konumda yer alır (Silver, 2009). Diğer yandan, matematik öğretmenlerinin öğretimi tasarlarırken ve uygularken kullandıkları en önemli kaynaklardan birisi ders kitaplarıdır (Alajmi, 2012; Gueudet vd., 2018). Hatta “Öğretmenler günlük öğretimlerinde ne öğreteceklerine, nasıl öğreteceklerine ve öğrencilerine ne tür görev ve alıştırmalar vereceklerine karar verirken çoğunlukla ders kitaplarına yoğun bir güven duyarlar.” (Pepin vd., 2016, s. 637). Öğretim programlarında yer alan kazanımları gerçekleştirmek isteyen öğretmenler için program ile öğretim arasında köprü görevi üstlenen ders kitapları (Doğan, 2019), öğretim programlarının “uygulamadaki yüzü” olarak da düşünülebilir (Kılıçoğlu, 2020, s. 629).

Teknolojik gelişmeler ve değişiklikler, öğrencilere matematiği anlamlı bir şekilde öğrenecekleri öğrenme fırsatları oluşturmada eğitimcilerle birçok alternatif sunmaktadır. Ders kitaplarının matematik öğretimindeki rolü düşünüldüğünde, dijital matematik kitapları bu alternatiflerden birisi olarak karşımıza çıkmaktadır. Ders kitaplarının artık dijital ortamda herkes tarafından ve her yerden erişilebilir olması, matematik eğitime sunabilecekleri potansiyel katkıyı artırmaktadır. Birçok ülkede (örn. Fransa, İsrail, Güney Kore, Slovenya) matematik öğretiminde kullanılabilecek e-kitaplar tasarlanmıştır. Ülkemizde de z-kitap, akıllı kitap gibi isimlerle farklı yayınevlerine ait birçok dijital matematik kitabı matematik eğitiminde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. MEB OGM de <https://ogmmateryal.eba.gov.tr/etkilesimli-kitaplar/matematik> adresinden etkileşimli matematik ders kitaplarını kullanıma sunmaktadır. Söz konusu bu etkileşimli kitaplarda, belirli bir amaç doğrultusunda, gelişen teknolojinin sunduğu dijital araçlarla kullanıcıya etkileşim sunan içerikler yer almaktadır.

Zmazek vd. (2015) yüksek seviyede etkileşim içeren e-ders kitaplarının öğretim sürecinde sağlayacağı birçok avantajdan bahsetmektedir. Araştırmacılara göre, etkileşimli ders kitaplarında ilgili içerik görsel-işitsel ve etkileşimli öğelerle sunulduğundan bu kitaplar öğrencinin öğrenme sürecinde aktif olmasını teşvik eder. Ayrıca farklı seviyelerdeki etkileşim, içerik ve örneğe olanak tanınması açısından okul dışı ortamlarda da iyi bir kaynak olan etkileşimli kitaplar, uygun kullanıldığı takdirde dersleri “çok ilginç ve çok etkileyici” bir hale getirebilir (s.122). Öçal ve Şimşek (2017), öğretmen adayları ile gerçekleştirdikleri araştırmalarında, adayların görselliği artırma, konuyla ilgili çok soru çözebilme ve öğretmenlerin öğretim sürecindeki yükünü azaltma noktasında z-kitapları faydalı kaynaklar olarak değerlendiklerini tespit etmiştir.

Gelişen teknolojinin sunduğu imkânlar göz önüne alındığında e-kitapların içinde birçok etkileşimli araç kullanmak mümkündür. E-kitap içerisinde kullanılan dijital araçlar yardımıyla, öğrencilerin matematiksel anlamalarını geliştirecek bir temsiller ağı oluşturmaları desteklenebilir (Pepin vd., 2016). Bu kitaplarda etkileşim sağlayarak matematiğin anlamlı bir şekilde öğrenilmesine destek olmak için kullanılabilecek araçlardan birisi DGY’lerdir.

Farklı ülkelerde kullanılan matematik e-ders kitaplarında bu yazılımlarla hazırlanan uygulamalardan sıklıkla yararlanılmaktadır.

DGY ile Hazırlanan Matematiksel Görevler

Matematiksel bir görev, “bir öğretmenin matematiği göstermek, öğrencilerle etkileşimli bir şekilde çalışmak veya öğrencilerden bir şey yapmalarını istemek için kullandığı herhangi bir şey” olabileceği gibi, “öğrencilerin belirli bir durumda kendileri için yapmaya karar verdikleri herhangi bir şey de olabilir” (Watson vd., 2013, s. 10). Bu bağlamda DGY ile hazırlanan matematiksel bir görev, GeoGebra gibi bir DGY desteği ile oluşturulan geometrik nesnelere ile öğrencilerin belirlenen öğrenme çıktılarını ulaşılabilmeleri için kullanılan yazılı yönlendirme veya soruların (prompts) bütününden oluşmaktadır (Trocki & Hollebrands, 2018). Bu araştırmada, üçgenler ünitesine ait etkileşimli matematik ders kitabındaki DGY görevlerinin öğrencilere sunduğu öğrenme fırsatları belirlenirken görevlerdeki yazılı yönlendirme veya sorular matematik ve teknoloji perspektifinden incelenecektir. Bu incelemenin teorik çerçevesini Trocki ve Hollebrands’ın (2018) literatüre kazandırdığı Dinamik Geometri Görevi Analiz Çerçevesi (DGGGAÇ) belirlemektedir. Çizelge 1’de özetlenen bu çerçeveye göre, herhangi bir DGY görevi, öğrencilerden yapmaları beklenen yazılı yönlendirme veya sorular açısından matematiksel derinlik ve teknolojik eylemler olmak üzere iki boyutta analiz edilebilir. Yazılı yönlendirme veya soru, “bir çizimle ilgili sözlü veya yazılı bir yanıt gerektiren yazılı bir soru veya talimat” olarak tanımlanmaktadır (Trocki ve Hollebrands, 2018, s. 123). Yazarlar, bir DGY görevinde yer alan yazılı yönlendirme veya soruların, öğrencilerin aktivitelerini yönlendirerek matematiksel özellikler ve teorik nesnelere yönelik muhakeme sürecinde ürettikleri argümanlarını geliştirebileceğini ifade etmektedir. Bu motivasyonla geliştirdikleri çerçeveyi, DGY görevlerinin kalitesinin incelenmesi ve belirli öğrenme hedeflerine yönelik tasarlanacak görevler için bir kılavuz olması amacıyla geliştirdiklerini belirtmektedir.

DGGGAÇ, doğrudan DGY ile hazırlanan görevlerin analizine olanak sağladığı ve görevlerde öğrencilerden istenilen bir aktivitenin matematiksel ve teknolojik doğasını koordineli bir şekilde sınıflandırmaya izin verdiği için araştırmada özellikle tercih edilmiştir. DGY görevlerini analiz etmek ve değerlendirmek için kullanılabilecek olan bu çerçeve (Bozkurt & Yiğit-Koyunkaya, 2022) sayesinde, görevdeki yazılı yönlendirme veya soruların her birinin derinlemesine analizinden görevin niteliğine yönelik bir çıkarım yapılabilir. Trocki ve Hollebrands (2018), DGGGAÇ’ni geliştirirken özellikle matematiksel görevlerin bilişsel istem seviyelerini modelleyen Smith ve Stein’in (1998) teorik çerçevesini ve matematik eğitimi literatüründe DGY kullanımına yönelik öne çıkan birçok araştırmanın sonuçlarını bir arada kullanmışlardır.

Çizelge 1. Dinamik Geometri Görevi Analiz Çerçevesi (Trocki ve Hollebrands'dan (2018) çeviren Yiğit-Koyunkaya ve Bozkurt, 2019, s. 521, 522)

Matematikselsel derinlik	
Seviyeler	Açıklamalar
Puansız/Değerlendirmeye Alınmayan	Yazılı yönlendirme veya sorularda matematik odak noktası olmaması
0	Yazılı yönlendirme veya sorular ile çizimin matematikselsel olarak uyumlu olmaması
1	Yazılı yönlendirme veya soruların bir matematikselsel gerçek, kural, formül veya tanımı hatırlamayı gerektirmesi
2	Yazılı yönlendirme veya soruların, öğrencilerin ekrandaki çizimi yorumlaması ve raporlaştırmasını gerektirmesi (Öğrencilerden bir açıklama yapmaları beklenmemektedir)
3	Yazılı yönlendirme veya soruların, ekrandaki çizimdeki matematikselsel kavramları, süreçleri veya ilişkileri göz önünde bulundurmaya gerektirmesi
4	Yazılı yönlendirme veya soruların, ekrandaki çizimdeki matematikselsel kavramları, süreçleri veya ilişkileri açıklamaya gerektirmesi
5	Yazılı yönlendirme veya soruların, verilen çizimin ötesinde matematikselsel kavramları, süreçleri veya ilişkileri genellemesini gerektirmesi
Teknolojik eylemin çeşidi	
Sağlayıcılık	Açıklamalar
Puansız/Değerlendirmeye Alınmayan	Yazılı yönlendirme veya sorunun ekrandaki çizim üzerinde inşa etme, ölçme veya manipülasyon gerektirmemesi
A	Yazılı yönlendirme veya sorunun, ekrandaki etkinlik üzerinde bir çizim gerektirmesi
B	Yazılı yönlendirme veya sorunun ekrandaki çizim üzerinde bir ölçüm gerektirmesi
C	Yazılı yönlendirme veya sorunun ekrandaki çizim üzerinde bir inşa gerektirmesi
D	Yazılı yönlendirme veya sorunun sürükleme/sürgü özelliğini kullanma veya yazılımın diğer dinamik özelliklerini kullanmayı gerektirmesi
E	Yazılı yönlendirme veya sorunun, çizimde manipülasyon yaparak ortaya çıkan sabit ilişkilerin veya geometrik objelerdeki örüntülerin fark edilmesini gerektirmesi
F	Yazılı yönlendirme veya sorunun, araştıran kişiyi manipülasyonlar yaparak şaşırtabilmesi ve bu şaşırtma halinde olağan dışı durumları test etme yoluyla da ortaya çıkabilecek temalara dayanarak temsili ilişkilerin keşfedilmesi veya düşüncelerin geliştirilmesi

