Cumhuriyet International Journal of Education, 11(2): 420-437, 2022
DOI: https://dx.doi.org/10.30703/cije.1052000

Cumhuriyet International Journal of Education

| cije.cumhuriyet.edu.tr | Founded: 2011 Available online, ISSN: 2147-1606 Publisher: Sivas Cumhuriyet Üniversitesi

Examination of the Processes of Grade 7 Students to Constructing the Area Formula of Quadrilateral: RBC+C Model

Duygu Altaylı Özgül[1,a,*], Abdullah Kaplan[2,b]

[1]*Faculty of Education, Sivas Cumhuriyet University, Sivas, Türkiye*
[2]*Faculty of Kazım Karabekir Education, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye*
**Corresponding author*

Research Article

Acknowledgment
#This study is a part of phd' thesis

History
Received: 31/12/2021
Accepted: 24/06/2022

iThenticate
This paper was checked for plagiarism using iThenticate during the preview process and before publication.

ABSTRACT

In this study, it is aimed to analyze the formation processes of 7th grade students in constructing area formulas in quadrilaterals according to the RBC+C model. In this study, case study, one of the qualitative research methods, was used. The study group of the research consists of 7th grade students in a public secondary school in the Central Anatolia region. While one of the two randomly selected classes was educated according to the teaching activities prepared according to the epistemic actions of the RBC+C model, the other class was taught according to the mathematics curriculum of the Ministry of National Education. Then, a total of 6 students, one from each with low, medium and high achievement levels, were selected from these two classes according to the maximum diversity sampling method. Semi-structured interviews were conducted with these students. As a data collection tool, two questions developed by the researcher to construction the area formula of the trapezoid and rhombus were used. The data obtained as a result of individual interviews with the students were analyzed using the RBC+C model. As a result of the study, the students in the classroom taught with the activities prepared according to the epistemic actions of the RBC+C model; It has been seen that the quadrilaterals pass to the level of creation by using the existing information structures in the process of constructing the area formula. It has also been observed that students with low achievement levels exhibit a self-confident attitude and try to explain their ideas using mathematical language. In line with these results, it is considered necessary and recommended to organize teaching activities that will allow students to learn meaningfully.

Keywords: Abstraction processes, RBC+C model, geometric shapes, geometry teaching, measuring area

7. Sınıf Öğrencilerinin Dörtgenlerin Alan Formüllerini Oluşturma Süreçleri: RBC+C Modeli

Bilgi
#Bu çalışma doktora tezinin bir parçasıdır.
**Sorumlu yazar*

Süreç
Geliş: 31/12/2021
Kabul: 24/06/2022

Bu çalışma ön inceleme sürecinde ve yayımlanmadan önce iThenticate yazılımı ile taranmıştır.

ÖZ

Bu çalışmada, 7. Sınıf öğrencilerinin dörtgenlerde alan formülü oluşturma konusundaki oluşturma süreçlerinin RBC+C modeline göre analiz edilmesi amaçlanmıştır. Bu araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasından yararlanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu İç Anadolu bölgesindeki bir devlet ortaokulundaki 7. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Rastgele seçilen iki sınıftan birine RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan öğretim faaliyetlerine göre eğitim yapılırken diğer sınıfa Milli Eğitim Bakanlığı matematik ders öğretim programına göre öğretim yapılmıştır. Daha sonra bu iki sınıftan maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemine göre düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip birer öğrenci olmak üzere toplam 6 öğrenci seçilmiştir. Bu öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından, yamuk ve eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturmalarına yönelik geliştirilen iki soru kullanılmıştır. Öğrencilerle yapılan bireysel görüşmeler sonucunda elde edilen veriler RBC+C modelinden yararlanılarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan etkinliklerle öğretim yapılan sınıftaki öğrencilerin; dörtgenlerin alan formülünü oluşturma süreçlerinde var olan bilgi yapılarını kullanarak oluşturma düzeyine geçtikleri görülmüştür. Ayrıca düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin özgüvenli bir tavır sergilediği ve matematiksel dil kullanarak fikirlerini açıklamaya çalıştığı da gözlemlenmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda öğrencilerin anlamlı öğrenmelerine fırsat verecek öğretim etkinliklerinin düzenlenmesi gerekli görülmekte ve önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Soyutlama süreçleri, RBC+C modeli, geometrik şekiller, geometri öğretimi, alan ölçme

[a] *altayliduygu@gmail.com* *https://orcid.org/0000-0003-2749-5050* | [b] *kaplan5866@hotmail.com* *https://orcid.org/0000-0001-6743-6368*

How to Cite: Altaylı Özgül, D., & Kaplan, A. (2022). 7. Sınıf öğrencilerinin dörtgenlerin alan formüllerini oluşturma süreçleri: RBC+C modeli. *Cumhuriyet International Journal of Education, 11*(2):420-437

Giriş

Matematik eğitiminde sonuç odaklı bir öğretim, öğrencilerin sürece dahil olmasının önüne geçebilmektedir. Sürece dahil olmayan öğrenci de anlamlı matematik yapmanın uzağında olacaktır. Bu yüzden öğrencilerin "ne" öğrendiklerinden ziyade "nasıl" öğrendiklerinin üzerine yoğunlaşılması gerekmektedir. Bilginin öğrencinin zihninde nasıl oluştuğu ve hangi içsel süreçlerden geçtiği bilinirse, öğretmenlerin öğrenme sürecinde doğru ve etkili müdahalelerde bulunması kolaylaşacaktır. Ancak bilginin oluşum sürecinin doğrudan gözlemlenmesi oldukça zordur. Soyutlama süreci veya bilgiyi oluşturma süreci olarak adlandırılan bu süreci inceleyebilmek için çeşitli teoriler ortaya konulmuş, bu teorilerin savundukları felsefeye göre de soyutlama süreci, bilişsel ve sosyokültürel olarak adlandırılan iki yaklaşımda ele alınmıştır. Bilişsel yaklaşım, soyutlamanın öğrencinin zihninde bağlamdan bağımsız (bağlamsızlaştırma) olarak gerçekleştiğini savunmaktadır. Sosyokültürel yaklaşım ise öğrenmenin çevresel koşullar, öğretim materyali kullanımı ve sosyal etkileşim gibi bağlamlarla bütünleşmiş olduğunu ve bunlardan bağımsız olarak soyutlama sürecinin gerçekleşmesinin mümkün olmadığını ileri sürmektedir. Nitekim, öğrenmenin çoğunlukla sınıf ortamında ve akran iletişimin etkisinde gerçekleştiği göz önünde bulundurulduğunda; sosyokültürel yaklaşımın soyutlama süreci bakımından daha uygun olduğu söylenebilir.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) soyutlamayı, önceden oluşturulan matematiksel bilginin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni matematiksel yapının oluşturulma süreci olarak tanımlamıştır. Matematiğin kümülatif yapısı nedeniyle, öğrencilerin bir matematiksel düşüncenin daha önceki düşünce ile benzer veya farklı olduğunu anlaması beklenmektedir. Soyutlamanın gerçekleşmesi içinde, öğrencinin bilgisine göre alt seviyedeki kavramlar ile yeni öğrenilen kavram arasında ilişki kurulması gerekmektedir (Pesen, 2008, s. 36). RBC+C modeli; varolan bilgiyle yeni karşılaşılan bilgi arasında ilişkinin kurulmasını gözlemlenebilir kılan Tanıma (Recognising), Kullanma (Building-with) ve Oluşturma (Constructing) epistemik eylemleri ve bilginin kalıcığını sağlayan Pekiştirme (Consolidation) eyleminin bir araya gelmesiyle oluşmuştur.

Tanıma eylemi, öğrencinin; bilinen bir matematiksel kavramı, süreci veya düşünceyi, verilen bir matematiksel duruma özgü olduğunu fark ettiğinde ortaya çıkmaktadır (Dreyfus, 2007). Kullanma, bir problemi çözmek, hipotez kurmak, bir durumu anlamak ve açıklamak ya da bir ifadeyi savunmak gibi bir amacı gerçekleştirmek için tanınmış olan yapıların birleşimini içeren bir eylemdir (Dreyfus ve Tsamir, 2004; Kidron ve Dreyfus, 2008). Oluşturma, matematiksel soyutlamanın merkezindeki epistemik eylem olarak kabul edilmektedir (Hershkowitz vd., 2001). Oluşturma, öğrencilerin ilk defa karşılaştıkları zihinsel yapıları üretmek için bilgi yapılarını bir araya getirmeleriyle ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle soyutlamanın temel basamağı olarak nitelendirilir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Nitekim, soyutlama için oluşturma gereklidir.

İlgili literatürde RBC ve RBC+C modelini kullanarak öğrencilerin soyutlama süreçlerinin ele alındığı çalışmalar yer almaktadır. Olasılık ve istatistik (Akkaya, 2010), kesirlerde çarpma (Çelebioğlu ve Yazgan, 2015), tam sayılar (Hasar ve Uzel, 2020), doğru ve ters orantı (Kalaycı ve Akkaya, 2019), eşitsizlik (Kaplan ve Açıl, 2015), koordinat sistemi ve doğru denklemi (Sezgin Memnun ve Altun, 2012), limit (Sezgin Memnun, Aydın, Özbilen ve Erdoğan, 2017) ve bütün-yarım-çeyrek (Özçakır Sümen, 2019) konularında öğrencilerin soyutlama süreçleri incelenmiştir.

Soyutlama sürecinin bu epistemik eylemlerle takip edilebilir olması öğretmene; öğrencisinin zihinsel süreçlerini takip edebilmesi, yaşadığı güçlükleri fark ederek ortadan kaldırabilmesi ve öğretim hedefine ulaşabilmesi açısından büyük ölçüde kolaylık sağlamaktadır (Yeşildere İmre ve Türnüklü, 2016, s. 472). Bununla birlikte soyutlama sürecinde öğrencilerin düşüncelerini sözlü olarak ifade etmeleri; matematiksel kavramların içselleştirilmesinde, anlaşılmasında ve yapılandırılmasında önemli bir yere sahiptir. Modelin; öğrencilerin sosyal bağlam çerçevesinde, bilgiyi oluşturma ve pekiştirme sürecindeki epistemik eylemlerini mikro düzeyde analiz ederek soyutlamayı kapsamlı bir şekilde tanımlaması, bu modelin soyutlama süreçlerini incelemede uygun bir metodolojik araç olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla bu çalışmada, dörtgenlerin alan formüllerinin oluşturulmasındaki soyutlama süreçlerini analiz ederken RBC+C modelinin epistemik eylemlerinden yararlanılmıştır.

Alan ölçümünün kavramsal olarak anlaşılabilmesi için geometrik bilgilerin bütünleştirilerek sunulması gereklidir (Huang ve Witz, 2011). Ancak çoğu zaman alan ölçümünde kullanılan araçlar ve formüller, alan ölçümünün temelini oluşturan kavramsal yönü maskelemektedir (Stephan ve Clement, 2003, s. 10). Kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi; öğrencilerin çoklu, birbiriyle ilişkili tanımların kullanılmasında güçlük çekmelerine ve sorular karşısında bilişsel olarak düşük seviyeli tepkiler vermesine yol açmaktadır (Baturo ve Nason, 1996). Bu alanda yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin formüllerin arkasındaki kavramsal bilginin farkında olmadan, ezbere olarak bilinçsizce formülleri kullandıkları görülmektedir (Battista, 1982; Baturo ve Nason, 1996; Kidman ve Cooper, 1997; Nitabach ve Lehrer, 1996; Outhred ve Mitchelmore, 1996; Polat ve Demircioğlu, 2021). NCTM (2000, s. 244)'ye göre çevre, alan ve hacim kavramlarının anlaşılması, alt sınıflarda başlatılıp, 6-8. sınıflarda derinleştirilmeli ve öğrenciler formülleri ve kuralları, ezberlemekten ziyade kavramsal ve anlamlı bir şekilde öğrenmeleri gerekmektedir.