Çerçeve de herhangi bir yazılı yönlendirme veya soruda hedeflenen matematikselsel derinlik, Puansız /Değerlendirmeye Alınmayan ve 0-5 arasında kodlanan, gelişen yapıdaki seviyelerle sınıflandırılmaktadır. Bu hedefi gerçekleştirmek için kullanılması beklenen teknolojik eylem türleri ise Puansız /Değerlendirmeye Alınmayan ve A-F arasında sınıflandırılan ölçüm, çizim, sürükleme gibi manipülasyonları içeren farklı DGY olanaklarıyla şekillenmektedir. Herhangi bir yazılı yönlendirme veya soru, matematikselsel derinlik veya teknolojik eylemler bakımından birden fazla kod alabilir. Çerçeveye göre, bir DGY görevindeki yazılı yönlendirme veya sorular öğrencilerin değişmez kalan matematikselsel ilişkileri temel olarak genel matematikselsel sonuçlar çıkarmalarını gerekli kılacak şekilde teknolojik eylemleri matematikselsel derinlikle koordine ediyorsa bu görev yüksek kaliteye sahiptir. Örneğin, (1, 2, 3, C, D) olarak kodlanabilecek yazılı yönlendirme veya soruları takip eden (3, 4, 5, B, D, E, F) kodlu yazılı yönlendirme veya soruların yoğun olduğu bir DGY görevi yüksek kaliteli iken, birbirinden bağımsız bir şekilde (1, 2, 3, B, C), (2, N/A), (3, N/A) olarak kodlanabilecek yazılı yönlendirme veya soruların olduğu bir görev düşük kaliteli bir DGY görevi olarak değerlendirilebilir. Bu bağlamda DGGAÇ, bir DGY

görevinde yer alan yazılı yönlendirme veya soruları detaylı bir şekilde analiz etmeye yardımcı olarak görevin öğrencilere sunabileceği öğrenme fırsatlarının yeterliliği hakkında fikir vermektedir. Araştırmada, bu fırsatların derinlemesine bir analizini yapabilmek için OGM Materyal sayfasında yayınlanan kitaplardan birine odaklanılmaya karar verilmiş ve geometri öğretiminde önemli bir yer tutan üçgenler ünitesine ait etkileşimli kitap ele alınmıştır.

Üçgenler, öğrencilerin küçük yaşlardan itibaren gerek okulda gerekse okul dışı ortamlarda sıklıkla karşılaştıkları geometrik şekillerden birisidir. Öğretim programlarında özellikle geometri konularının öğrenimi ve öğretiminde yoğun bir şekilde kullanılan üçgenler, öğrencilerin muhakeme becerilerinin geliştirilmesi açısından da önemlidir. Zira geometrideki birçok problem çözümü veya teorem ispatı, üçgen ve özelliklerini anlamlı bir şekilde kullanmayı gerektirir. Araştırmalar da farklı matematikselsel kavramları ve fen konularını anlamada (Ubuz & Aydın, 2018) veya argümantasyon ve ispat yapmada (Ulusoy, 2021) üçgenlerin öğrencilere yardımcı olduğunu ifade etmektedir. Ne var ki öğrencilerin hatta öğretmen adaylarının üçgene ait kavram imajlarının matematikselsel anlamda yeterli veya uygun olmadığı tespit

edilmiştir (Tsamir vd., 2008; Ulusoy, 2021). Araştırmalarda, DGY'lerin öğrencilerin üçgenlerle ilgili anlamalarını geliştirmeye çalışan öğretmenler için etkili bir öğretim alternatifi olabileceği belirlenmiştir (bkz. Bokosmaty vd., 2017; Özçakır vd., 2015).

Üçgenler, DGY kullanılarak matematiksel kavram veya ilişkilere yönelik öğrencilerin bilişsel açıdan yüksek seviyede eylemler yapmalarını gerektiren görevler hazırlamak için uygun ve zengin geometri konularından birisidir. Bu kapsamda araştırmada, üçgenler ünitesine ait etkileşimli matematik ders kitabında yer alan DGY görevlerinin öğrencilere sunabileceği öğrenme fırsatlarını analiz etmek amaçlanmıştır. Öğrenme fırsatları kapsamında, DGY görevlerinde yer alan yazılı yönlendirme veya sorularda öğrencilerden yapmaları gereken bilişsel ve teknolojik eylemlerin koordinasyonuna, görevler tamamlandığında öğrencilerin kazanmaları beklenen matematiksel bilginin öğrencilere sunulmuş biçimine ve görevlere kitapta içeriğin neresinde yer verildiğine odaklanılmıştır. Araştırmada cevabı araştırılan sorular şu şekildedir:


- 1) Üçgenler ünitesine ait etkileşimli matematik ders kitabında yer alan DGY görevlerindeki yazılı yönlendirme veya soruların matematiksel derinlik ile teknolojik eylemler koordinasyonu nasıldır?
- 2) DGY görevlerinde ulaşılması beklenen sonuçlara yönelik ekranda sağlanan dönütler nelerdir?
- 3) DGY görevlerine etkileşimli kitap içeriğinde nerede yer verilmektedir?

Yöntem

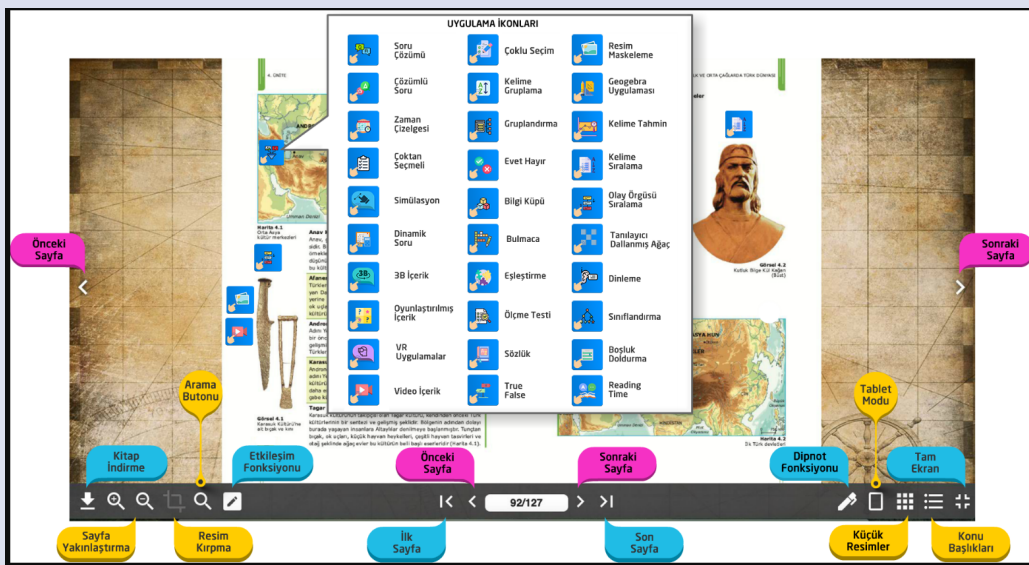
Araştırmada, dokuzuncu sınıf etkileşimli matematik ders kitabı üçgenler ünitesindeki DGY görevleri incelenirken doküman analizi yöntemi kullanılmıştır.

Gerek basılı gerekse elektronik materyalleri sistematik bir şekilde gözden geçirmek veya değerlendirmek için yapılan doküman analizinde, veriler anlamı ortaya çıkarmak ve ampirik bilgiyi geliştirmek için incelenir ve yorumlanır (Bowen, 2009). Bu bağlamda, doküman analizinin nasıl yapıldığını açıklamak için ilk olarak ele alınan etkileşimli kitabın genel yapısı hakkında bilgi verilecek, daha sonra kitapta üçgenler ünitesinde ele alınan DGY görevlerinin analizine yönelik detaylar örneklendirilerek sunulacaktır.

Etkileşimli Kitabın Genel Yapısı

Üçgenler ünitesine ait etkileşimli kitabın kapak sayfasından hemen önce, kitap boyunca kullanılacak uygulama ikonlarının bir resmi yer almaktadır. GeoGebra kullanarak hazırlanan DGY görevlerine  ikonu yardımıyla ulaşılmaktadır. Kapak sayfasında ise üniteye ait konular bağımsız bir şekilde ulaşılabilir ikonlarla listelenmekte, ayrıca ilgili ikonlara tıklayarak ulaşılabilen ünite özeti ve yardım sayfası bulunmaktadır. Kitabın alt kısmında etkileşimli kitabı kullanırken gerekebilecek araçlar bulunmaktadır. Kapak sayfasındaki yardım ikonuna tıklanınca açılan sayfada bu araçların açıklamaları gösterilmektedir (bkz. Resim 1).


Etkileşimli kitabın, MEB tarafından onaylanan basılı kitaba etkileşim sağlayabilecek özellikler gömülerek elde edildiği görülmektedir. Dolayısıyla üçgenlerle ilgili üniteye ait etkileşimli kitapta, söz konusu matematiksel fikirlere ait hem basılı kitapta yer alan DGY görevleri hem de ikona tıklayarak ulaşılabilir DGY görevleri bulunmaktadır. Araştırmada, özellikle etkileşimli kitapların öğrencilere sunacağı farklı öğrenme fırsatlarına odaklanıldığından, basılı kitapta da yer alan DGY görevleri veri analizine dâhil edilmemiştir. Bu araştırmada, ilgili ikona tıklamak suretiyle etkileşim olanağı sunan DGY görevleri incelenecektir.