Alan ölçümü konusunda öğrencilere sunulan ölçme araçları ile onların alan ölçümünde kullandıkları stratejileri arasında bir bağ vardır. Yani öğrencilerin seçtikleri çözüm stratejileri, öğretmenin sunduğu yöntem ile paraleldir (Zacharos, 2006). Ne yazık ki, birçok öğretmenin ölçme sürecinde kavramsal gelişimden ziyade sayısal yönüne odaklanma eğilimi vardır. Kavramsal anlayışın gelişmesi için gözlem, manipülasyon, matematiksel tartışmalar ve yansıtıcı düşünme gerekmektedir. Akıl yürütmeyi ve yansıtıcı düşünmeyi destekleyen etkinlikler, sınıf içi öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci tartışmalarında kullanılarak kavramsal anlayışı geliştirmeye yardımcı olmaktadır (Resnick, 2010). Ayrıca öğrenciler kendilerinden istenen formülleri geliştirdiklerinde, geometrik şekiller arasındaki ilişkiler hakkında genel kavramsal bir anlayışa sahip olacaklardır. Örneğin; taban x yükseklik formülüne kendi çözümlemeleriyle ulaşan bir öğrenci, bu formülün diğer tüm alan formülleriyle olan ilişkisini daha kolay kavrayabilecektir. Nitekim, formüllerin nasıl oluşturulduğunu anlayan bir öğrenci matematiği daha anlamlı bulup matematik yapmanın gerçek süreçlerine girecektir (van de Walle, 2010, s. 391). Formüllerin nereden geldiğini bilmek öğrencileri ikna etmektedir (Demircioğlu ve Polat, 2015). Öğrenciler, bir şeklin parçalanması ve ayrışan parçalarının üst üste binmeden yeniden düzenlenmesinin şeklin alanını değiştirmeyeceği anlayışına sahip ise; daha önce bir dikdörtgenin alanının nasıl bulunacağı konusunda öğrendiklerinden yararlanarak, paralelkenar, üçgen ve yamuk biçimleri için yeni formül oluşturabilirler (NCTM, 2000, s.244). Bu yüzden bu araştırmada öğrencileri teşvik etmek amacıyla; alan formüllerini kendilerinin oluşturmaları için eğitim durumları hazırlanmıştır. Basit geometrik şekilleri parçalama ve alanı değişmeyecek şekilde yeniden birleştirme etkinlikleriyle, öğrencilerin şekillerin alanları arasında ilişki kurabilmelerini ve alan formüllerinin nasıl üretildiğini görebilmeleri kolaylaştırılmıştır. Ayrıca paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun alan formüllerini oluştururken farklı geometrik şekillerden yararlanılarak, birden fazla çözüm yolunun olabileceği öğrencilere fark ettirilmiştir. Buna ilişkin olarak Sun (2009), tek bir problem ve birden çok çözümün, öğrencileri kendi yöntemlerini keşfetmeye yönlendiren etkili bir araç olarak kabul edilebileceğini belirtmiştir.

İlgili alanyazında dörtgenlerde alan formüllerinin oluşturması konusunda yapılan çalışmaların genellikle öğrencilerin yaşadıkları zorluklar ve bunların altında yatan nedenler ile sahip oldukları kavram yanılgılarını tespit etmeye yönelik oldukları göze çarpmaktadır (Baturo ve Nason, 1996; Gürefe, 2017; Huang ve Witz, 2013; Kidman ve Coper, 1997; Koçak ve Soylu, 2017; Kordaki ve Potari, 1998; Özçakır, 2013; Sun, 2009; Tan Şişman ve Aksu, 2009; Tan Şişman ve Aksu, 2016; Tumova, 2017). Aynı zamanda yapılan çalışmalarda bu konuların öğretiminde sosyal bağlamın dikkate alınmaması ve grup çalışmalarının etkisinin yeterince araştırılmadığı da görülmüştür. Bu konuları "nasıl" öğrendiklerini ve öğrenme sırasındaki zihinsel süreçlerini inceleyen bir çalışmanın olmaması nedeniyle bu araştırmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu çalışmada 7. Sınıf öğrencilerinin dörtgenlerde alan formülü oluşturma konusundaki oluşturma süreçlerinin RBC+C modeline göre analiz edilmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

1. 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenlerde alan formülünü oluşturma süreçleri nasıldır?

1.1. RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan etkinliklerle öğretim yapılan sınıftaki öğrencilerin dörtgenlerde alan formülünü oluşturma süreçleri nasıldır?

1.2. Mevcut MEB matematik ders öğretim programına göre öğretim yapılan sınıftaki öğrencilerin dörtgenlerde alan formülünü oluşturma süreçleri nasıldır?

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışmasından yararlanılmıştır. Durum çalışmaları araştırmacılara belirli bir durumu ayrıntılı bir şekilde açıklama imkânı sunmaktadır (Stake, 2010, s.27).

Çalışma Grubu

Bu çalışma İç Anadolu Bölgesinde bulunan bir devlet ortaokulunda 7. sınıfa devam eden öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Bu okulda rastgele seçilen iki sınıftan birine RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan etkinliklerle öğretim yapılırken diğer sınıfa mevcut MEB matematik ders öğretim programına göre öğretim yapılmıştır. Çalışmanın bundan sonraki kısmında RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre öğretim yapılan sınıf Uygulama Grubu, diğer sınıf ise Karşılaştırma Grubu olarak isimlendirilmiştir.

Asıl uygulama yapılmadan önce farklı bir okulda 7. Sınıf öğrencileri ile pilot çalışma gerçekleştirilmiştir (Altaylı Özgül ve Kaplan, 2016). Bu pilot çalışma ile soyutlama süreçlerinin inceleneceği öğrencilerin seçilmesinde dikkat edilmesi gereken hususlar, öğretmen rehberliği ve süreç yönetimi konusunda tecrübe kazanılmıştır. Asıl uygulama için öğrencilerin seçiminde; öğretmenin görüşleri, araştırmacının öğrenciler hakkındaki gözlem notları, öğrencilerin bir önceki yıla ait matematik başarı puanları ve dönem içerisinde yapılan iki matematik yazılı sınavlarının ortalamaları da öğrencilerin belirlenmesinde etkili olmuştur. Seçilecek olan öğrencilerin puanlarının en az 50 olmasına dikkat edilmiştir. Çünkü yapılan pilot çalışmanın sonuçlarına göre matematik başarı puanı 50 puanın altında olan öğrencinin soyutlama süreci gözlemlenememiştir. 50 puanın üzerinde olan öğrenciler düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç kategoriye ayrılmıştır. Her kategoriden birer öğrenci olacak şekilde Uygulama Grubu ve Karşılaştırma Grubu'ndan üçer öğrenci olmak üzere toplam 6 öğrenci seçilmiştir. Çalışmaya katılan öğrencilerin puanları ve hangi kategoride yer aldıkları Çizelge 1'de gösterilmiştir. Bu puanlar kategorize edilirken öğretmen görüşlerine başvurulmuştur.

Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama Süreci

Uygulama Grubu'nda kullanılan çalışma kağıtlarının geliştirilmesinde RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemleri kullanılmıştır. Soyutlamanın gerçekleşmesi; yeni yapıya duyulan ihtiyaç, yeni yapının ortaya çıkışı ve yeni yapının pekiştirilmesi gibi üç durumun sağlanmasına bağlı olduğu için (Schwarz vd., 2009, s. 24) etkinlikler bu üç koşul doğrultusunda hazırlanmıştır. Ayrıca oluşturma eylemine yönelik hazırlanan etkinliklerin öğrencilerin, tanıma, kullanma ve pekiştirme eylemlerini; pekiştirme eylemine yönelik etkinliklerin ise öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştirmelerini sağlayacak şekilde geliştirilmiştir. Bununla birlikte etkinliklerin birbiriyle ilişkili şekilde verilmesine dikkat edilmiştir. Yani bir etkinliğin sonucunda oluşturulan kavram veya formül bir sonraki etkinlikte kullanılabilecek şekilde düzenlenmiştir.

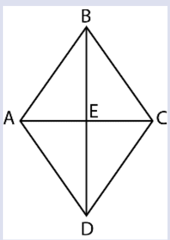
Görüşmede kullanılan sorular "Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur; ilgili problemleri çözer" kazanımından yararlanılarak hazırlanmıştır. Bu görüşmeler yarı-yapılandırılmış olarak gerçekleştirilmiştir. Sorular öğrencilerin birkaç yoldan çözebilecekleri şekilde olup, RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerini de açığa çıkaracak niteliktedir. Çizelge 2'de bireysel görüşmelerde yer alan sorular, ilgili oldukları kazanım ve soruların hazırlanmasındaki amaçlar verilmiştir.

Bu çalışmanın uygulaması toplam 6 ders saati süresince gerçekleştirilmiştir. Her dersin süresi 40 dakikadır. Her iki gruba ait uygulama sürecinin ayrıntılı zaman takvimi Çizelge 3'te verilmiştir. Uygulama süresince öğrencilere sessiz kalmamaları, fikirlerini açıkça söylemeleri, yanlış bir şey söylemekten korkmamaları gerektiği gibi telkinlerde bulunulmuştur.

Çizelge 1. Bireysel görüşme yapılan öğrencilerin özellikleri

	Matematik Başarı Puanı	**Matematik Yazılı Ortalaması**	**Başarı Kategorisi**
Uygulama Grubu			
Yiğit	96	100	**Yüksek**
Şule	80	85	**Orta**
Nida	55	60	**Düşük**
Karşılaştırma Grubu			
Mustafa	95	95	**Yüksek**
Seda	80	85	**Orta**
Bengü	55	60	**Düşük**

Çizelge 2. Bireysel görüşmelerde öğrencilere yöneltilen sorular

Soru	**Kazanım**	**Amaç**
1. Yamuğun alan formülünü derste görmediğiniz farklı bir yoldan oluşturunuz?	Yamuğun alan bağıntılarını oluşturur.	Bu soruda öğrencilerden alan formülünü bildiklerini herhangi bir geometrik şekilden yararlanarak yamuğun alan formülünü oluşturmaları istenmiştir. Dolayısıyla soruyu çözerken önceden öğrendikleri bilgi yapılarını kullanmaları ve pekiştirmeleri beklenmiştir. Öğrencilere derste öğrendikleri yöntemlerden farklı bir yöntem kullanmaları konusunda uyarı yapılmıştır.
2. ABCD eşkenar dörtgen, |DB| ve |AC| köşegen olmak üzere, |DB|= e ve |AC|=f olan eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturunuz. 	Eşkenar dörtgenin alan bağıntılarını oluşturur.	Bu soruda eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarından yararlanarak alan formülünü oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilere ders etkinliklerinde sadece $A=\frac{d.f}{2}$ olarak verilen formülün nasıl oluştuğunu bulmaları istenmiştir. Bu soruyla farklı bir yoldan eşkenar dörtgenin alan formülünü, önceki bilgilerini tanıyıp kullanarak oluşturmaları beklenmiştir. Aynı zamanda bir dörtgenin alanının sadece $tabanxyükseklik$ ile bulunmayacağını, farklı uzunluklardan yararlanarak da oluşturabileceğini görmeleri amaçlanmıştır.

Çizelge 3. Uygulamaya ait kazanımlar ve ders saatleri

Kazanımlar	**Süre**
Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur; ilgili problemleri çözer.	4 ders saati
Alan ile ilgili problemleri çözer.	2 ders saati

Uygulama Grubu'nun uygulama süreci. Uygulama Grubu'ndaki tüm öğrenciler üçerli veya dörderli gruplara ayrılarak etkinlikleri grupça tartışarak yapmışlardır. Çizelge 1'deki kriterlere göre seçilen Yiğit, Şule ve Nida'nın aynı grupta yer alması sağlanmıştır. Hem bu grubun hem de tüm sınıfın öğretim faaliyetleri kamera ile kayıt altına alınmıştır. Bu sayede öğrencilerin zihinlerinde gerçekleşen soyutlama süreçlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Ardından öğrencilere çalışma kağıtları dağıtılmış ve kağıtlardaki yönergelere göre görevleri yapmaları belirtilmiştir. Öğretmen ve araştırmacı, her etkinlikten önce gerekli açıklamaları yaparak öğrencilerin birbirleri ile tartışmalarına imkan vermişlerdir. Ayrıca tartışmalar devam ederken sıraları dolaşarak gerekli yerlerde ipuçları vererek öğrencilerin doğru bilgiyi oluşturmalarında rehberlik etmişlerdir. Resim 1'de Uygulama Grubu'nun ders içi etkinliklerine ait fotoğraflar sunulmuştur.

Karşılaştırma Grubu'nun uygulama süreci. Bu grupta MEB'in önerdiği Tutku Yayıncılığa ait kaynak kitap kılavuzluğunda öğretim yapılmıştır. Dersi, sınıfın matematik öğretmeni yürütmüştür. Araştırmacı, sınıfın arka tarafında öğrencilerin dikkatini dağıtmayacak şekilde yapılandırılmamış gözlem ile alan notları almıştır. Öğretmen öğrencilerin eşkenar dörtgen ve yamuğun alan formülünü oluşturmalarını sağlamak için ders kitabındaki etkinlikten yararlanmıştır. Öğrencilerden kareli bir kağıda bir paralelkenar ve bir eşkenar dörtgen çizmelerini istemiştir. Daha sonra kitaptaki yönergeleri söyleyerek onların üçgenin alanından faydalanarak paralelkenar ve eşkenar dörtgenin alan formüllerine ulaşmalarını sağlamıştır. Bu esnada öğretmen öğrenciler arasında dolaşmış ve öğrencilerin sorularını yanıtlamıştır. Dersin sonunda da konuyu özetlemek amacıyla her iki dörtgenin alan formülünün nasıl ve nereden geldiğini öğrencilere açıklamıştır. Sonraki derste de kitapta yer alan bu dörtgenlerle ilgili alan hesaplama problemlerini öğrencilere çözdürmüştür. Benzer şekilde yamuğun alan formülünü oluşturmak için tahtaya bir yamuk çizmiş ders kitabındaki yönergeler doğrultusunda yamuğu bir üçgen ve paralelkenara ayırarak öğrencilere açıklamıştır. Ardından da öğrencilere yamuğun alanını hesaplamaya yönelik işlemsel sorular yöneltmiştir.

Karşılaştırma Grubu'ndaki ders anlatımına genel olarak bakıldığında öğretmenin kaynak kitaptaki etkinliklerden ve sorulardan yararlandığı, soru-cevap ve beyin fırtınası öğretme tekniklerini sıklıkla kullandığı gözlemlenmiştir. Ayrıca öğretmenin öğrencileri derse katarak konuyu birlikte işledikleri söylenebilir.

Uygulamadan iki hafta sonra Uygulama Grubu ve Karşılaştırma Grubu'ndan seçilen toplam 6 öğrenci ile araştırmacı tarafından bireysel görüşmeler yapılmıştır. İki hafta sonra yapılmasının nedeni ise bilginin kalıcılığına bakarak öğrencilerde pekiştirme eyleminin ne düzeyde gerçekleştiğini incelemektir.

Verilerin analizi

Elde edilen veriler, RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerine göre analiz edileceğinden dolayı bu çalışmada betimsel analiz kullanılmıştır.

RBC+C modelinin kuramsal çerçevesinden yararlanılarak tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerini tanımlayan anahtar kelimeler oluşturulmuştur (Çizelge 4). Böylece bulgular yorumlanırken, öğrencilerin ifadelerinin ve bilişsel davranışlarının hangi eylem basamağını temsil ettiğini tespit etmek kolaylaşmıştır.

Aşağıda her bir epistemik eylem için örnek analizler verilmiştir.

- *"Eşkenar dörtgenin ve paralelkenarın alanları da taban x yükseklik olduğu için bir şey değişmezdi.* **(Bir geometrik şeklin özelliklerini ifade etme, Tanıma)"** Bu ifadeden her iki geometrik şeklin alan formülü bilgisinin öğrencinin zihninde var olduğu görülmektedir.
- *"Hocam şimdi köşegenleri çizdiğimiz zaman eşkenar dörtgenin içinde dört tane üçgen oluşuyor. Buradaki bir üçgenin alanı h çarpı e bölü iki olur.* **(Akıl yürütme, Kullanma)"** Bu ifadeden öğrencinin var olan bilgi yapılarını akıl yürütme yoluyla kullanarak bir çözüme ulaştığı söylenebilir.
- *"Bi üçgen belirleyelim, köşegenlere e ve f diyelim. Bu üçgenin tabanı f olsun. Yüksekliği $\frac{e}{2}$ olsun. O zaman bu üçgenin alanı $\frac{\frac{e}{2}\cdot f}{2}$ olur. Diğer üçgeninde formülü aynısı olur. Diğerinin de tabanı f, yüksekliği $\frac{e}{2}$ dir. O zaman bu yazdığımız formülü ikiyle çarparız. İkiler birbiriyle sadeleşir. Geriye $\frac{e\cdot f}{2}$ kalır.* **(Akıl yürütme-Oluşturma)"** Öğrencinin bu ifadesinden akıl yürütme yoluyla var olan bilgi yapılarını kullanarak yeni bir bilgi yapısı ortaya koyduğu yani bilgiyi oluşturduğu söylenebilir.
- *Evet, iki yamuğu kesip, bir tanesini ters çevirip birleştirdiğimizde paralelkenar oluşmuştu. Alt taban üste geldiği için a ile b yi topluyorduk, sonra h ile çarpıp ikiye bölüyorduk, iki tane yamuk olduğu için.* **(Dolaysızlık-Pekiştirme)** Öğrenci var olan bilgi yapılarına hızlı ve doğrudan ulaşarak bu bilgi yapılarını pekiştirmiştir.

Geçerlik ve güvenirlik

Çalışmanın geçerlik ve güvenirliğini sağlamak amacıyla bazı önlemler alınmıştır. İç geçerliği (inandırıcılık) artırmak amacıyla; katılımcılardan biri rastgele seçilip katılımcı teyidi alınmış, farklı veri toplama araçları kullanılarak çeşitleme yapılmış ve veri toplama araçlarının geliştirilmesi ile bulguların yorumlanması aşamasında da uzman incelemesine başvurulmuştur. Dış geçerliğin (aktarılabilirlik) sağlanması için de veri toplama ve analiz süreci ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Araştırmanın iç güvenirliğini (tutarlılık) sağlamak için veriler başka bir araştırmacıya daha inceletilmiştir. Transkript yorumları arasındaki tutarlık yüzdesine göre iki araştırmacının yorumlarının birbiriyle uyuşup uyuşmadığına bakılmıştır.

Bu yüzdenin %80 ve üzeri olması durumunda kodlama güvenilir kabul edilir (Hugh ve Cormier, 2011, Akt., Kabapınar, 2003). Bu çalışmada da rastgele seçilen sorulara öğrencilerin vermiş olduğu yanıtlar, iki araştırmacı tarafından birbirinden bağımsız bir şekilde betimsel olarak analiz edilmiştir. İki araştırmacının yapmış olduğu analiz sonucunda tutarlılık %85 olarak belirlenmiştir. Daha sonra uyuşmazlık yaşanan durumlar üzerinde istişare edilerek ortak bir sonuca varılmıştır. Son olarak çalışmanın dış güvenirliğini (teyit edilebilirlik) artırmak için öğrencilerden elde edilen dokümanlar, sınıf içi görüntüler ve yapılandırılmamış gözlem notları da bulgular kısmında sunulmuştur.

Resim 1. Uygulama Grubu örnek ders etkinliği

Çizelge 4. Epistemik eylemlerin tanımlanmasında kullanılan anahtar kelimeler

Tanıma	Kullanma	Oluşturma	Pekiştirme
Farkına varma	Problem çözme	Yeni yapılara ulaşma	Dolaysızlık
Bir geometrik şeklin özelliklerini ifade etme	Bir durumu anlama veya açıklama	İlişkilendirme	Farkındalık
Örnek verme	Bir süreci yansıtma	Akıl yürütme	Esneklik
	Bir öneriyi savunma	İletişim	Açıklık
	Varsayımda bulunma	Matematiksel dil geliştirme	Özgüven
	İlişkilendirme		Yapıları ilişkilendirme
	Dikkatle düşünme		
	Akıl yürütme		

Bulgular

Uygulama Grubu ve Karşılaştırma Grubu'nda yer alan öğrencilerin birinci ve ikinci soruya ilişkin soyutlama süreçleri ayrı başlıklar altında ele alınmıştır.

Uygulama Grubu Öğrencilerinin Birinci Soruya Ait Soyutlama Süreci Bulguları ve Yorumları

Yiğit ile birinci soruya ilişkin yapılan görüşme 13 dakika sürmüştür. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, Y: Yiğit).

3Y: Yamuğun yüksekliği varya, bu yükseklikten kesip yan tarafa yapıştırıp dikdörtgen elde ederiz. İki tarafın da yüksekliği birbirine eşit.

4A: Kağıdı keserek dene bakalım.

(Yiğit birim kağıdı söylediği gibi kesti. Diğer tarafa birleştirmeye çalıştı)

5Y: Tam dikdörtgen olmadı. Demek ki bu yamuğun kenarları birbirine eşit değil, ikizkenar yamuk değil. O zaman başka bir yol deneyelim (Tekrar düşünmeye başladı) ***(Tanıma)***

(Yiğit denemeler yapmaya devam etti, araştırmacı duruma müdahale etmeyip sessizce bekledi)

6Y: Dik yamuk elde etsek, ama onun da alan formülünü bilmiyoruz.

15Y: (birim kağıt üzerindeki yamuk üzerinde göstererek) Yamuktan bir paralelkenar ve bir üçgen elde ederiz alanlarını toplarız.

16A: Nasıl bulursun alanlarını?

17Y: Paralelkenarın yüksekliğiyle üçgenin yüksekliği birbirine eşittir. O zaman yükseklikleri aynı. Kağıda çiziyim ben. ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*18Y: Yamuğun üst kenarı a, alt kenarı b olsun. Burada paralelkenar oluştu. Üst kenarı a ise alt tabanı da a olur. O zaman yamuğun tabanına b demiştik, geriye b-a kalır. Şimdi formülü yerine yazalım. ($a.h+\frac{(b-a).h}{2}=A$ yazdı kağıda)****(Akıl yürütme-Oluşturma)***

19Y: Sadeleştirmemiz gerekiyor değil mi?

(Yiğit bu aşamadan sonra h'yi dağıtarak paydaları eşitlemiş ve sonuçta $\frac{(a+b).h}{2} = A$ şeklinde bulmuştur)

20Y: (Şaşırarak) Eee yine aynı formülü bulduk, ama farklı yoldan.

Derste yamuğun alan formülünün iki farklı yoldan oluşturan Yiğit, kendisinden farklı bir yol bulması istendiğinde, paralelkenarın alan formülünü dikdörtgenden yararlanarak buldukları gibi yamuğu keserek yan tarafına eklemeyi düşünmüştür. Ancak birim kağıdı kesip birleştirdiğinde yamuğun kenarlarının eşit olmadığını görmüş ve farklı bir yol bulmaya çalışmıştır (3Y, 4Y). Yiğit, daha sonra dik yamuk elde etmeyi düşünmüş ancak alan formülünü bildiği bir dörtgen olmadığını fark etmiştir (6Y). Yiğit dikkatli bir şekilde düşündükten sonra, yamuğu alan formülünü bildiği şekillere parçalamayı başarmıştır. Yiğit uygulama sürecindeki gibi alan formülünü bilmediği yamuğun kenarlarına a ve b cinsinden değerler vererek, sonradan oluşturduğu şekillerle *ilişkilendirmeye* çalışmıştır. Burada Yiğit'in çiziminde paralelkenarın tabanına a, geri kalan kısma da $(b-a)$ şeklinde belirtmesi yaptığı ilişkilendirmenin bilincinde olduğunu göstermektedir (18Y). Yiğit, üçgenin alanı ile paralelkenarın alanını a ve b cinsinden toplayarak yamuğun alan formülünü farklı bir yoldan *oluşturmuştur* (20Y).

Şule ile birinci soruya ilişkin yapılan görüşme 13 dakika sürmüştür. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, Ş: Şule).

1Ş: Yamuğun içinde kare oluştururum.

2A: Nasıl yaparsın?

3Ş: Yamuğun üst tabanıyla alt tabanı aynı olacak şekilde keserim, ortada kare kalır, yanlarda iki üçgen oluşur.