Resim 1. Etkileşimli kitapta yer alan araçlar

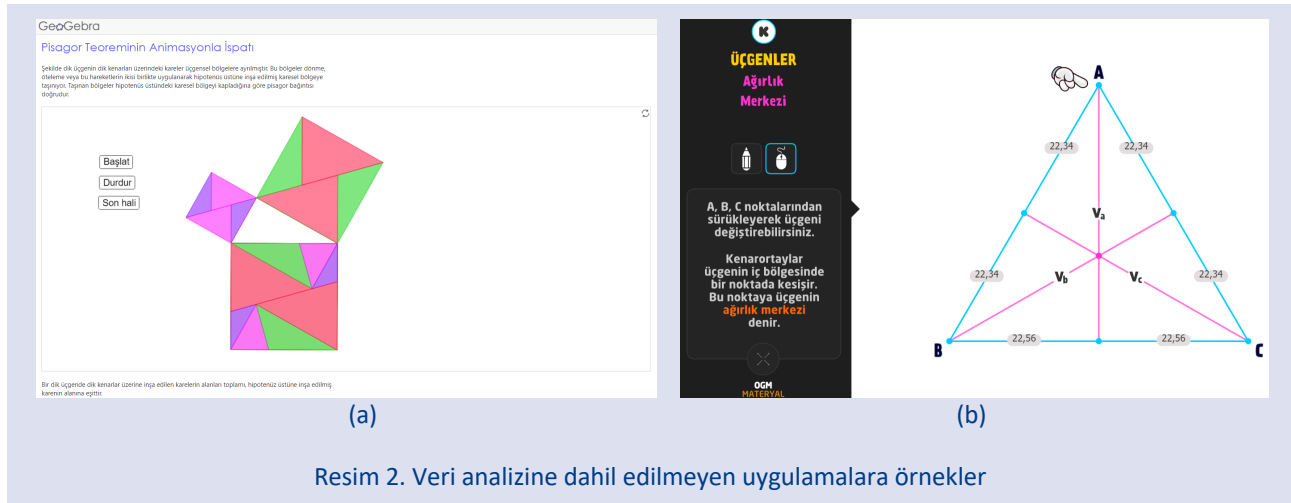
Veri Analizi

Matematik ders kitabı, öğretim programlarında amaçlanan kazanımların bir yansıması olarak belirli bir potansiyele sahip olsa da bu potansiyelin ortaya çıkması onun öğretim sürecinde kullanılma şekline bağlıdır. Araştırmada etkileşimli matematik ders kitabı incelenirken öğretim programındaki kazanımlara yönelik öğretimin nasıl uygulandığı değil, nasıl planlandığı temel alınmıştır. Bu yüzden araştırma, etkileşimli ders kitabında üçgenler ünitesine ait DGY görevlerinde sunulan potansiyel öğrenme fırsatlarının analizini içermektedir. Araştırmada ele alınan DGY görevlerindeki yazılı yönlendirme ve sorular analiz edilirken Trocki ve Hollebrands'ın (2018) Dinamik Geometri Görevi Analiz Çerçevesi (DGGAÇ) kullanılmıştır.

Veri analizinin ilk aşamasında, üniteye ait etkileşimli kitapta odaklanılacak DGY görevleri belirlenmiştir. Bu aşamada,  ikonu yardımıyla ulaşılan ve öğrencilerin dinamik bir öğrenme ortamında çalışmalarına fırsat veren, fakat söz konusu sayfada öğrencilerden herhangi bir şekilde matematiksel bir yanıt beklemeyen uygulamalar analize dahil edilmemiştir. Örneğin, "Pisagor Teoreminin Animasyonla İspatı" isimli uygulama bir DGY görevi olarak değerlendirilmemiştir (bknz. Resim 2a). İlgili ikona tıkladığında açılan çalışma sayfasının üstünde söz konusu animasyonu açıklayan cümleler yer almakta ve Pisagor bağıntısının doğru olduğu ifade edilmektedir. Öğrencilerin, GeoGebra sayfasında yapmaları gereken tek eylem animasyonu başlatmak, durdurmak veya animasyonun son halini görmek için düğmelere basmaktır. Kapak sayfasında simülasyon olarak isimlendirilen ikona tıkladığında ulaşılan dinamik uygulamalar da öğrencilerden yanıt beklemeyen ifadelerle sınırlı olmaları (bknz. Resim 2b) veya GeoGebra uygulaması ikonuna tıkladığında ulaşılan görevlere benzerlikleri nedeniyle veri analizine dahil edilmemiştir. Analize dahil edilecek görevler G olarak kısaltılmış ve kitaptaki sıra gözetilerek numaralandırılmıştır.

Veri analizinin ikinci aşamasında, üniteye ele alınacak DGY görevlerine ait sayfalarda yazılı yönlendirme veya soru olarak sunulan cümleler belirlenmiştir. Etkileşimli kitapta yer alan DGY görevlerindeki yazılı yönlendirme veya sorular analiz edilirken, ekranda öğrencilerden bir yanıt bekleyen her türlü ifade yazılı yönlendirme veya soru olarak ele alınmıştır. Görevle ilgili ikona tıklayınca çalışma sayfasında ulaşılması gereken sonucun/kazanılması beklenen matematiksel bilginin doğrudan verildiği ifadeler ise bu analizde kapsam dışı tutulmuştur. Bu bağlamda, çizimin yer aldığı uygulamanın hemen üst kısmında öğrencilerin bir yanıt vermesini gerektiren ifadeler temel yazılı yönlendirme veya soru; uygulamada yer alan ifadeler ise alt yazılı yönlendirme veya soru olarak değerlendirilmiştir. Göreve yönelik bütüncül bir bakış açısı sunması için temel ve alt yazılı yönlendirme veya soruların her biri hem matematiksel derinlik hem de teknolojik eylemler bakımından ayrı ayrı kodlanmıştır. Böylelikle, öğrencilerin görevi tamamladıklarında elde etmeleri beklenen matematiksel bilgiyi oluştururken görevde yer alan yazılı yönlendirme veya soruların sunacağı öğrenme fırsatlarına yönelik derinlemesine bir analiz yapılması hedeflenmiştir.

Yazılı yönlendirme veya soruların analizinden sonra, üniteye yer alan DGY görevleri iki farklı yaklaşımla daha sınıflandırılmıştır. Bunlardan ilki, görevleri tamamlayan öğrencilerin kazanmaları beklenen matematiksel bilginin çalışma sayfası ekranında sonuç olarak verilme biçimi iken, ikincisi görevin kitaptaki içeriğe dahil edildiği yer ile ilgilidir. Bu iki bileşen, görevin öğrenciye sunabileceği öğrenme fırsatları kapsamında deneyimleyebileceği bilişsel eylemleri (keşfetme, çıkarımda bulunma, genelleme, doğrulama, vb.) etkileme potansiyelleri düşünülerek analize dahil edilmiştir. İlerleyen başlık altında, üniteye ilk etkileşimli DGY görevi olan "Üçgende Açık Kenar Bağlıntıları" isimli görevin nasıl analiz edildiğine dair detaylar ile analiz süreci örneklendirilecektir.



Resim 2. Veri analizine dahil edilmeyen uygulamalara örnekler

DTY görevlerinin analizine yönelik bir örnek

Açı kenar bağıntılarına ait görevde yer alan temel yazılı yönlendirmede “Üçgenin bir açısını oluşturan iki kenarın uzunlukları sabit olmak üzere açının ölçüsü değıştikçe üçüncü kenar uzunluğunun nasıl değıştiğini inceleyiniz.” yazmaktadır (bkz. Resim 3). Yazılı yönlendirme, sürüklenme yapılırken, üçgende herhangi bir açının ölçüsünü, bu açığı oluşturan kenarların uzunluklarının durumunu ve açının gördüğü kenarın uzunluğunu ilişkilendirmeyi gerektirdiğinden matematiksel derinlik bakımından 3 olarak kodlanmıştır. Yazılı yönlendirme, çizimde sadece sürgüyü hareket ettirmeyi beklediğinden teknolojik eylemler bakımından D olarak kodlanmıştır. Bu yüzden temel yazılı yönlendirme, matematiksel ve teknolojik boyuttan bir arada ele alındığında 3-D olarak kodlanmıştır.

Görevdeki ilk alt yazılı yönlendirme ise temel yazılı yönlendirmede olduğu gibi, A açısının ölçüsünü sürgüyü kullanarak değıştirmeyi ve a kenarının uzunluğunun nasıl değıştiğini gözlemlemeyi beklemektedir. Dolayısıyla, bu alt yazılı yönlendirme de matematiksel ve teknolojik anlamda bir bütün olarak değerlendirildiğinde 3-D olarak sınıflandırılmıştır. Ekranda yer alan diğer alt yazılı yönlendirmeler, b ve c kenarlarının girdi kutuları yardımıyla değıştirilmesini beklemektedir. Bu yazılı yönlendirmelerin matematiksel derinlik payı, yazılı yönlendirmeleri oluşturan ifadeler sadece matematiksel terimleri hatırlamayı gerektirdiğinden 1 olarak kodlanmıştır. Diğer yandan, yazılı yönlendirmeler, girdi kutularına değeri girmekle sınırlı olduğundan teknolojik eylemler açısından Puansız olarak kodlanmıştır. Söz konusu bu iki yazılı yönlendirme de matematik ve teknoloji boyutundan birlikte ele alındığında 1-Puansız olarak kodlanmıştır.

İlgili görevde çizimin yer aldığı uygulamanın alt kısmında “Sonuç için tıklayınız” adlı bir işaret kutusu yer almaktadır. Öğrenciler bu girdi kutusuna tıkladıklarında görevi tamamladıkları zaman hangi matematiksel fikre ulaşmaları gerektiğini ekranda görebilmektedir. Söz konusu GeoGebra uygulama sayfasının hemen altında ayrıca “Üçgenin bir açısını oluşturan iki kenarın uzunlukları sabit olmak üzere açının ölçüsü büyüdüğüde (küçüldüğüde) üçüncü kenar uzunluğunu uzar (kısalar).” yazmaktadır. Yani öğrenciler ekranda sonuç için tıklamasalar da görevi tamamladıkları takdirde ulaşmaları beklenen sonucu görebilmektedir. Diğer yandan, görevin kitap içeriğinde ilgili başlık kapsamında, “Bir üçgende en uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsü en büyüktür” şeklinde hatırlatılan ilişkinin nasıl doğrulanacağı gösterildikten ve bu ifadenin tersi olarak “Büyük açı karşısında büyük kenar bulunur” ifadesinin de doğru olduğu belirtildikten sonra yer aldığı görülmektedir (s. 210). Dolayısıyla, öğrenciler görevde kazanılması beklenen matematiksel fikirlere yönelik doğrudan sunulan bilgilerden sonra görevle karşılaşmaktadır.

Veri analizinin son aşamasında, üniteye görevlerden rastgele seçilen yazılı yönlendirme veya soruların DGGAÇ’ne göre nasıl kodlanabileceği konusunda bir matematik eğitimi alan uzmanının görüşleri alınmıştır. Uzman görüşü doğrultusunda kodlar yeniden gözden geçirilmiş ve düzenlenmiştir. Örneğin, görevlerde yer alan bazı uygulamalarda, öğrenciler sürüklenme veya girdi kutularına değeri girdiklerinde ilgili matematiksel bilgiler dinamik metin olarak kendilerine sunulmaktadır. Bu dinamik metinler, öğrencilerden herhangi bir şekilde bir yanıt beklemediğinden uzman görüşü doğrultusunda yazılı yönlendirme veya soru olarak ele alınmamıştır.

GeoGebra

Üçgende Açı Kenar Bağıntıları

Üçgenin bir açısını oluşturan iki kenarın uzunlukları sabit olmak üzere açının ölçüsü değıştikçe üçüncü kenar uzunluğunun nasıl değıştiğini inceleyiniz.

Yönerge : A açısının ölçüsünü sürgüyü hareket ettirerek değıştirip a kenarının uzunluğunun nasıl değıştiğini gözlemleyiniz.

Üçgenin b kenar uzunluğunu giriniz (0-10):

Üçgenin c kenar uzunluğunu giriniz (0-10):

Sonuç için tıklayınız.

SURGU

Üçgenin bir açısını oluşturan iki kenarın uzunlukları sabit olmak üzere açının ölçüsü büyüdüğüde (küçüldüğüde) üçüncü kenar uzunluğunu uzar (kısalar).

Resim 3. Üçgende açı kenar bağıntılarına yönelik hazırlanan DTY görevi

Bulgular

Ünite kapsamında üçgenlerle ilgili 10 adet DGY görevi analiz edilmiştir. Etkileşimli kitap içeriğinde bu görevlere hangi kazanım kapsamında yer verildiği Çizelge 2’de gösterilmektedir. Söz konusu görevlerin öğrencilere sunacağı fırsatları belirlemek için yapılan analiz sonucu elde edilen bulgular dört başlık altında sınıflandırılmıştır. Başlıklar sırasıyla temel ve alt yazılı yönlendirme veya soruların analizine, görevlerde ulaşılması beklenen sonuçların verilmiş biçimine ve görevlerin kitap içeriğindeki yerine yönelik detayları içermektedir.

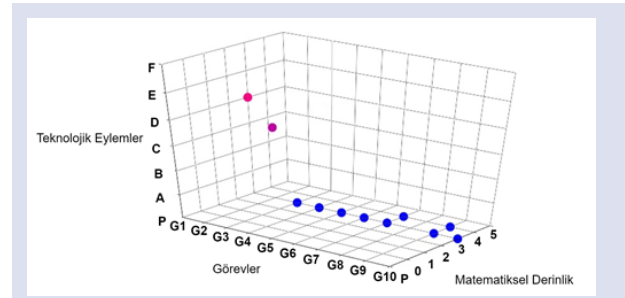
Görevlerde yer alan temel yazılı yönlendirme veya soruların matematiksel derinlik kapsamında çoğunlukla 3 seviyesinde yer aldığı, teknolojik eylemler kapsamında ise Puansız olarak kodlandığı görülmüştür. Görevlerdeki alt yazılı yönlendirme veya soruların ise, çoğunlukla C ve D kategorisinde kodlanan teknolojik eylemleri içermesine rağmen matematiksel derinlik kapsamında Puansız, 1 veya 3 seviyesindeki bilişsel eylemleri gerektirdiği belirlenmiştir. Üniteye yer alan DGY görevlerinde, öğrencilerin ulaşmaları beklenen sonuçların ya doğrudan ekranda verildiği veya işaret kutusunun tıklanmasıyla görülebilecek şekilde sunulduğu tespit edilmiştir. DGY görevlerinin, genellikle öğrencilere kazandırılması hedeflenen matematiksel bilgilerden sonra üçgenler ünitesindeki içeriğe dahil edildiği belirlenmiştir. Bulgular, ilerleyen başlıklar altında detaylı bir şekilde açıklanacaktır.

Çizelge 2. Araştırmada İncelenen Görevlerin Ait Olduğu Kazanımlar

Görev Kodu	İlgili Kazanım
G1	9.4.1.2. Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açılar ölçülerini ilişkilendirir.
G2	9.4.3.1. Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini elde eder.
G3	9.4.3.1. Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini elde eder.
G4	9.4.3.2. Üçgenin kenarortaylarının özelliklerini elde eder.
G5	9.4.3.3. Üçgenin kenar orta dikmelerinin bir noktada kesiştiğini gösterir.
G6	9.4.3.3. Üçgenin kenar orta dikmelerinin bir noktada kesiştiğini gösterir.
G7	9.4.3.4. Üçgenin çeşidine göre yüksekliklerinin kesiştiği noktanın konumunu belirler.
G8	9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.
G9	9.4.4.3. Dik üçgende dar açılarının trigonometrik oranlarını hesaplar.
G10	9.4.5.1. Üçgenin alanı ile ilgili problemler çözer.

Matematiksel İlişkileri Dikkate Almayı Teşvik Eden Temel Yazılı Yönlendirme veya Soruların Teknolojik Eylemler Bakımından Sınırlılığı

Üçgenler ünitesine ait etkileşimli kitapta yer alan DGY görevlerindeki temel yazılı yönlendirme veya soruların matematiksel derinlik ve teknolojik eylemler bakımından analizi Resim 4’te modellenmiştir. İki bileşenin koordinasyonunu görselleştirmek için hazırlanan model incelendiğinde söz konusu temel yazılı yönlendirme veya soruların, öğrencilerden ağırlıklı olarak herhangi bir şekilde teknolojik bir eylem yapmadan mevcut matematiksel kavramları, süreçleri veya ilişkileri düşünmelerini beklediği söylenebilir.



Resim 4. Görevlerdeki temel yazılı yönlendirme veya soruların matematiksel derinlik ve teknolojik eylemler analizine ait model

Öğrencilerin söz konusu kavram, süreç veya ilişkiler hakkında tartışmaları ya da açıklama yapmaları istenilen sadece iki görev bulunmaktadır. Birincisi olan üçgende yüksekliklere yönelik hazırlanan DGY görevinde yer alan temel yazılı yönlendirme veya soruda, öğrencilerden ilk olarak üçgende yüksekliklerin “kaç noktada” kesiştiği ve üçgenin çeşidine göre bu kesişmenin “nerede” olduğu gibi sorulara yanıt bulmaları istenmiştir (bkz. Resim 5). Takip eden cümlede ise öğrencilerden fikirlerini sınıf içinde tartışmaları istenmektedir. Dik üçgende trigonometrik oranlara yönelik hazırlanan söz konusu ikinci görevin temel yazılı yönlendirme veya sorusunda ise öğrencilerden fikirlerini nedenleriyle açıklamaları beklenmektedir.

DGY görevlerindeki temel yazılı yönlendirme veya soruların teknolojik eylemler bakımından analizinden ise farklı bir resim elde edilmiştir. Temel yazılı yönlendirme veya sorulardaki ifadelerin genel olarak öğrencilerin herhangi bir şekilde teknolojik bir eylem yapmalarını gerektirecek şekilde yazılmadığı görülmektedir. Bu noktada, yazılı yönlendirme veya soruda açık bir şekilde çizim üzerinde teknolojik eylemleri kullanmaya teşvik eden ifadelerin olup olmadığı esas alınmıştır. Yani yazılı yönlendirme veya sorudaki ifadeyi okuyan öğrencilerin ilgili çizimde teknolojik bir eylem kullanma gerekliliği duymalarının garanti edilmediği temel yazılı yönlendirme veya sorular Puansız olarak değerlendirilmiştir.

GeoGebra

Üçgenin Yüksekliği

Bir üçgenin yüksekliklerinin özelliklerini aşağıdaki dinamik sayfadaki yapı yardımıyla araştırınız. "Yükseklik kaç noktada kesişmektedir? Yükseklikler hangi üçgen türlerinde nedere kesişmektedir?" sorularına cevaplar bulmaya çalışınız. Fikirlerinizi sınıfta tartışınız.

Üçgen türünü değiştirmek için sürgüyü kaydırınız.

Dik üçgen oluşturmak için A açısına değer veriniz: 104°

Şu an ABC üçgeni geniş açılı üçgendir.

Elde ettiğiniz sonuçları metin olarak yazınız.

Resim 5. Üçgende yüksekliklerin özelliklerine yönelik hazırlanan DGY görevi

GeoGebra

Üçgende Açıortay

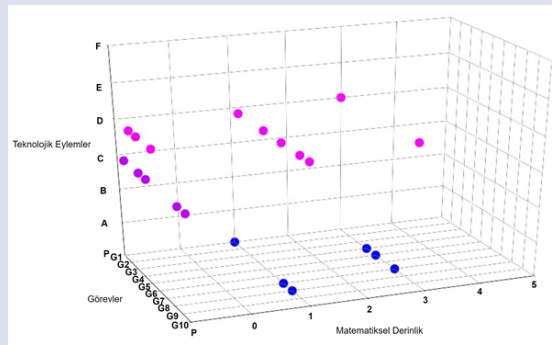
Aşağıdaki üçgenin açıortaylarını çizdirip özelliklerini araştırabilirsiniz.

- A açısına ait açıortay çizmek için tıklayınız.
- B açısına ait açıortayı oluşturmak için tıklayınız.
- C açısına ait açıortayı çizmek için tıklayınız.
- Üçgenin iç teğet çemberini çizmek için tıklayınız.

A, B ve C noktalarını hareket ettirerek üçgeni değiştirebilirsiniz.

Üçgenin açı ortayları üçgenin iç bölgesinde ve üçgenin iç teğet çemberinin merkezinde kesişir.

Resim 6. Üçgende açıortayların özelliklerine yönelik hazırlanan DGY görevi



Resim 7. Görevlerdeki alt yazılı yönlendirme veya soruların matematiksel derinlik ve teknolojik eylemler analizine ait model

Sadece üçgende açı-kenar bağıntıları ve iç açıortayın özelliklerine yönelik hazırlanan görevlerde öğrencilerden açıkça bir teknolojik eylem beklenmektedir. Öğrencilerin ilk görevde ilgili açının ölçüsü değiştikçe kenar uzunluğunun nasıl değiştiğini incelemeleri için sürgüyü kullanmaya (bknz. Resim 3), ikinci görevde ise açıortayları inşa edecek teknolojik eylemlere teşvik edildikleri tespit edilmiştir (bknz. Resim 6).

İnşa veya Sürüklemeyi Dikkate Almayı Teşvik Eden Alt Yazılı Yönlendirme veya Soruların Matematiksel Derinlik Bakımından Sınırlılığı

Üçgenler ünitesine ait etkileşimli kitapta yer alan DGY görevlerindeki alt yazılı yönlendirme veya soruların matematiksel derinlik ve teknolojik eylemler bakımından analizi ise Resim 7’de modellenmiştir. Modelde, bu yazılı yönlendirme veya soruların matematiksel derinlik ekseninde Puansız, 1 ve 3 seviyelerinde kümelenerek üç grup oluşturduğu görülmektedir.