4A: Diğerlerini nasıl hesaplarsın?

*5Ş: Hocam burası a olsun (yamuğun üst tabanına a yazdı) o zaman alt taban da yükseklik de a olur kare olduğu için **(Bir geometrik şeklin özelliklerini ifade etme, Tanıma)***

6A: Nereden biliyorsun kare olduğunu?

7Ş: Doğru, dikdörtgen de olabilir. Yamuğun üst kenarına a diyelim. Yüksekliğini çizelim h olsun (yamuğun içinde iki tane yükseklik çizdi). O zaman burası da a dır (İki yükseklik arasında kalan kısma a yazdı). Dikdörtgenin alanından a.h olur. Burayı bulduk

8A: (üçgenleri göstererek) Bu üçgenlerin alanlarını nasıl bulacaksın?

9Ş: Üçgen zaten yükseklikleri h

10A: Tabanları nedir?

11Ş: Yükseklik indirdiğimiz zaman kalan kenarlar birbirine eşit değil ki (birim kareli kağıt üzerinde sayarak)

12Ş: İkizkenar yamuk olsaydı yapabilirdik, tabanları eşit olurdu üçgenlerin…Aslında ikizkenar yamuk olduğunu kabul ederek de yapabiliriz (İkizkenar yamuk olacak şekilde yeniden çizdi yamuğun kenarlarını). Yazalım şimdi. Yamuğun alt tabanı b olursa a kenarını çıkarırsak geriye (b-a) kalıyor. İki eşit parça olduğu için de bunu ikiye böleriz. ***(Problem çözme, Kullanma)***

13A: İki tane üçgenin bir tane dikdörtgenin var bunların alanlarını toplarsan neyi bulursun?

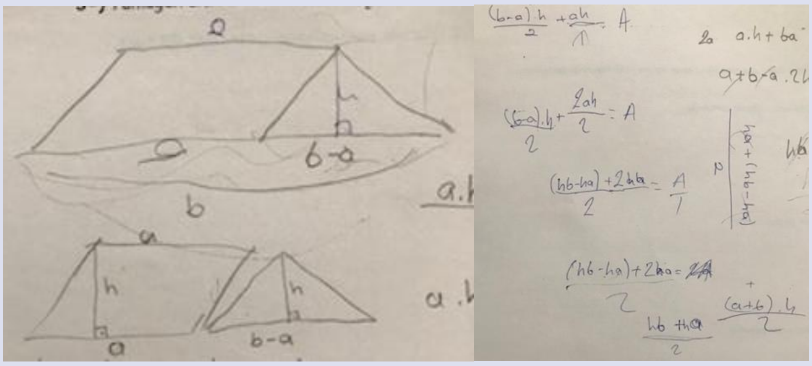
14Ş: Yamuğun alanını buluruz.

15A: Kağıda yaz bakalım.

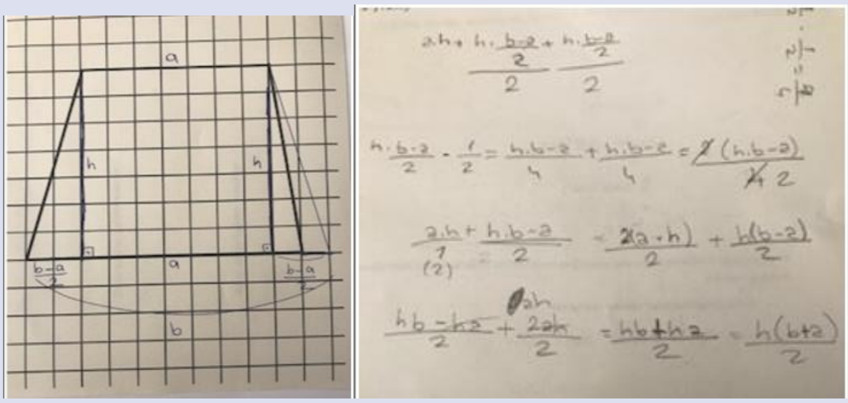
16Ş: Dikdörtgenin formülü a.h buradaki üçgenlerin alanları da $\frac{h \cdot \frac{b-a}{2}}{2} + \frac{h \cdot \frac{b-a}{2}}{2}$ ***(İlişkilendirme, Oluşturma)***

(Şule kağıda bu ifadeleri yazdı, ancak sadeleştirme konusunda sıkıntılar yaşadı, araştırmacının direktifleriyle en sade hale getirebildi) (Resim 3)

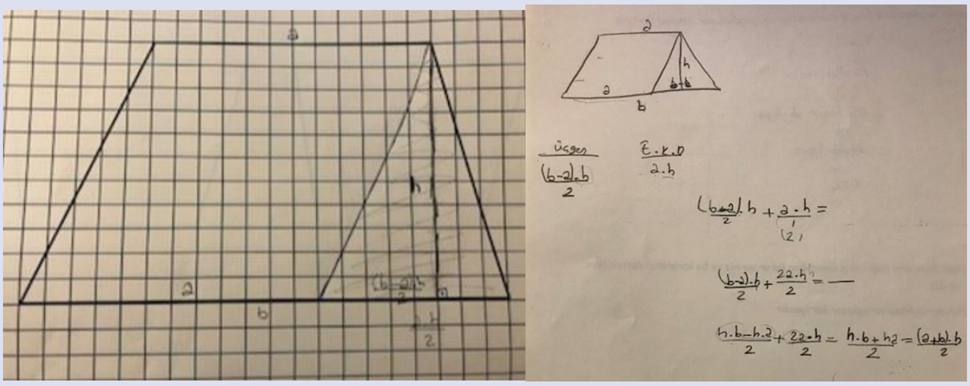
Şule yamuğu alan formülünü bildiği başka geometrik şekillere dönüştürürken fazla vakit harcamamıştır. Önceki derslerde yaptıkları etkinliklerin Şule'ye hızlı düşünme ve dönüşümler yapma becerisi kazandırdığı söylenebilir (1Ş, 3Ş). Yamuğun yüksekliğiyle, yeni oluşturdukları şekillerin yüksekliklerini Şule doğru bir şekilde *ilişkilendirerek* yamuk içerisinde dikmeler indirmiştir. Ancak birim kağıt üzerinde verilen yamuğun ikizkenar olmaması, ilk başta Şule'yi düşündürmüş, daha sonra ikizkenar olmasının birşey değiştirmeyeceğini fark etmiş ve yamuk çeşitleri arasında *ilişki kurarak* alan formüllerinin aynı kalacağını düşünmüştür (12Ş). Şule, cebirsel ifadeleri burada çok iyi bir şekilde kullanarak üçgenin ve dikdörtgenin taban uzunluklarını yamuğun alt tabanının uzunluğuyla *ilişkilendirmiştir.*



Resim 2. Yiğit'in birinci soruya ilişkin durum temsili



Resim 3. Şule'nin birinci soruya ilişkin çözümü



Resim 4. Nida'nın birinci soruya ilişkin çözümü

Nida ile yapılan görüşme 10 dakika sürmüştür. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, N: Nida).

1A: Biz yamuğun alanını derste iki farklı yoldan yapmıştık, hatırlıyor musun?

2N: Evet, iki yamuğu kesip, bir tanesini ters çevirip birleştirdiğimizde paralelkenar oluşmuştu. Alt taban üste geldiği için a ile b yi topluyorduk, sonra h ile çarpıp ikiye bölüyorduk, iki tane yamuk olduğu için. ***(Dolaysızlık-Pekiştirme)***

3A: Bir başka yoldan daha yapmıştık.

4N: Yamuğu iki üçgen olacak şekilde ikiye bölmüştük, iki üçgenin alanını hesaplamıştık.

5A: Şimdi senden tamamen farklı bir yöntemle alan formülünü bulmanı istiyorum.

6N: Dikdörtgen oluştursak, yanlarda iki üçgen oluşur.. Ama bu üçgenlerin alanını nasıl bulurum ki..(Sessizlik)

7N: (Birim kağıt üzerinde çizerek) bu üçgenlerin tabanları eşit olmuyor, ikizkenar yamuk değil bu.

8N: Başka bir yol da şuradan çizersek bir eşkenar dörtgen bir de üçgen elde ederiz. Üçgenin alanı ile eşkenar dörtgenin alanını toplarım yamuğun alanını bulurum. (Birim kağıt üzerinde Resim 4'deki çizimi yaptı)

9N: Önce yamuğun üst tabanı a, alt tabanı b, bide yükseklik çizelim o da h olsun. Birde buraya eşkenar olacak şekilde bir paralel çiziyim.

10A: Hangi şekilleri elde ettin?

11N: Eşkenar dörtgen ve üçgen elde ettim.

12A: Burası (Eşkenar dörtgen olduğunu söylediği yeri işaret ederek) paralelkenar olsa senin için bir şey değişir mi?

13N: İkisinin alanı da taban x yükseklik olduğu için bir şey değişmezdi. ***(Bir geometrik şeklin özelliklerini ifade etme, Tanıma)***

14A: Şimdi sen burada yamuğun tabanına b dedin. Peki burada oluşan yeni üçgenin tabanının uzunluğu ne olur?

15N: Eşkenar dörtgen olduğu için burası da a olur. Üçgenin tabanı için de b den a yı çıkarırız.

16N: Üçgenin alanı $\frac{(b-a)\cdot h}{2}$ *yazarız. (Üçgeni de karaladı) Eşkenar dörtgenin alanı da* $a \cdot h$ *olur. Bu ikisini de toplarsak yamuğun alanını buluruz.* ***(Kullanma, Oluşturma)***

(Bu ifadelerden sonra araştırmacının yardımıyla Nida cebirsel ifadeler üzerinde sadeleştirmeler yaparak $\frac{(a+b)\cdot h}{2}$ formülünü elde etmiştir.)

Araştırmacı Nida'nın derste yaptıkları yamuk etkinliklerinin kalıcılığını tespit etmek için yamuğun alanını nasıl oluşturduklarını sormuştur (1A). Nida'da hızlı bir şekilde yamuğun alanını nasıl paralelkenardan yararlanarak oluşturduklarını anlatarak *pekiştirmiştir.* Nida'nın aklına kısa sürede yeni bir yöntem gelmiş, fakat yamuğun çeşitlerinin alan formülünü etkilemeyeceği konusunda *akıl yürütemeyerek* bu fikirden vazgeçmiştir (6N, 7N). Nida hemen sonrasında yamuktan bir eşkenar dörtgen ve üçgen elde edebileceğini *fark etmiş* (8N), derste yaptıkları etkinliklerden kazandığı tecrübe ile hızlıca yamuğun kenarlarını isimlendirerek ortaya çıkan eşkenar dörtgen ve üçgenin tabanıyla *ilişkilendirmiştir* (9N, 15N). Öğrenci, üçgenin ve eşkenar dörtgenin alan formülünü *kullanarak* yamuğun alan formülünü farklı bir yolla *oluşturmuştur.* Ancak diğer öğrencilerde olduğu gibi Nida da kurduğu denklemi sadeleştirirken güçlük yaşamış, araştırmacının yardımlarıyla sonuca ulaşmıştır.

Uygulama Grubu öğrencilerinin birinci soruya verdikleri yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin uygulama sırasında yararlandıkları yöntemlerden farklı olarak yeni yöntemler belirleyerek yamuğun alan formülünü yeniden oluşturdukları görülmüştür. Öğrenciler ilk olarak yamuğu alan formülünü bildikleri başka bir geometrik şekle benzetmeye çalışarak ilişkilendirmişlerdir.

Karşılaştırma Grubu Öğrencilerinin Birinci Soruya ait Soyutlama Süreci Bulguları ve Yorumları

Mustafa ile yapılan görüşme dokuz dakika sürmüştür. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, M: Mustafa).

1A: Üst tabanına a, alt tabanına b, yüksekliği de h olan yamuğun alan formülü nasıl oluşturulmuş olabilir?

2M: Alt taban ve üst tabanı toplardım (birim kağıt üzerinde kareleri saydı) iki tane böyle karşılıklı kenar yapardım 32 32, uzunlukları h mesela birleştirirdim dikdörtgen olurdu.

3A: Sana her zaman böyle kareli kağıtta verilmeyebilir. (Kağıda yamuk çizerek) Böyle bir yamuğun alan formülünü nasıl oluştururdun? Bu yamuğu alan formülünü bildiğin bir şekle dönüştür.

4M: Yamuğun köşelerini keser dikdörtgen olacak şekilde birleştiririm. İki parça birbirini tamamlarsa.

5A: Birim kağıt üzerinde dene istersen.

(Kağıt üzerinde çizip kesip birleştirmeye çalıştı, dikdörtgen olmadığını gördü)

6M: Yamuğun içinde üç tane üçgen oluştururum. Yamuğu alt kenarının ikiye eşit bölündüğünü varsayalım (Resim 5).

7A: Yükseklik nerede?

8M: Yükseklik üç üçgen için de aynıdır (Çizdi). Üçünün alanını da toplarım. $\left(\frac{\frac{b}{2}.h}{2}\right)+\frac{a.h}{2}+\left(\frac{\frac{b}{2}.h}{2}\right)$ *yazarım* ***(İlişkilendirme, Oluşturma)***

(Mustafa denklemi sadeleştirirken zorluk yaşadı, özellikle h ortak parantezine almayı araştırmacının yönlendirmeleriyle yapabildi)

Mustafa'nın yamuğun alan formülünü oluştururken ilk başta sayısal değerler verme, birim kağıttaki kareleri sayma gibi yöntemler denediği görülmüş (2M), daha sonra dikdörtgen oluşturmaya çalışmış fakat yapamayacağını anlayınca vazgeçmiştir (4M). Bu denemelerden sonra Mustafa, yamuğu üç tane üçgene parçalayabileceğini ve üçgenin alan formülünden yararlanarak toplam alanı bulabileceğini söylemiştir (6M). Mustafa yamuğun ve üçgenlerin yüksekliğinin aynı olduğunu çizerek göstermiştir. Bu durum Mustafa'nın yükseklik kavramını doğru bir şekilde *oluşturduğunun* kanıtıdır. Yamuk içerisinde çizdiği üçgenlerin alanlarını a ve b cinsinden hesaplayan denklemi kurmuş olsa da sadeleştirme konusunda yetersiz olduğu yapılan gözlemler sonucunda ortaya koyulmuştur.

Seda ile yapılan görüşme 13 dakika sürmüştür. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, S: Seda).

1S: Yamuğu üçgene uzatsak (yamuğun üst tarafını uzatarak üçgene benzetmeye çalıştı)

2A: Ama uzattığın yerlerin alanını bilmiyorsun.

3S: Dikdörtgene uzatsak.. Olmaz ama…

(Bir süre boyunca kendi kendine denemeler yaptı, ama bir sonuca varamadı)

4S: Dikdörtgene mi benzetiriz, başka bir şeye benzetemedim..

5S: Kare olur mu? (yamuğun içinde bir kare ve iki üçgen olacak şekilde dikmeler indirdi) burası 2 olsa burası 4 olsa (yamuğun üst ve alt kenarına sayısal değer verdi) o zaman üçgenlerin tabanı 1 cm olur.

6S: Kareli kağıtta deniyim birde. (kareleri saydı) ama üçgenler eşit olmuyor.

7S: Yamuktan iki üçgen elde etsek, üçgenin alanı da alt taban çarpı yükseklik bölü iki.

8A: Ne yapabiliriz şimdi?

9S: Şimdi ne yapabiliriz. Bunu böyle yaptığımız zaman burada bir derece çıkıyor (Köşegeni yamuğun dışına doğru uzattı).

11S: Ama bir dakika formülden de bulabiliriz belki.

12A: Şu üçgenin alanını bulabilir misin?

13S: Tabanı b, yüksekliği h, $\frac{b.h}{2}$ ***(Bir geometrik şeklin özelliklerini ifade etme, Tanıma)***

14A: Diğer üçgenin alanını bulabilir misin?

15S: Bunun tabanı burası mı oluyor (köşegeni göstererek)

(Araştırmacı kağıdı ters çevirdi)

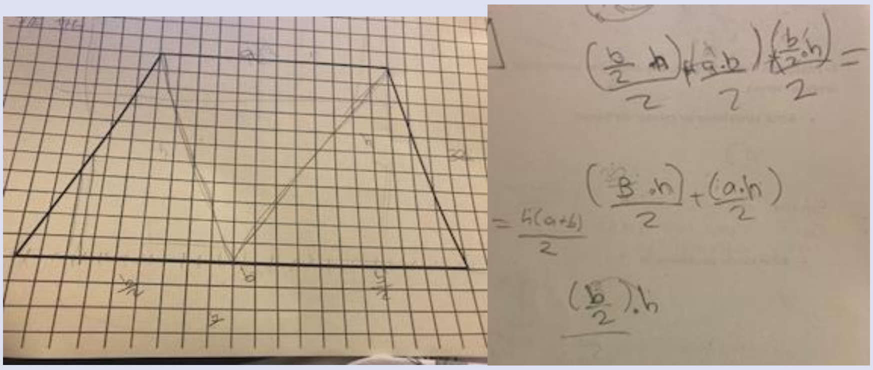
16S: Ha tamam burası oluyor. Burası da a oluyor. Bunun alanı da $\frac{a.h}{2}$ *olur.* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

17A: Yamuğun alanını nasıl hesaplarsın?

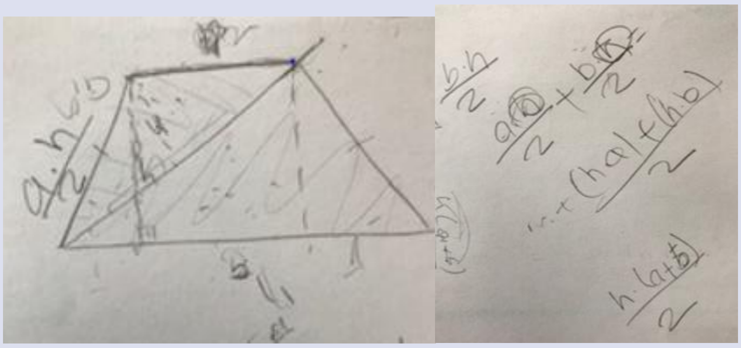
18S: Bu çıkan değerleri toplarım.

(Seda iki üçgenin alanını da topladı ancak sadeleştirmede yetersiz kalmasından dolayı araştırmacı yardım etmiştir)

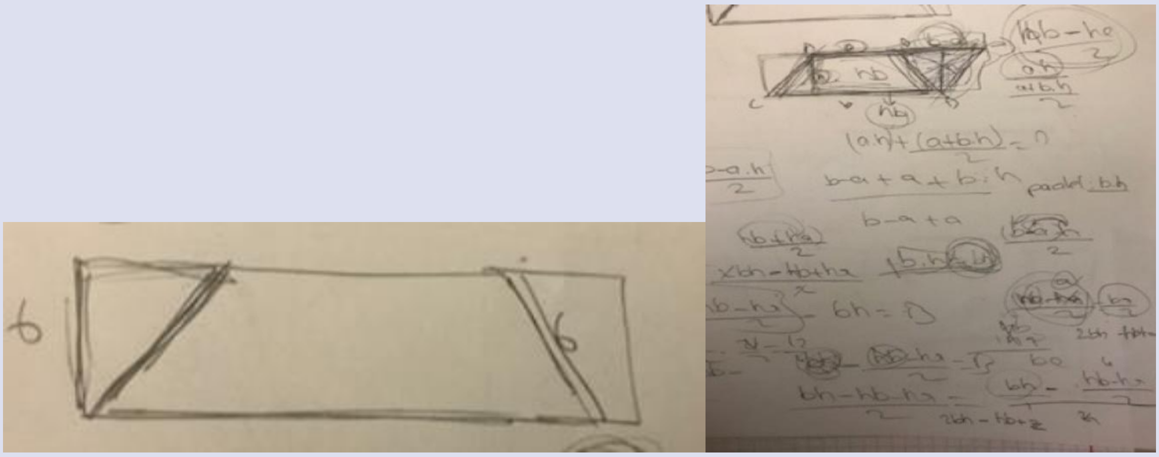
Seda bir süre yamuğu farklı bir geometrik şekle benzetmeye çalışmış, ancak başarılı olamamıştır (1S, 3S, 4S). Seda daha sonra yamuktan bir kare ve iki üçgen oluşturabileceğini düşünmüş ama birim kağıttaki yamuğun çeşitkenar olmasından dolayı bunun da yanlış olabileceğini düşünerek vazgeçmiştir (5S, 6S). Öğrenci, sonrasında yamuk içinde köşegen yardımıyla iki üçgen oluşturmuş ancak bu üçgenlerin alanlarını bulmak için köşegeni uzatarak doğru açı oluşturmaya çalışması ve köşegeni üçgenin tabanıymış gibi göstermesi Seda'nın üçgenin alanını tam olarak *oluşturamadığı* göstermiştir (Resim 6).



Resim 5. Mustafa'nın birinci soruya ilişkin çözümü



Resim 6. Seda'nın birinci soruya ilişkin çözümü



Resim 7. Bengü'nün birinci soruya ilişkin çözümü

Bengü ile yapılan görüşme 16 dakika sürmüştür. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, B: Bengü).

(Bengü ilk başta yamuğun kenarlarına ve yüksekliğine sayısal değerler verip formülde yerine koymuş ve neden formülün bu şekilde olduğunu düşünmüştür)

1A: Formülün hiç verilmediğini farzet ve yamuğu alan formülünü bildiğin bir geometrik şekle benzetmeye çalış.

2B: Yamuğu dikdörtgen yaparım. Yamuğun kenarıyla dikdörtgenin kenarı eşit olur (Resim 7).

4B: (kareleri saydı) Eşit. Peki yamuktan paralelkenar oluştursak..(Yamuğu paralelkenar olacak şekilde yanlarına parça ekledi, daha sonra sayısal değerler verdi)

5A: Boş bir kağıtta verilmiş olsaydı alan formülünü nasıl oluştururdun?

6B: Paralelkenar oluştururdum. Alan formülü taban x yükseklik. Buraya eklediğimiz parçanın uzunluğu (b-a) olur. Üçgenin alanı $\frac{b-a}{2}.h$ ***(Bir geometrik şeklin özelliklerini ifade etme, Tanıma)***

7B: Tamamının alanını nasıl bulabiliriz?

8A: Sen yamuğa üçgen ekleyerek paralelkenar yaptın, tamamının nasıl bulunacağını mı düşünüyorsun?

9B: Evet.. Eşkenar dörtgene mi tamamlasam (emin olmayan bir tavırla)

10A: Bu şekilde hesaplanamayacağını mı düşünüyorsun? Bilinmeyen ne? Neyi bilsen hesaplayabilirdin?

11B: Sayı verseniz belki bilebilirdim.

12B: Paralelkenarın alanı b.h Bu alandan üçgeni çıkarmamız lazım. ***(Bir geometrik şeklin özelliklerini ifade etme, Tanıma)***

Bengü bu soruda yamuğun alan formülünü oluştururken öncelikli olarak sayısal değerler vermeyi tercih etmiş ve formül üzerinden işlem yapmıştır. Öğrenci, araştırmacının müdahalesiyle alan formülünü bildiği dikdörtgene benzetmeye çalışmış, ancak çizdiği şekilde yamuğun kenarıyla dikdörtgenin kenarının eşit olduğu şeklinde bir kanıya varmıştır (Resim 7). Bengü, dikdörtgenden sonra paralelkenara benzeterek yamuğun yanına üçgen eklemiş ve üçgenin alan formülünü *kullanmış* fakat yeni oluşturduğu şekilde yamuğun alanını nasıl bulacağı konusunda tereddüt yaşamıştır (7B). Sonrasında Bengü, paralelkenarın alanından üçgeni çıkarmak istemiş, ancak işlemlerini yaparken üçgenin alanından paralelkenarı çıkarmıştır. Araştırmacının müdahalesiyle öğrenci büyük alandan küçük alanı çıkarması gerektiğini *fark etmiştir.* Öğrencinin değişkenlerle işlem yaparken zorluk yaşadığı görülmüştür.