İlk gruptaki alt yazılı yönlendirme veya soruların, öğrencileri teknolojik eylemler olarak bir inşayı ya da sürüklemeyi kullanacak şekilde yönlendirdiği fakat öğrencilerden matematiksel olarak herhangi bir eylem beklemediği belirlenmiştir. Örneğin, üçgende açıortay başlığı ile hazırlanan görev ekranının solunda yer alan üç alt yazılı yönlendirme, üçgenin iç açılarına ait açıortayları doğrudan çizmeyi sağlayacak işaret kutularına tıklamayı gerektirmektedir (bknz. Resim 6). Bu yazılı yönlendirmeler, herhangi bir şekilde matematiği öne çıkarmayan bir teknoloji görevi ile sınırlı olduklarından, matematiksel derinlik anlamında Puansız olarak kodlanmıştır. Yazılı yönlendirme, öğrencilere tıklama sonucu ekranda basitçe bir inşa üretmeyi teşvik ettiğinden teknolojik eylemler bakımından C olarak kodlanmıştır. Üçgenin iç teğet çemberinin çizdirildiği yazılı yönlendirme de aynı şekilde kodlanmıştır.

Ünitedeki görevlerde matematiksel eylem bakımından puansız olarak kodlanmış ama teknolojik eylemler bakımından öğrencilerden oluşturulan animasyon üzerine düşünmelerinin teşvik edildiği yazılı yönlendirme veya sorular da bulunmaktadır. Bu yazılı yönlendirme veya sorular da Resim 7’deki modelde birinci grup yazılı yönlendirme veya sorular kapsamında yer almaktadır. Örneğin, üçgenin açıortaylarıyla ilgili ikinci DGY görevindeki uygulama ekranındaki tek alt yazılı yönlendirme, öğrencilerden üçgenin ilgili kenarlarını çakışacak şekilde katlamak için tıklamalarını istemektedir. Yazılı yönlendirme, herhangi bir şekilde matematiği öne çıkarmadığı, yani öğrencilerin yazılı yönlendirmeye yanıt verirken herhangi bir matematiksel eylem yapmaları gerekmeyeği için matematiksel derinlik anlamında

Puansız olarak kodlanmıştır. Yazılı yönlendirme programının dinamik özellikleriyle hazırlanan bir animasyonu incelemeyi gerektirdiğinden teknolojik eylemler bakımından ise D olarak sınıflandırılmıştır.

DGY görevlerindeki alt yazılı yönlendirme veya soruların modellendiği Resim 7 incelendiğinde ikinci gruptaki yazılı yönlendirme veya soruların öğrencilerden herhangi bir teknolojik eylem kullanmadan ya da programın dinamik özelliklerini kullanarak bir matematiksel gerçeği, kuralı, formülü veya tanımı hatırlamalarını beklediği görülmektedir. Örneğin, dik üçgende Pisagor teoremine yönelik hazırlanan görevde yer alan iki alt yazılı yönlendirmede, öğrencilerden girdi kutularına değer girerek üçgenin dik kenarların uzunluklarını değiştirmeleri istenmektedir (bknz. Resim 8). DGY görevindeki yer alan bu iki alt yazılı yönlendirme, öğrencilere sadece uzunluk girmelerini söylemekte, onlardan başka bir eylem beklememektedir. Öğrencilerin yazılı yönlendirmelere yanıt verirken üçgende dik kenar uzunluğu ile ilgili temel matematiksel bilgiyi hatırlamaları yeterlidir. Dolayısıyla, söz konusu iki yazılı yönlendirme de 1-Puansız olarak kodlanmıştır.

İkinci gruptaki alt yazılı yönlendirme veya soruların bir kısmı ise teknolojik eylem olarak programın önemli özelliklerinden sürüklemeyi kullanmayı gerektirmektedir. Örneğin, üçgenin kenar orta dikmelerinin özelliklerine yönelik hazırlanan görevdeki ilk alt yazılı yönlendirmede öğrencilerden A açısının ölçüsünü değiştirmek için sürgüyü kaydırmaları beklenmektedir (bknz. Resim 9). Bu yazılı yönlendirmenin ifadesine bakıldığında öğrencilerin yazılı yönlendirmeye yanıt verirken kaydırma işlemi sırasında bir açı ve ölçüsüne yönelik temel bilgileri hatırlamalarının yeterli olduğu söylenebilir. Yükseklikleri aynı olan üçgenlerin alanlarının karşılaştırılmasına yönelik hazırlanan DGY görevinde de öğrencilerden sadece sürgüler yardımıyla üçgenlerin tabanlarının kaydırılması istenmektedir. Bu yazılı yönlendirme veya sorular 1-D olarak kodlanmıştır. Modeldeki alt yazılı yönlendirme veya soruların kümelendiği üçüncü gruptaki DGY görevlerinde, öğrencilerden herhangi bir teknolojik eylem kullanmadan ya da programın dinamik özelliklerini kullanarak mevcut çizimdeki matematiksel kavramlar, süreçler veya ilişkiler üzerine düşünmelerini gerektirdiği görülmektedir. Bu kapsamda teknolojik eylem gerektirmeyen yazılı yönlendirmelerin, DGY görevlerine ait uygulama ekranının alt kısmında yer alan ifadelerde yer aldığı tespit edilmiştir. Bu ifadelerde, öğrencilerden görevde yer alan önceki yazılı yönlendirme veya soruları yerine getirmelerinin/yanıtlamalarının ardından elde ettikleri sonuçları yazmaları beklenmektedir (bknz. Resim 5, Resim 9 ve Resim 11).

GeoGebra
Pisagor Teoremi

Bir dik üçgenin dik kenarları üzerine kurulan karenin alanları toplamı, hipotenüsün üzerine kurulu karenin alanına eşittir.

Birinci Dik Kenar Uzunluğunu Giriniz (0 ile 100 arasında) = 8

İkinci Dik Kenar Uzunluğunu Giriniz (0 ile 100 arasında) = 5

$$A(ABDC) + A(AGHI) = A(DEFG)$$

$$64 + 25 = 89$$

Şekildeki Mavi kareler dik kenarlar üzerine kurulmuştur. Mavi karelerin alanları toplamı, kırmızı karenin alanına eşittir.

Resim 8. Pisagor teoremine yönelik hazırlanan DGY görevi

GeoGebra
Üçgenin Kenar Orta Dikmeleri

Bir üçgenin kenar orta dikmelerinin özelliklerini aşağıdaki dinamik çalışma sayfasından yararlanarak bulmaya çalışınız. Dikmelerin kesişim noktası, bu noktanın üçgenin düzlemde ayırdığı bölgeler ve üçgen türleri arasındaki ilişkiyi gözlemleyip sonuçlar elde ediniz.

A açısının ölçüsünü değiştirmek için kaydırınız.

Kenar orta noktaları işaretlemek için tıklayınız.

Kenar orta noktaları çizmek için tıklayınız.

Üçgen geniş açılı ise kenar orta dikmeler üçgenin dış bölgesinde kesişir.

Eld ettiğiniz sonuçları metin olarak yazınız.

Resim 9. Üçgende kenar orta dikmelerin özelliklerine yönelik hazırlanan DGY görevi

Üçüncü gruptaki yazılı yönlendirme veya soruların sadece ikisinde öğrencilerden özellikle sürgüleri kullanarak matematiksel kavram veya ilişkiler üzerinde düşüncülerinin istendiği belirlenmiştir. Ünitadaki ilk DGY görevi olan üçgende açı kenar bağıntılarına ait görevde yönerge olarak isimlendirilen alt yazılı yönlendirme (bkz. Resim 3) ve dik üçgende trigonometrik oranlara yönelik hazırlanan DGY görevinde yine yönerge olarak isimlendirilen alt yazılı yönlendirme bu kategoride yer almaktadır (bkz. Resim 10).

Dik üçgende trigonometrik oranlara yönelik görevin ulaşıldığı çalışma sayfasındaki yazılı yönlendirmede, öğrencilerden sürgüyü hareket ettirmeleri ve elde edilen iki üçgende sinüs değerlerini karşılaştırmaları istenmektedir. Yazılı yönlendirme, benzer üçgenlerden elde edilen görsel ve nümerik temsilleri bir arada düşünüp, bir açının sinüs değerinin açının ait olduğu dik üçgende kenar uzunluklarıyla ilişkilerini dikkate almayı gerektirdiğinden 3-D olarak kodlanmıştır.

GeoGebra

Dik Üçgende Trigonometrik Bir Oran: Sinüs

Bir dar açının sinüs değeri, açının ait olduğu dik üçgenin kenar uzunlukları değiştirilince nasıl değişir? Nedenleri ile açıklamaya çalışınız.

Yönerge: Aşağıdaki sürgüyü hareket ettirerek iki üçgenden elde edilen sinüs oranlarını karşılaştırınız.

$a = 5$
 $b = 4$

Sürgüyü hareket ettirerek benzer üçgenler oluşturun.

Benzer üçgeni sadece yan perçine görmek için tıklayınız.

ABC üçgeninde $\sin(\alpha) = \frac{|AC|}{|BC|} = \frac{4}{6.4} = 0.625$ dir.

$A'BC'$ üçgeninde $\sin(\alpha) = \frac{|A'C'|}{|BC'|} = \frac{2.4}{3.84} = 0.625$ dir.

Sonucu görmek için tıklayınız.

Bir dar açının sinüs değeri, açının ait olduğu dik üçgenin kenar uzunlukları değiştirilince değişmez (kenar uzunluklarından bağımsızdır).