Karşılaştırma Grubu öğrencilerinin yamuğun alan formülünü oluştururken nasıl yapacakları konusunda tereddüt yaşadıkları görülmüştür. Yamuğun alan formülünü bildikleri bir geometrik şekle benzetirken iki şeklin kenar ve yüksekliklerini ilişkilendirmeden işlem yapmaya çalışmaları sürecin uzamasına neden olmuştur.

Uygulama Grubu Öğrencilerinin İkinci Soruya ait Soyutlama Süreci Bulguları ve Yorumları

Yiğit ile yapılan görüşmeye ait diyaloglar aşağıda verilmiştir.

1Y: Eşkenar dörtgende köşegenler dik kesiyor. Üçgenlerden yararlanırız. Şimdi bu üçgenin tabanı, diğer üçgenin yüksekliğine eşittir. Benzer şekilde diğer üçgenin tabanı da bu üçgenin yüksekliğine eşittir. (kağıdı yan çevirerek) ***(Bir geometrik şeklin özelliklerini ifade etme, Tanıma)***

2A: Köşegenleri isimlendirerek yaparsan daha kolay olur bence.

3Y: Bi üçgen belirleyelim, köşegenlere e ve f diyelim. Bu üçgenin tabanı f olsun. Yüksekliği $\frac{e}{2}$ *olsun. O zaman bu üçgenin alanı* $\frac{\frac{e}{2}.f}{2}$ *olur. Diğer üçgeninde formülü aynısı olur. Diğerinin de tabanı f, yüksekliği* $\frac{e}{2}$ *dir. O zaman bu yazdığımız formülü ikiyle çarparız. İkiler birbiriyle sadeleşir. Geriye* $\frac{e\cdot f}{2}$ *kalır.* ***(Akıl yürütme-Oluşturma)***

4A: Bu formül neyin formülü, açıklar mısın?

5Y: Eşkenar dörtgenin başka bir alan formülü. e ve f köşegenlerine demiştik. O zaman köşegen uzunluklarını çarpıp ikiye bölersek eşkenar dörtgenin alanını hesaplarız

Yiğit eşkenar dörtgenin köşegen özelliğini *tanıyarak* eşkenar dörtgenin köşegenlerinin, üçgenlerin yüksekliği ve tabanıyla ilişkili olduğunu *akıl yürüterek oluşturmuştur.* Öğrenci bir üçgen belirleyip, bu üçgenin yüksekliğinin eşkenar dörtgenin bir köşegen uzunluğunun yarısı olduğunu, tabanının ise diğer köşegeninin uzunluğuna eşit olduğunu belirtmiştir (1Y). Yine öğrenci, eşkenar dörtgenin, "köşegenler eşkenar dörtgeni iki eşit parçaya böler" özelliğini *kullanarak* iki üçgenin alanını *e* ve *f* cinsinden yazarak toplamıştır. Yiğit'in bulduğu formülün eşkenar dörtgenin alan ölçüsünü veren diğer formül olduğunun farkında olduğu da 5Y'deki ifadesinden anlaşılmaktadır.

Şule ile ikinci soruya ilişkin yapılan görüşme beş dakika sürmüştür. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir.

1A: Eşkenar dörtgenin alanını köşegen uzunluklarından yararlanarak nasıl hesaplarsın Şule?

2Ş: Hocam şimdi köşegenleri çizdiğimiz zaman eşkenar dörtgenin içinde dört tane üçgen oluşuyor. Buradaki bir üçgenin alanı h çarpı e bölü iki olur. ***(Akıl yürütme, Kullanma)***

3A: h neresi e neresi, çizerek gösterir misin?

(Birim kağıt üzerinde bir köşegenin yarısı h, diğer köşegenin yarısı e olacak şekilde çizdi?

4A: Peki bu çizdiklerin aynı zamanda eşkenar dörtgenin neyi oluyor?

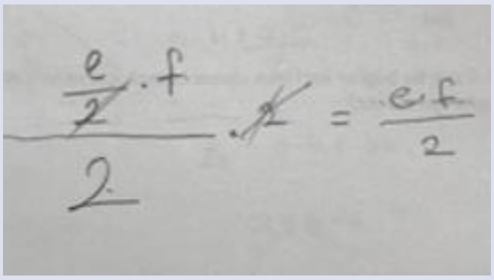
5Ş: Köşegeni. Köşegenler birbirini dik ve eşit keser. (Şekil üzerinde çizerek gösterdi) ***(Tanıma)***

6Ş: Yükseklik h, üçgenin tabanı da e olsun. O zaman yarısı e bölü iki olur.

(Kağıda $\frac{\frac{h}{2}.\frac{E}{2}.4}{2}$ yazdı)

7Ş: Dört tane üçgen olduğu için dört ile çarparız.

(Yaptığı işlemler sonrasında cevabı $= h.E.2$ olarak buldu. Araştırmacı işlemleri yeniden yapmasını söyleyerek verdiği ipucularıyla Şule'nin cevabı $\frac{h\cdot E}{2}$ olarak bulmasını sağladı)



Resim 8. Yiğit'in ikinci soruya ilişkin çözümü

8A: Burada h dediğimiz uzunluk neydi?

9Ş: Eşkenar dörtgenin köşegeni.

10A: E neydi?

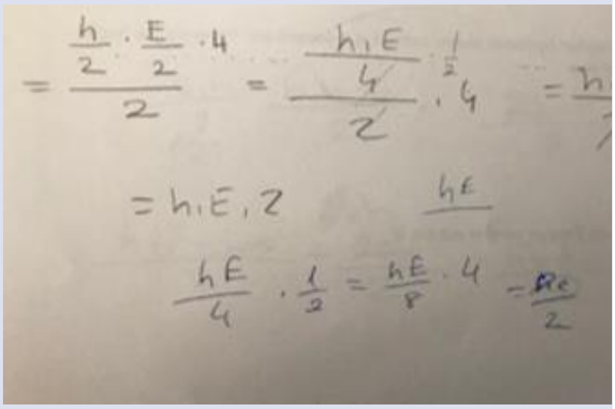
11Ş: Diğer köşegeni.

12A: O zaman h yerine e diye isimlendirirsek yükseklik ile karışmasını engellemiş oluruz.

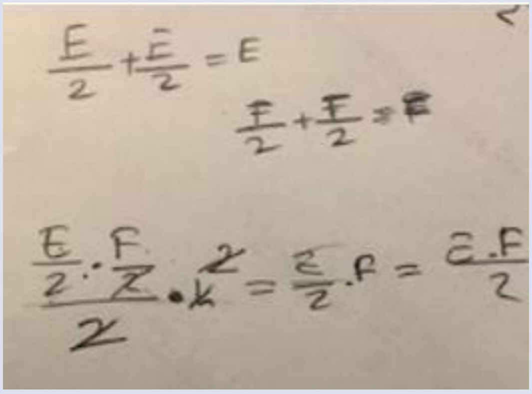
13A: Şimdiye kadar ne yaptık Şule özetler misin?

14Ş: Eşkenar dörtgenin alanı köşegenlerinin çarpımının yarısıymış. ***(Akıl yürütme, Oluşturma)***

Daha sonra notasyonda karışıklık olmaması için araştırmacı Şule'ye h yerine f, E yerine de e yazması gerektiğini söyledi.)



Resim 9. Şule'nin ikinci soruya ilişkin çözümü



Resim 10. Nida'nın ikinci soruya ilişkin çözümü

Şule eşkenar dörtgenin köşegen özellikleri *tanıyarak,* köşegenlerin eşkenar dörtgeni dört eşit üçgene böldüğünü *fark etmiştir.* Öğrencinin köşegen uzunluğunu notasyon ile gösterirken bunu bilinçli olarak yapmadığı hareketlerinden belli olmuştur. Şule'nin köşegenin tamamını mı yoksa yarısını mı h ile gösterdiği ancak araştırmacının sorularıyla ortaya çıkmıştır. Bu durum Şule'nin matematiksel dil kullanımının yetersiz olduğunu göstermektedir. Şule, belirlediği üçgenin alanını h ve E cinsinden yazıp dört ile çarpmış ancak kesirlerle yaptığı yanlış işlemler sonrasında cevabı hatalı bulmuştur. Araştırmacı öğrenciden işlemleri daha açık bir şekilde tekrardan yapmasını istemiştir. Şule'nin tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştirmesine rağmen işlem hatası ve sadeleştirmeyi yanlış yapması nedeniyle doğru sonuca ulaşamadığı görülmüştür (Resim 9).

Nida ile yapılan görüşme beş dakika sürmüştür. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir.

1N: Bir tane köşegen çizdiğimizde iki tane üçgen elde ederiz. Bir tane daha köşegen çizdiğimizde iki tane daha üçgen elde ederiz. Toplam 4 tane dik üçgen elde ederim. Üçgenin formülünden gidersek.. $\frac{a \cdot h}{2}$ *formülünü kullanmamız gerekir. Köşegenlerden hesaplayacağız. O zaman bi tane köşegene h mi diyoruz?* ***(Dolaysızlık, Pekiştirme)***

2A: Tamamına e ve f demiştik ya e ve f diyebilirsin.

3N: Bunları kapattığımızda (diğer üç üçgeni eliyle kapatarak) dik üçgen çıkıyor. Köşegenler birbirini iki eşit parçaya böldüğü için $\frac{e}{2}$ *olur. Diğeri de* $\frac{f}{2}$ *olur.* ***(Tanıma)***

4N: $\frac{\frac{e}{2}\frac{f}{2}}{2} \cdot 4$ *formülümüz oluyor. Bunu hesaplayalım.* ***(İlişkilendirme-Oluşturma)***

(Nida yazdığı formülü araştırmacıdan yardım almadan doğru bir şekilde sadeleştirerek $\frac{\mathrm{e} \cdot \mathrm{f}}{2}$ formülünü elde etmiştir. Resim 10)

5N: Hocam, şu kağıdı keserek de gösterebilirim. (birim kağıtta verilen eşkenar dörtgeni köşegenlerinden keserek dört tane dik üçgen elde etti. Bu üçgenlerin tabanına ve yüksekliğine $\frac{e}{2}$ *ve* $\frac{f}{2}$ *yazıp kare olacak şekilde birleştirdi)*

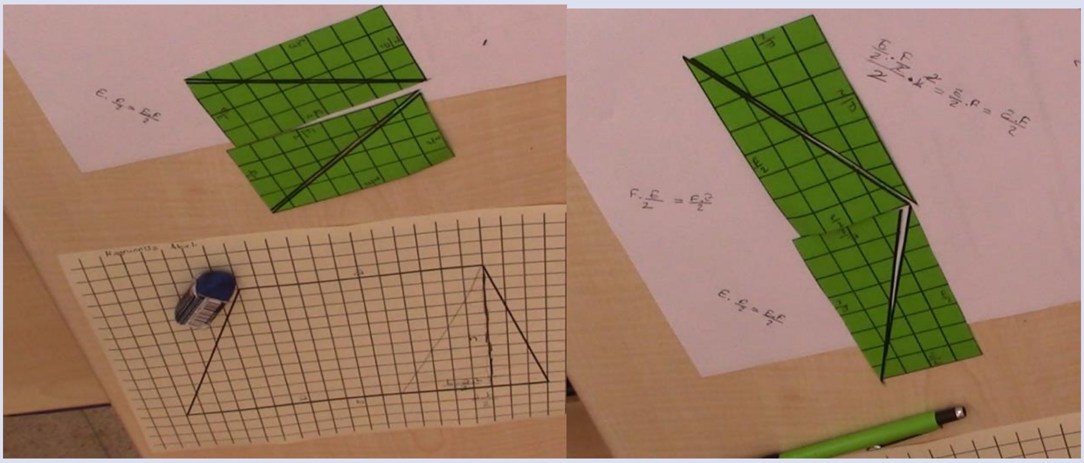
6N: Şurada oluşan dikdörtgenin bir kenarı e olur yani köşegen, diğer kenarı da $\frac{f}{2}$ *elde ediyoruz. Dikdörtgenin alanı da taban x yükseklik olduğundan dolayı* $e \cdot \frac{f}{2} = \frac{ef}{2}$ *elde ederiz (Resim 11).*

7A: Bu kestiğin parçalardan başka hangi şekli oluşturabilirsin?