Resim 10. Dik üçgende bir açının sinüs değerine yönelik hazırlanan DGY görevi

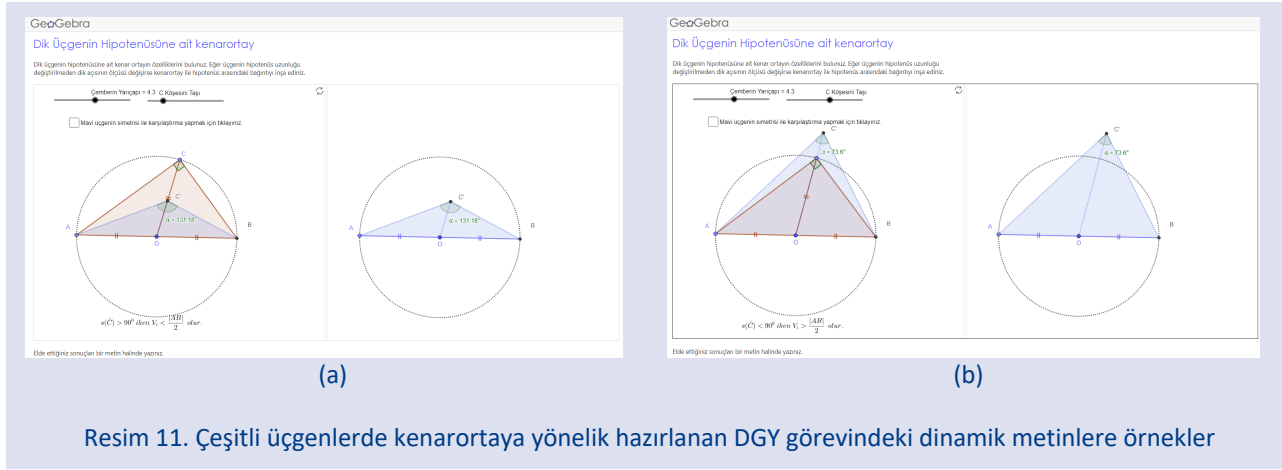
Görevlerde Öğrenciler Tarafından Ulaşılmaması Beklenen Sonuçlara Yönelik Ekranda Sağlanan Dönütler

Etkileşimli kitaptaki DGY görevlerinin öğrencilere sunabileceği öğrenme fırsatları analiz edilirken, görevlerde ulaşılması gereken sonucun çoğunlukla ilgili çalışma sayfasında öğrencilere dönüt olarak verildiği tespit edilmiştir. Sadece bir görevde öğrencilerin görevi tamamladıkları takdirde ulaşacağı sonuç doğrudan uygulama ekranında verilmemiştir. Bu görev, üçgenin çeşidine göre yüksekliklerinin kesiştiği noktanın konumuna yönelik hazırlanan görevdir (bkz. Resim 5). Bu görevin dışındaki diğer tüm görevlerde, görevin tamamlanmasıyla kazanılması beklenen matematiksel fikirler ekranda doğrudan veya işaret kutusunun tıklanmasıyla görülebilecek şekilde sunulmaktadır (bkz. Resim 3, Resim 6, Resim 8, Resim 10). Çeşitli üçgenlerde kenarortay uzunluğu ile kenarortayın böldüğü kenarın uzunluğu arasındaki ilişkiye yönelik hazırlanan görevde ise öğrenciler üçgen çeşitlerine göre bu ilişkinin nasıl değiştiğini ekranda dinamik metinler sayesinde görebilmektedir (bkz. Resim 11). Bir üçgenin kenar orta dikmelerinin özelliklerine yönelik hazırlanan görevde de öğrencilerden “elde etmeleri” beklenen “sonuç” ekranda dinamik metin olarak hazır bir şekilde sunulmaktadır. Hatta öğrenciler ekranda kenar orta noktaları ve kenar orta dikmeleri çizmelerinin beklendiği yazılı yönlendirmelerdeki eylemleri yapmadan da sadece sürükleme ile bu metni görebilmektedir (bkz. Resim 9).

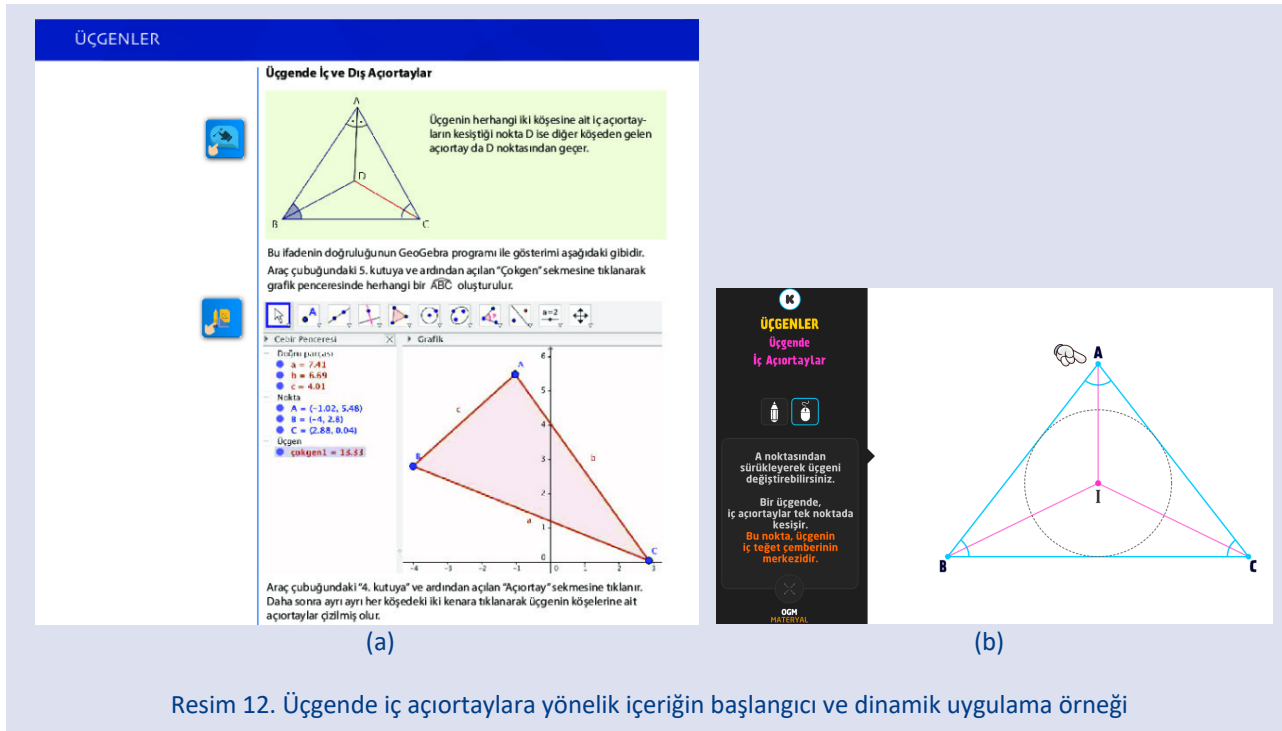
Görevlerin Kitap İçeriğindeki Yeri

Üçgenler ünitesindeki DGY görevlerinin öğrencilere sunabileceği öğrenme fırsatları incelenirken, bu görevlerin kitap içeriğine nasıl dahil edildiğine de

bakılmıştır. Üniteye yönelik görevlerin, konularda yer alan bilgilere yönelik keşfetme, varsayımda bulunma, deneme-yanılma, doğrulama-yanıtlama gibi deneyimleri yaşatacak veya bunları destekleyecek şekilde bu bilgilerden önce sunulmadığı belirlenmiştir. Aksine, görevler öğrencilerin üzerinde çalışacağı matematiksel kavramlar veya ilişkilere yönelik tanım, açıklama veya örneklerle eş zamanlı veya bunlardan sonra sunulmaktadır. Eş zamanlı sunulan DGY görevlerine, çeşitli üçgenlerde kenarortay uzunluğunun kenarortayın böldüğü kenarın uzunluğu ile ilişkisine yönelik DGY görevi örnek olarak verilebilir. Görevlerin çoğu ise kitaptaki bilgi akışında ilgili matematiksel fikirlere yönelik bilgilerin doğrudan verilmesinden hatta bazı durumlarda örnekler üzerinde çalışılmasından sonra sunulmaktadır. Örneğin, üçgenin iç açıortaylarının kesişim noktasına yönelik hazırlanan DGY görevi, üçgende iç ve dış açıortaylar başlığı altında bir “Üçgenin herhangi iki köşesine ait iç açıortayların kesiştiği nokta D ise diğer köşeden gelen açıortay da D noktasından geçer” ifadesinden sonra yer almaktadır (bkz. Resim 12a). Göreve ait ikonun hemen üzerinde ise bir dinamik uygulama ikonu yer almakta ve bu ikona tıklayan bir öğrenci, “Bir üçgende, iç açıortaylar tek noktada kesişir. Bu nokta, üçgenin iç teğet çemberinin merkezidir” bilgisi ile karşılaşmaktadır (bkz. Resim 12b). Bu iki matematiksel bilginin doğrudan sunulmasının ardından yer verilen DGY görevinde öğrencilerin yapmaları gereken eylem, söz konusu bilgilerin doğruluğunu farklı bir uygulama üzerinde daha gözlemlemekten öteye geçmemektedir. Kitaptaki içerikte de sunulan bu bilginin doğruluğunun GeoGebra programı ile gösterilebileceği ifade edilmektedir. Bu bağlamda, basılı kitaptaki içeriği sunma eğiliminin etkileşimli kitaptaki DGY görevlerinin yerini belirlemede etkili olduğu düşünülmektedir.



Resim 11. Çeşitli üçgenlerde kenarortaya yönelik hazırlanan DGY görevindeki dinamik metinlere örnekler



Resim 12. Üçgende iç açıortaylara yönelik içeriğin başlangıcı ve dinamik uygulama örneği

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada, üçgenler ünitesine ait etkileşimli matematik ders kitabında hazırlanan DGY görevlerinin öğrencilere sunduğu öğrenme fırsatları incelenmiştir. DGY görevlerindeki yazılı yönlendirme veya soruları matematik ve teknoloji perspektifinden bir arada değerlendiren Trocki ve Hollebrands (2018), bir DGY görevinin yüksek, orta ve düşük kaliteli olarak sınıflandırılabilmesini ifade etmektedir. Yazarlara göre, statik bir taslağın ötesine geçen bir DGY görevi, öğrencinin çizimdeki “değişmez ilişkilere dayalı genelleştirilmiş sonuçlar çıkarmasını gerektirecek şekilde matematiksel derinliği ve teknolojik eylemleri koordine eden bir yazılı yönlendirme veya sorular koleksiyonuna” sahipse yüksek, sahip değilse düşük kalitedir (s. 125). Diğer yandan, söz konusu görev, bu sonuçları çıkarmayı “teşvik edebilecek ama gerektirmeyecek” şeklindeki komutlardan oluşuyorsa orta kalitede bir görevdir (s. 126). Araştırmada ele alınan DGY

görevlerindeki temel yazılı yönlendirme veya sorular genellikle matematiksel derinlik bakımından orta seviyelerde, teknolojik eylemler bakımından ise Punsız olarak sınıflandırılmıştır. Söz konusu bu temel yazılı yönlendirme veya sorulara öğrencilerin yanıt vermesi için hazırlanan alt yazılı yönlendirme veya soruların ise sürükleme, inşa etme gibi teknolojik eylemleri içermesine rağmen matematiksel derinlik açısından orta veya düşük seviyelerde kaldığı tespit edilmiştir. Yani görevlerde yer alan yazılı yönlendirme veya sorular, teknolojik eylemler ve matematiksel derinlik koordinasyonunu sağlamada yetersiz kalmıştır. Dolayısıyla, bütüncül bir bakış açısıyla, üçgenler ünitesine ait etkileşimli kitapta ele alınan DGY görevlerinin orta veya düşük kalitede oldukları söylenebilir. Bu kapsamda araştırmamızın sonuçları, farklı öğretim seviyelerinde kullanılan basılı matematik ders kitaplarındaki DGY görevlerinin genel bir bakış açısıyla analiz edildiği önceki araştırmalarla tutarlılık

göstermektedir (bknz. Ayyıldız vd., 2019; Ulusoy & Turuş, 2022).