8N: (denemeler yaparak)Bir de böyle bir dikdörtgen elde ederim (Resim 11).Burada yine bir f elde ettik, burada da bir tane $\frac{e}{2}$ *elde ettik.* $f \cdot \frac{e}{2} = \frac{f \cdot e}{2}$ *oluyor dikdörtgenin alanından dolayı. Yine aynı formülü bulduk. Eşkenar dörtgenin alanını köşegenlerinden yararlanarak bulduk.*

Nida eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerini, köşegenlerin birbirini dik kestiğini ve eşit böldüğünü *tanıyarak* köşegenlerin eşkenar dörtgende dört dik üçgen oluşturduğunu söylemiştir (1N). Nida, köşegen uzunluklarını da araştırmacının yönlendirmesiyle e ve f olarak tanımlayarak üçgenin yüksekliğini ve tabanını köşegenlerle *ilişkilendirmiştir* (4N). Nida'nın bu soruda sadeleştirmeyi tek başına ve doğru bir şekilde yaptığı gözlemlenmiştir. 5N, 6N, 7N'deki ifadelerden de görüldüğü üzere, Nida parçalara ayırdığı eşkenar dörtgeni kolaylıkla alan formülünü bildiği dikdörtgene tamamlayarak alan formülünü *oluşturmuştur.*

Uygulama Grubu öğrencilerinin dördüncü soruyu çok kısa sürede zorluk yaşamadan cevaplandırdıkları görülmüştür. Eşkenar dörtgende köşegen özelliklerini tanımaları ve kullanmaları, alan formülünü oluştururken onlara kolaylık sağlamıştır.



Resim 11. Nida'nın eşkenar dörtgenden dikdörtgen elde etmesine ait görüntü

Karşılaştırma Grubu Öğrencilerinin İkinci Soruya ait Soyutlama Süreci Bulguları ve Yorumları

Mustafa ile yapılan görüşme beş dakika sürmüştür. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir.

1M: Köşegenler dik üçgen oluşturuyor. Üçgenin birinin yüksekliğine x, tabanına da a dersek, bu üçgenin alanı $\frac{x.a}{2}\cdot 4$ *şeklinde yazarız.* ***(Bir geometrik şeklin özelliklerini ifade etme, Tanıma)***

2A: Niye dört ile çarptın?

3M: Dört tane üçgen var çünkü. İkileri sadeleştirirsek $x.a.2$ *kalır.*

Mustafa köşegenlerin eşkenar dörtgeni dört dik üçgene ayırdığını *fark ederek,* bir üçgenin alanından eşkenar dörtgenin alanının bulanabileceğini söylemiş (1M) ancak köşegenleri değişkenlerle ifade ederken köşegenlerin yarısına x ve a dediği için sonuçta formülü $x.a.2$ şeklinde bulmuş ve bu ifadeyi köşegenin tam uzunluğuna dönüştürmeden bu haliyle bırakmıştır (3M).

Seda ile yapılan görüşme yedi dakika sürmüştür. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir.

1A: Köşegenler birbirini eşit keser mi?

2S: Evet. ***(Tanıma)***

3A: Köşegen uzunluklarına e ve f diyelim.

4S: Hocam köşegenleri çizdiğimizde iki tane üçgen oluşuyor.

5A: Bu üçgenin yüksekliği nedir?

6S: $\frac{e}{2}$ *mi?*

7A: Şuradaki üçgenin alanı neye eşittir?

8S: $\frac{\frac{e}{2}.f}{2}$ ***(Problem çözme, Kullanma)***

9S: Diğer üçgende bu üçgenin aynısı olduğu için bu formülü iki ile çarparız. ***(Akıl yürütme, Oluşturma)***

Seda eşkenar dörtgenin alanını bir süre sayısal değerler vererek bulmaya çalışmıştır. Seda'nın kendinden emin olmayan tavırları nedeniyle araştırmacı ona köşegenlerin eşkenar dörtgen içerisinde üçgenler oluşturduğunu görmesini sağlamak için köşegenlerle ilgili bir soru yöneltmiştir (1A). Bu soru üzerine Seda'nın dikkatini üçgenler çekmiş ve köşegen uzunluklarını $\frac{e}{2}$ cinsinden yazarak, üçgenin alan formülünü *kullanmıştır.* Seda, eşkenar dörtgende köşegenin eşkenar dörtgeni iki üçgene ayırmasından dolayı bu formülü iki ile çarpmıştır.

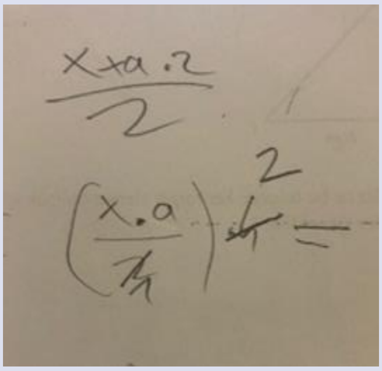
Bengü ile yapılan görüşme altı dakika sürmüştür. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir.

1B: Eşkenar dörtgeni iki üçgene bölerim. Köşegen uzunluklarının tamamına 2e ve 2f desek. Sonra bunları ikiye bölsek çünkü köşegen birbirini eş parçaya bölüyor. $\frac{2f.e}{2}$ *bir üçgenin alanı. Diğerinin alanı da* $\frac{2f.e}{2}$ *dir. İkisini de toplayalım* $\frac{2f.e}{2}+\frac{2f.e}{2}$ *bunları ortak payda yapsak* $\frac{4f+2e}{2}$ *olur.* ***(Akıl yürütme, Oluşturma)***

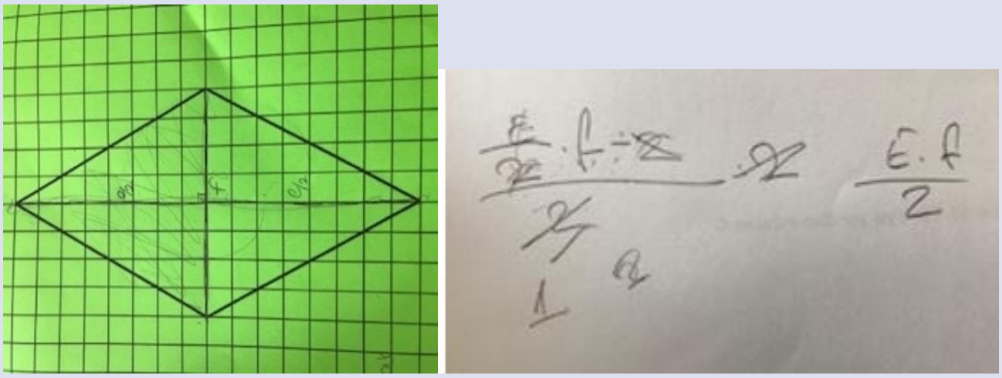
(Araştırmacının yardımlarıyla sadeleştirme işlemini yaptı)

11B: Sonuç 2.e.f olur.

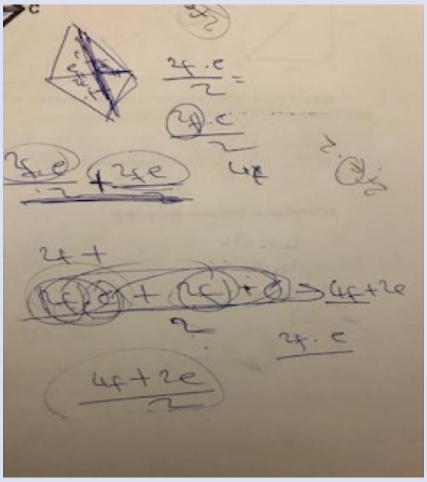
Bengü zorluk yaşamadan eşkenar dörtgenin içinde iki üçgen oluşturarak alanlarını toplamıştır. Ancak yazdığı cebirsel ifadelerde işlem yaparken bazı hatalar yapmıştır. Araştırmacının yardımlarıyla, denklemin sonucunu $2.e.f$ bulmuştur (11B). Bengü'nün cebirsel ifadelerle toplama ve çarpma işlemlerinde eksikliklerinin olduğu görülmüştür.



Resim 12. Mustafa'nın ikinci soruya ilişkin çözümü



Resim 13. Seda’nın ikinci soruya ilişkin çizimi



Resim 14. Bengü’nün ikinci soruya ilişkin çözümü

Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada dörtgenlerde alan formülü oluşturma konusundaki öğrencilerin soyutlama süreçlerinin RBC+C modeline göre analiz edilmesi amaçlanmıştır. Bu başlık altında da Uygulama Grubu ve Karşılaştırma Grubu’ndan seçilen öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen bulgulara ait sonuç ve tartışmaya verilmiştir.

Uygulama Grubu’ndaki öğrencilerle yapılan görüşmelere ait sonuç ve tartışma

Yamuğun alanını farklı bir yoldan oluşturulması istenilen birinci soruda öğrenciler yamuğu alan formülünü bildikleri geometrik şekillere benzeterek hızlı ve kendilerinden emin bir şekilde yamuğun alan formülünü *oluşturmuşlardır.* Böylece farklı yollardan aynı sonuca ulaşmışlardır. Benzer bulguya Sun (2009)’un çalışmasında da rastlanmıştır. Ayrıca üç öğrencinin de kesme-yeniden birleştirme etkinliklerinde alanın değişmediğini söylemeleri alan korunumunu kazandıklarını göstermektedir. Bu sonuç Kamii ve Kysh (2006) ile Tan Şişman ve Aksu (2009, 2016)’nun çalışmalarının sonuçlarıyla farklılık göstermektedir. Bahsedilen çalışmalarda öğrenciler bir şeklin parçalara ayrılıp tekrar birleştiğinde alanının değişeceğini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin bu şekilde düşünmelerinin nedeni olarak alan ölçümünde kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi ve alan ölçme becerilerinin gelişmemesi gösterilmiştir. Yapılan bireysel görüşmelerde dikkat çeken durum, öğrencilerin alan formülünü oluşturmak için bir yöntem belirledikten sonra yamuk ve yeni oluşturdukları şeklin kenar ve yüksekliğini *ilişkilendirmeye* çalışmalarıdır. Bu sayede iki şekil arasında bağlantı kurarak yamuğun alan formülünü *oluşturmuşlardır.* Huang ve Witz (2011) böyle etkinliklerin öğrencilerin geometrik şekiller arasında ilişki kurabilmelerini ve alan formüllerini fark etme, parçalama ve yeniden birleştirme gibi geometrik işlemler ile nasıl oluşturulduğunu görmelerini sağladığını ifade etmiştir.

Eşkenar dörtgenin alanının köşegen uzunluklarından yararlanarak oluşturulması istenen ikinci soruda öğrencilerin eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerini *tanıdıkları* ve bu bilgilerini strateji geliştirirken *kullandıkları* görülmüştür. Öğrencilerin, bu soruda hızlıca ve tereddüt etmeden üçgenlerden yararlanacaklarını söylemeleri ve eşkenar dörtgenin köşegen uzunluğunu üçgenlerin tabanları ve yükseklikleriyle ilişkilendirmeleri, öğretim sürecinde yaptıkları etkinliklerin olumlu sonuçları olarak gösterilebilir. Uygulama süresince RBC+C modelinin epistemik eylemleri çerçevesinde şekillenen öğretim sayesinde öğrenciler, bireysel görüşmelerde bu konudaki bilgi yapılarını *pekiştirerek esneklik* kazanmışlardır. Van de Walle (2010, s. 396) formülleri kendileri oluşturan öğrencilerin kavramlar ve kavramlar arasındaki bağlantıyı kavramsal olarak öğrendikleri için hata yapma olasılıkları düşük olduğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde Prusak, Hershkowitz ve Schwarz (2013)'ın çalışmalarında; alan kavramı konusunda, işbirliğine dayalı öğrenme durumlarının ve çoklu çözüm yollarına sahip soruların öğrencilerin alan kavramını anlamlı şekilde öğrenmesini sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Karşılaştırma Grubu'ndaki öğrencilerle yapılan görüşmelere ait sonuç ve tartışma

Öğrencilerin birinci soruya verdikleri yanıtlar incelendiğinde üçünün de ilk önce sayısal değerler vererek yamuğun alan formülünü oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Sonrasında da bir süre boyunca emin olmayan davranışlar sergileyerek yamuğu farklı geometrik şekillere benzetmeye çalışmışlardır. Küçük alandan büyük alanı çıkartmaya çalışmaları ve Bengü'nün küçük alandan büyük alanı çıkarmaya çalışması bu süreçte bilinçsiz bir şekilde formülü oluşturmaya çalıştığını göstermektedir. Her üç öğrencinin de ilk başta sayısal değerler vererek formül oluşturmaya çalışmaları, Seda'nın iki üçgenin alanından yamuğun alanına geçiş yaparken güçlük yaşaması gibi durumlar öğrencilerin formülleri ezbere kullanmalarının ve bu konudaki kavramsal öğrenme hususunda yetersiz olduklarının göstergesidir. Benzer şekilde Gürefe (2017), Olkun *vd.* (2014) ve Zacharos (2006) çalışmalarında da ilköğretimdeki öğrencilerin alan ölçümünde kullandıkları stratejilerin başında formül uygulamak olduğu fakat formülleri kavramsal olarak anlamlandırmadan kullanmaya çalıştıkları görülmüştür.