Üçgenlere ait etkileşimli kitapta yer alan DGY görevlerinde öğrencilerin dikkatini özellikle matematiksel kavramlar veya ilişkilere çekmek için bir potansiyelin olduğu, ama yazılı yönlendirme veya sorularda kullanılan ifadelerden dolayı bu potansiyelin öğrenciler tarafından tam olarak kullanılamayabileceği düşünülmektedir. Görevlerde yer alan temel yazılı yönlendirme veya soruların teknolojik eylemler bakımından yetersiz olduğu dikkat çekmektedir. Bu doğrultuda, görevlerdeki yazılı yönlendirme veya sorular, öğrencileri özellikle farklı teknolojik eylemleri yaparken matematiksel düşünme süreçlerinde gerçekleştirecekleri deneyimde açık bir şekilde yönlendirecek forma getirilmelidir. Yani yazılı yönlendirme veya soruda yer alan ifadeler, öğrenciye üzerinde çalışacağı matematiksel kavram veya ilişkiye ait özellikleri hangi teknolojik eylemleri gerçekleştirdiği zaman anlamlandırabileceği konusunda açık olmalıdır. Görevlere ait alt yazılı yönlendirme veya sorular ise öğrencileri sürüklemeye veya inşa etme gibi aktivitelere yönlendirse de bu aktiviteler yüksek seviyede bilişsel eylemler gerektirecek matematiksel derinliğe sahip değildir. Bu yazılı yönlendirme veya sorular, bahsi geçen teknolojik eylemleri yaparken, öğrencilere ne tür bir matematiksel süreç deneyimleyebilecekleri veya hangi matematiksel fikir üzerinde muhakeme yürütecekleri hakkında rehberlik edecek şekilde yazılmalıdır.

DGY görevlerinin, öğrencilerin matematiksel deneyimine ampirik argümanlar üretmek veya örneklere fark etmekten çok daha fazlasını sunacak şekilde hazırlanması gerekir (Hoyles & Jones, 1998). Ne var ki araştırmada ele alınan DGY görevlerinde, öğrencilere ilgili matematiksel fikre yönelik keşfetme, çıkarımda bulunma veya gerekçelendirme/doğrulama imkânı sunan öğrenme fırsatları sunulmadığı belirlenmiştir. Hatta çoğu görevde, öğrencilerin görevi tamamladıkları durumda elde edecekleri matematiksel bilgi, öğrencilere dönüt sağlamak amacıyla ekranda sonuç olarak verilmektedir. Görevlerde öğrencilerden beklenen, kendilerine hazır olarak sunulan geometrik inşalarda ilgili matematiksel fikrin doğru olduğunu gözlemlemektir. Benzer bulgular, Hong Kong ders kitaplarındaki geometri görevlerinde de tespit edilmiştir (Or, 2013). Gerek ülkemizdeki gerekse farklı ülkelerdeki matematik ders kitaplarındaki muhakeme ve ispat uygulamalarının, literatürdeki önerilerle karşılaştırıldığında yetersiz kaldığı farklı araştırmalarda da belirlenmiştir (bknz. Karakuş & Korkutan, 2021; Toprak & Özmantar, 2019; Zeybek vd., 2018). Bu bağlamda, öğrencilerin DGY görevlerindeki matematiksel ilişkileri anlamalarını desteklemek için bu görevlerin keşfetme, varsayımda bulunma, ölçme, sürüklemeye ve varsayımları test etme eylemlerine yönlendiren yazılı yönlendirme veya sorularla zenginleştirilmesi gerekmektedir. Zira görevlerdeki özellikle temel yazılı yönlendirme veya sorulardaki ifadeler, öğrencinin deneyimleyeceği matematiksel süreçler ve görevdeki etkileşim göz önüne alınarak, bu görevlerin geliştirilmesinin mümkün olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin söz konusu bu matematiksel

süreçleri deneyimleyebilmeleri için, DGY görevlerinin tamamlanmasıyla elde edilecek matematiksel sonucun doğrudan verilmemesi ve görevlerin içerikteki yerlerinin düzenlenmesi gerektiği düşünülmektedir. Böylelikle, ilgili görevlerdeki potansiyel öğrenme fırsatları daha etkili bir şekilde açığa çıkarılabilir ve gelişen teknolojinin kullanışlı araçlarından olan dijital matematik kitaplarındaki etkileşimden üst seviyede faydalanılabilir.

Üçgenler ünitesinde yer alan matematiksel ilişkiler veya kavramlar temel alındığında etkileşimli kitaptaki DGY görevlerinin sayısının yeterli olmadığı düşünülmektedir. Hatta öğrencilerin geometrik düşüncelerinin gelişimi için önemli matematiksel fikirler içeren üçgenlerde eşlik ve benzerlik başlığı altında, ilgili ikona tıklayarak ulaşılabilecek herhangi bir DGY görevi yer almamaktadır. Üniteye yer alan tüm kazanımlar altındaki DGY görevlerinin sayısı, görevlerdeki yazılı yönlendirme veya soruların matematiksel derinlik ve teknolojik eylemler koordinasyonu, görevde ulaşılması gereken sonuçları sunma biçimi ve görevin kitap içeriğindeki yeri dikkate alınarak artırılmalıdır.

Matematik eğitiminde hedeflenen amaçlar öğretmen, öğrenci, öğrenme ortamı gibi birçok bileşene bağlı olsa da ders kitapları bu bileşenlerle doğrudan ya da dolaylı bir şekilde ilişki halindedir. Ders kitaplarının artık dijital ortamda herkes tarafından ve her yerden erişilebilir olması, söz konusu potansiyeli daha da güçlendirmektedir. Howson (2013) öğrencilere sadece sınavda başarılı olmaları için değil bütün matematik eğitimi hedeflerine ulaşmalarına yardımcı olmaları için matematik ders kitaplarının iyi tasarlanması gerektiğine dikkat çekerken, bu konuda ders kitabı yazarlarına yardımcı olacak araştırmalara ihtiyaç olduğunu ifade etmektedir. Bu kapsamda, araştırmacının ilerleyen süreçte hazırlanacak etkileşimli matematik ders kitaplarındaki DGY görevlerinin öğrencilere sunacağı öğrenme fırsatlarını artırmak için ilgili araştırmacılara, uzmanlara ve öğretmenlere fayda sağlaması umulmaktadır.

Extended Abstract

Introduction

Since textbooks can offer many learning opportunities for students (Dede & Arslan, 2019; Stein et al., 2007; Törnroos, 2005), they are central to any effort that prioritizes students' learning mathematics with understanding (Silver, 2009). On the other hand, after the COVID-19 pandemic, there is almost no doubt that technology will play a significant role in shaping education (Pepin, 2021). One of the alternatives that technological developments and changes offer educators in creating learning opportunities for students to learn mathematics in a meaningful way is e-textbooks. The fact that these books are accessible to everyone and from anywhere in the digital environment increases their potential contribution to mathematics learning and teaching. Considering the possibilities the developing technology offers, one tool that can enrich e-textbooks in terms of interaction is dynamic geometry software (DGS).

The purpose of this research was to analyze the potential learning opportunities offered by the DGS tasks in the interactive mathematics textbook of the triangle unit. The interactive book is available on the website (<https://ogmmateryal.eba.gov.tr/etkilesimli-kitap/matematik?s=6&d=48&u=240&k=0>), where digital learning materials are shared by the Republic of Türkiye Ministry of National Education, General Directorate of Secondary Education. The theoretical framework of the research was determined by the Dynamic Geometry Task Analysis Framework (DGTAFA), which was introduced by Trocki and Hollebrands (2018) to determine the relative quality of a DGS task. Triangles, one of the rich geometry topics used to prepare DGS tasks, were chosen as the subject.

Method

The document analysis method was used in the research while examining the DGS tasks in the triangles unit of the interactive mathematics textbook. The DGTAFA was used as a lens as it is an inclusive and effective model for the mathematical and technological aspects of students' actions in a DGS task.

In the first stage of data analysis, DGS tasks to be focused on in the interactive book of the unit were determined. At this stage, the analysis did not include applications that allow students to work in a dynamic learning environment but did not expect any mathematical response from the students on the task screen. The second stage determined which expressions in the unit's DGS tasks would be considered a prompt. In this context, the expressions that required students to give a response just above the application in which the sketch takes place were evaluated as basic prompts; the expressions in the application were evaluated as sub-prompts. To provide a holistic view of the task, each of the basic prompts and sub-prompts was coded separately in terms of both mathematical depth and technological actions. After analyzing the prompts, DGS tasks in the unit were classified from two different approaches. The first was how the mathematical information expected to be acquired by the students who complete the tasks is presented as a result on the task screen. The second was related to the place where the task is placed in the content of the interactive book. These two components were included in the analysis, considering their potential to affect the mathematical processes (exploration, conjecturing, generalizing, verification, etc.) that students may experience.

Results

The basic prompts in the DGS tasks were generally at medium levels in terms of mathematical depth and coded as N/A in terms of technological actions. Although the sub-prompts included some important technological actions, such as dragging and constructing, they remained at a medium or low level regarding mathematical depth. As a result, prompts in the tasks were insufficient to coordinate the mathematical depth with technological

actions. In most tasks, the mathematical knowledge students would acquire when completing the task was given on the screen. The tasks were usually presented after definitions, explanations, or examples of related mathematical ideas in the content of the book.

Discussion

In the tasks, there is a potential to draw students' attention to mathematical concepts or relationships. However, students may not fully utilize this potential due to the expressions used in the prompts. The findings from the analysis indicate the missed opportunity to encourage students to focus on critical mathematical relationships and processes. The DGS tasks discussed in the interactive book were not provided with learning opportunities that offer students the chance to explore, make conjectures, or test them using the properties of DGS. What was expected from the students in the tasks was to observe that the mathematical idea in robust constructions presented to them on the screen was correct.

Pedagogical Implications

The prompts in the tasks should be organized to guide students in mathematical processes, especially while performing different technological actions. To support students' understanding of mathematical relationships in DGS tasks, it is necessary to enrich the tasks with prompts that lead them to explore, conjecture, measure, drag, and test conjectures. The mathematical activities in the prompts should be arranged to support not only considering mathematical concepts or relationships but also making explanations and generalizations about these concepts and relationships. The mathematical result to be obtained by completing the DGS tasks should not be given directly, and the place of the task in the content should be organized for students to experience these mathematical processes.

Although the desired outcomes in mathematics education depend on many components, such as teachers, students, and the learning environment, textbooks are directly or indirectly related to these components. While Howson (2013) draws attention to the fact that textbooks in mathematics teaching should be well designed to help students not only be successful in the exam but also to help them achieve all their mathematics education goals, he states that there is a need for research that will help textbook authors in this regard. The research may benefit relevant researchers, experts, and teachers to increase the quality of DGS tasks in interactive mathematics textbooks.

Araştırmının Etik Taahhüt Metni

Yapılan bu çalışmada bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulduğu; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifatın yapılmadığı, karşılaşılabilecek tüm etik ihlallerde "Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi ve Editörünün" hiçbir sorumluluğunun olmadığı, tüm sorumluluğun Sorumlu

Yazara ait olduğu ve bu çalışmanın herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiş olduğu sorumlu yazar tarafından taahhüt edilmiştir.

Kaynakça

- Alajmi, A. H. (2012). How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 239-261. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9342-1>
- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practices in Cabri environments. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(3), 66–72. <https://doi.org/10.1007/BF02655708>
- Ayyıldız, H., Salihoğlu, S., & Güven, B. (2019). Ortaokul ve lise matematik ders kitaplarında bulunan dinamik matematik yazılımı destekli etkinliklerin incelenmesi. A. Baki, B. Güven ve M. Güler (Editörler), *4. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu Tam Metin e-Kitabı* (734–742). <https://bilmat.org/turkbilmat2019/>
- Baccaglioni-Frank, A., & Mariotti, M. (2010). Generating conjectures in dynamic geometry: The maintaining dragging model. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(3), 225–253. <https://doi.org/10.1007/s10758-010-9169-3>
- Bokosmaty, S., Mavilidi, M. F., & Paas, F. (2017). Making versus observing manipulations of geometric properties of triangles to learn geometry using dynamic geometry software. *Computers & Education*, 113, 313–326. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.06.008>
- Bowen, G.A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), 27–40. <https://doi.org/10.3316/QRI0902027>
- Bozkurt, G., & Yigit Koyunkaya, M. (2022). Supporting prospective mathematics teachers' planning and teaching technology-based tasks in the context of a practicum course. *Teaching and Teacher Education*, 119, 103830. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2022.103830>
- Dede, S. Ç., & Arslan, S. (2019). Review of the articles and thesis conducted on math textbooks in Turkey between 2002-2018. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), 176–195. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.546301>
- Doğan, M. F. (2019). Opportunities to learn reasoning and proof in eighth-grade mathematics textbook. *Inonu University Journal of the Faculty of Education*, 20(2), 601–618. <http://doi.org/10.17679/inuefd.527243>
- Duatepe-Paksu, A., & Akkuş, O. (2007). An observational study in elementary mathematics classroom. *Education and Science*, 32(145), 16–22. <https://www.researchgate.net/publication/298858325>
- Gueudet, G., Pepin, B., Restrepo, A., Sabra, H., & Trouche, L. (2018). E-textbooks and connectivity: proposing an analytical framework. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(3), 539–558. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9782-2>
- Hollebrands, K. (2007). The role of a dynamic software program for geometry in the strategies high school mathematics students employ. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 164–192. <http://www.jstor.org/stable/30034955>
- Howson, G. (2013). The development of mathematics textbooks: Historical reflections from a personal perspective. *ZDM*, 45(5), 647–658. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0511-9>
- Hoyles, C., & Jones, K. (1998). Proof in dynamic geometry contexts. In C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (pp. 121–128). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Jones, K. (2001). Learning geometrical concepts using dynamic geometry software. In K. Irwin (Ed.), *Mathematics education research: A catalyst for change* (pp. 50–58). University of Auckland. <https://eprints.soton.ac.uk/41222/>
- Karakuş, F., & Korkutan, E. (2021). An examination of proofs on geometry and measurement in middle school mathematics textbooks within the scope of reasoning and evidence analytical framework. *Manisa Celal Bayar University Journal of the Faculty of Education*, 9(1), 1–16. <https://doi.org/10.52826/mcbuefd.840090>
- Kılıçoğlu, E. (2020). Ortaokul matematik ders kitabı etkinliklerinde soyutlama becerisinin incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(3), 628–650. <https://doi.org/10.17860/mersinefd.736764>
- Laborde, C. (2002). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 283–317. <https://doi.org/10.1023/A:1013309728825>
- Leung, A. (2011). An epistemic model of task design in dynamic geometry environment. *ZDM*, 43(3), 325–336. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0329-2>
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Yayınları. <http://mufredat.meb.gov.tr/Programlar.aspx>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Or, A. C. M. (2013). Designing tasks to foster operative apprehension for visualization and reasoning in dynamic geometry environment. In C. Margolinas (Ed.), *Task design in mathematics education: Proceedings of ICMI Study 22* (pp. 89–98). Oxford, UK. <https://hal.science/hal-00834054v2>
- Öçal, M. F., & Şimşek, M. (2017). Matematik öğretmen adaylarının FATİH projesi ve matematik eğitiminde teknoloji kullanımına yönelik görüşleri. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, 8(1), 91–121. <https://doi.org/10.17569/tojqi.288857>
- Özçakır, B., AYTEKİN, C., ALTUNKAYA, B., & DORUK, B. K. (2015). Effects of using dynamic geometry activities on eighth grade students' achievement levels and estimation performances in triangles. *Participatory Educational Research*, 2(3), 43–54. <http://dx.doi.org/10.17275/per.15.22.2.3>
- Pepin, B. (2021). Connectivity in support of student co-design of innovative mathematics curriculum trajectories. *ZDM*, 53(6), 1221-1232. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01297-4>
- Pepin, B., Gueudet, G., Yerushalmy, M., Trouche, L., & Chazan, D. (2016). E-textbooks in/for teaching and learning mathematics: A potentially transformative educational technology. In L. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 636–661). Taylor & Francis.
- Silver, E. A. (2009). Cross-national comparisons of mathematics curriculum materials: what might we learn? *ZDM*, 41(6), 827–832. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0209-1>
- Sinclair, M. (2003). Some implications of the results of a case study for the design of pre-constructed, dynamic geometry sketches and accompanying materials. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 289–317. <https://doi.org/10.1023/A:1024305603330>

- Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344–350.
- Stein, M., Remillard, J., & Smith, M. (2007). How curriculum influences students' learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557–628). Information Age.
- Toprak, Z., & Özmantar, M. F. (2019). Türkiye ve Singapur 5. sınıf matematik ders kitaplarının çözümlü örnekler ve sorular açısından karşılaştırmalı analizi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 10(2), 539–566. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.490210>
- Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 31(4), 315–327. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2005.11.005>
- Trocki, A., & Hollebrands, K. (2018). The development of a framework for assessing dynamic geometry task quality. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 4(2–3), 110–138. <https://doi.org/10.1007/s40751-018-0041-8>
- Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). Intuitive non examples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 81–95. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9133-5>
- Ubuz, B., & Aydın, U. (2018). Geometry knowledge test about triangles: Evidence on validity and reliability. *ZDM*, 50(4), 659–673. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0964-y>
- Uğürel, I., Bukova-Güzel, E., & Kula, S. (2010). Matematik öğretmenlerinin öğrenme etkinlikleri hakkındaki görüş ve deneyimleri. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 103–123. <http://hdl.handle.net/20.500.12397/115>
- Ulusoy, F. (2021). Prospective early childhood and elementary school mathematics teachers' concept images and concept definitions of triangles. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(5), 1057–1078. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10105-6>
- Ulusoy, F., & Turuş, İ. B. (2022). The mathematical and technological nature of tasks containing the use of dynamic geometry software in middle and secondary school mathematics textbooks. *Education and Information Technologies*, 11089–11113. <https://doi.org/10.1007/s10639-022-11070-z>
- Venturini, M., & Sinclair, N. (2017). Designing assessment tasks in a dynamic geometry environment. In A. Leung & A. Baccaglini-Frank (Eds.), *Digital technologies in designing mathematics education tasks Potential and Pitfalls* (pp. 77–98). Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-43423-0>
- Watson, A., Ohtani, M., Ainley, J., Bolite Frant, J., Doorman, M., Kieran, C., Leung, A., Margolinas, C., Sullivan, P., Thompson, D., & Yang, Y. (2013). Introduction. In C. Margolinas (Ed.), *Task design in mathematics education, Proceedings of ICMI study 22* (pp. 7–14). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00834054v3/document>
- Yiğit-Koyunkaya, M., & Bozkurt, G. (2019). Matematik Öğretmen Adaylarının Tasarladığı GeoGebra Etkinliklerinin Matematiksel Derinlik ve Teknolojik Eylem Açısından İncelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(2), 515–544. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.573521>
- Zeybek, Z., Üstün, A. & Birol, A. (2018). Matematiksel İspatların Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Yeri. *İlköğretim Online*, 17(3), 1317–1335. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2018.466349>
- Zmazek, E., Zmazek, B., & Zmazek, J. (2015). Some kinds of use of i-textbooks. In N. Mastorakis, V. Mladenov, I. Rudas, A. Bulucea, B. Reljin, G. Vachtsevanos, K. Psarris (Eds.), *Mathematics and computers in sciences and industry* (pp. 121–124). <http://www.inase.org/library/2015/books/MCSI.pdf>