Mustafa ve Bengü, ikinci soruda zorluk yaşamadan eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturmuşlardır. Ancak Seda'nın kavramsal olarak düşünme gerektiren alan formülü oluşturma sorularına ilk olarak sayısal değerler vermeyi denemesi işlemsel bilgisini kullandığını göstermektedir. Bu durum Karşılaştırma Grubu'ndaki öğretim etkinliklerinde daha çok işlemsel bilgiyi kullanmayı gerektiren sorular yöneltilmesinin sonucu olarak gösterilebilir. Nitekim Baturo ve Nason (1996)'a göre alan öğretiminde kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi durumunda öğrencilerin matematiksel kavramlara karşı anlamlı bir anlayış geliştirmeleri ve alan problemlerinde esnek düşünceye sahip olmaları zorlaşmaktadır.

Her iki gruptaki öğrenciler cebirsel ifadeleri sadeleştirirken ve cebirsel ifadelerde işlem yaparken güçlük yaşamışlar ancak araştırmacının yardımlarıyla sonuca ulaşabilmişlerdir. Nitekim Sezgin Memnun ve Altun (2012)'un çalışmasında başarılı öğrencilerin bile cebirde harflerin kullanımını algılarken ve cebirsel ifadeleri yorumlarken zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir.

Alan formülünü oluşturma konusunda iki grubun öğrencileri arasında farklılıkların olduğu görülmüştür. Yapılan bireysel görüşmelerde Uygulama Grubu'ndaki öğrenciler eşkenar dörtgen ile yamuğun alan formülünü de alan formülünü bildikleri başka bir geometrik şekle benzeterek farklı yollardan oluşturmuşlardır. Bireysel görüşmelerin uygulama bittikten iki hafta sonra yapılmasına rağmen öğrencilerin uygulama sürecindeki bilgilerini kullanmaları bu bilgilerini kalıcı olarak pekiştirdiklerini göstermektedir.

Karşılaştırma Grubu'ndaki öğrencilerin alan formülü oluşturma sorularında tereddüt yaşamaları ve sayısal değerler vererek formülü oluşturmak istemeleri, kesme-birleştirme etkinliklerinde yetersiz olduklarını göstermektedir. Sonuç olarak her iki grubun soyutlama süreçleri ele alındığında Uygulama Grubu'ndaki öğrenciler *tanıdıkları* bilgileri doğru bir şekilde *kullanarak* yeni bilgi yapılarını *oluştururken,* Karşılaştırma Grubu'ndaki öğrenciler *tanımalarına* rağmen *kullanma* ve *oluşturma* eylemlerini gerçekleştirmede güçlük yaşamışlardır. Bu durumda RBC+C modeline göre hazırlanan etkinliklerle yapılan öğretimin öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinde ve soyutlamanın gerçekleşmesinde daha etkili olduğu söylenebilir.

Öneriler

- Öğrencilerin alan formülünü oluşturma ve işlemsel sorularda sonuca kadar doğru şekilde gelebilmelerine rağmen; sonucu sadeleştirirken ve cebirsel ifadelerde işlem yaparken zorluk yaşadıkları, yanlış veya eksik sonuca ulaştıkları görülmüştür. Öğretmenlerin ders içinde öğrencilerin bu eksikliklerini gidermeye yönelik ek etkinlikler yapması önerilebilir.
- Düşük başarı düzeyine sahip öğrenci ile yapılan bireysel görüşme sonucunda öğrencinin gayet net ve kendinden emin bir tavırla, matematiksel bir dil kullanarak açıklamalarda bulunmasının uygulama sürecinde grup halinde çalışmalarının olumlu bir yansıması olduğu düşünülmektedir. Bu duruma istinaden grup çalışmalarının farklı başarı düzeylerine sahip öğrencilerden oluşmasının orta ve düşük düzeyde olan öğrencilerin yararına olacağı söylenebilir.

Summary

Introduction

Abstraction is the process of creating a new mathematical structure by vertically rearranging previously created mathematical knowledge (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001). Due to the cumulative nature of mathematics, students are expected to understand that a mathematical idea is similar or different from previous thinking. For the realization of abstraction, a relationship should be established between the concepts at the lower level and the newly learned concept according to the student's knowledge (Pesen, 2008, p. 36). RBC+C model is formed by the combination of Recognising, which establishes the relationship between existing knowledge and newly encountered knowledge observable, Building-with, Constructing and Consolidation, which ensures the permanence of knowledge and epistemic actions.

The fact that the abstraction process can be followed with these epistemic actions provides great convenience to the teacher in terms of following the mental processes of the student, recognizing and eliminating the difficulties experienced, and reaching the teaching goal (Yeşildere İmre & Türnüklü, 2016, p. 472). In addition, students' verbal expression of their thoughts in the abstraction process has an important place in the internalization, understanding and structuring of mathematical concepts. The model's comprehensive definition of abstraction by micro-analyzing students' epistemic actions in the process of creating and consolidating knowledge within the framework of the social context shows that this model is an appropriate methodological tool in examining abstraction processes. Therefore, in this study, the epistemic actions of the RBC+C model are used while evaluating the abstraction processes in the creation of the area formulas of the quadrilaterals.

In this study, it is aimed to analyze the formation processes of 7th grade students in creating area formulas in quadrilaterals according to the RBC+C model. In addition, the abstraction processes of the students in the creation of the field formulas were also analyzed according to the RBC+C model. For these purposes, the following questions were examined:

1. How do 7th grade students construction the area formula in quadrilaterals?

1.1 How do the students in the Application Group construction the area formula in quadrilaterals?

1.2 How do the students in the Comparison Group construction the area formula in quadrilaterals?

Method

In this study, case study, which is one of the qualitative research methods, is used. Case studies provide researchers with the opportunity to explain a particular situation in detail (Stake, 2010, p.27). In the selection of the students to be interviewed from the Application Group and Comparison Group, the maximum variation sampling method, one of the purposive sampling methods, is used. Two weeks after applying two different teachings to the groups, individual interviews are conducted with 6 selected students by the researcher. The reason for waiting two weeks for the application is to evaluate the permanence of the knowledge and examine the students' level of consolidation. Since the data obtained in this study will be analyzed according to the recognising, building with, constructing and consolidation actions of the RBC+C model, descriptive analysis is used.

Results and Discussion

As a result of the study, the students in the Application Group have created the area formula of the rhombus and trapezoid in different ways by comparing the area formula to another geometric shape they know. The students in the Comparison Group, on the other hand, were hesitant and wanted to create the formula by giving numerical values, which shows that they were insufficient in cutting-combining activities. Considering the abstraction processes of both groups, while the students in the experimental group correctly *built with* new knowledge structures by using the information they *recognize*, the students in the control group could not perform the actions of *building with* and *constructing* in some questions, despite their *recognition*. In line with these results, it is suggested to organize teaching activities that allow them to make a logical progress and form a meaningful way by avoiding a rote approach in teaching the field subject in quadrilaterals.

Araştırmanın Etik Taahhüt Metni

Yapılan bu çalışmada bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulduğu; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifatın yapılmadığı, karşılaşılacak tüm etik ihlallerde "Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi ve Editörünün" hiçbir sorumluluğunun olmadığı, tüm sorumluluğun Sorumlu Yazara ait olduğu ve bu çalışmanın herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiş olduğu sorumlu yazar tarafından taahhüt edilmiştir.

Kaynaklar

Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi* (Doktora Tezi). Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 263028)

Altaylı Özgül, D., ve Kaplan, A. (2016). 7. Sınıf öğrencilerinin silindirin yüzey alanı konusundaki soyutlama süreçlerinin ve paylaşılan bilgilerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 11*(2), 344-364.

Battista, M. (1982). Understanding area and area formulas. *Mathematics Teacher, 75*(5), 362–368. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/27962957

Baturo, A., and Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics, 31*(3), 235–268. doi:10.1007/BF00376322

Çelebioğlu, B., and Yazgan, Y. (2015). The investigation of fourth graders' construction process of fractional multiplication using RBC+C model. *Procedia Social and Behavioral Sciences,* 197, 316-319. doi:10.1016/j.sbspro.2015.07.143

Demircioğlu, H., ve Polat, K. (2015). Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının sözsüz ispat yöntemine yönelik görüşleri. *International Journal of Social Science,* 41, 233-254.

Dreyfus, T. (2007). *Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model.* Retrieved from http://medicina.iztacala.unam.mx/medicina/dreyfus.pdf

Dreyfus, T., and Tsamir, P. (2004). Ben's consolidaiton of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior, 23*(3), 271-300. doi:10.1016/j.jmathb.2004.06.002

Gürefe, N. (2017). Ortaokul öğrencilerinin alan ölçüm problemlerinde kullandıkları stratejilerin belirlenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 1-22. doi:10.16986/HUJE.2017032703

Hasar, B., ve Üzel, D. (2020). Farklı matematiksel motivasyona düzeylerine sahip 6. sınıf öğrencilerinin tam sayılar alt öğrenme alanındaki bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *14*(1), 810-839. Doi: 10.17522/balikesirnef.694738

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., and Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(2), 195-222. http://dx.doi.org/10.2307/749673

Huang, H. M. E., and Witz, K. G. (2011). Developing children's conceptual understanding of area measurement: A curriculum and teaching experiment. *Learning and Instruction*, *21*(1), 1-13. doi:10.1016/j.learninstruc.2009.09.002

Huang, H. M. E., and Witz, K. G. (2013). Children's conceptions of area measurement and their strategies for solving area measurement problems. *Journal of Curriculum and Teaching, 2*(1), 10-26. doi:10.5430/jct.v2n1p10.

Kabapınar, F. (2003). Kavram yanılgılarının ölçülmesinde kullanılabilecek bir ölçeğin bilgi-kavrama düzeyini ölçmeyi amaçlayan ölçekten farklılıkları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi,* 35, 398-417. http://dergipark.gov.tr/download/article-file/108430 adresinden edinilmiştir.

Kalaycı, Ö., ve Akkaya, R. (2019). Ortaokul öğrencilerinin doğru ve ters orantı bilgisini oluşturma sürecinin RBC+C modeline göre incelenmesi: Bir öğretim deneyi. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19*(4), 1775- 1790. https://dx.doi.org/10.17240/aibuefd.2019..-598172

Kamii, C., and Kysh, J. (2006). The difficulty of "length×width": Is a square the unit of measurement? *Journal of Mathematical Behavior,* 25, 105–115. doi:10.1016/j.jmathb.2006.02.001

Kaplan, A., ve Açıl, E. (2015). Ortaokul 4. Sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 10*(1), 130-153.

Kidman, G., and Cooper, T. (1997). *Area integration rules for grades 4, 6 and 8 students*. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st conference of the international group for the psychology of the mathematics education (PME21) (pp.* 136-143). Lahti Finland.

Kidron, I., and Dreyfus, T. (2008). *Abstraction in context, combining constructions, justification and enlightenment.* In M. Goos, R. Brown & K. Makar (Eds.), *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Australia, 303-309.

Koçak, M., and Soylu, Y. (2017). Analysis of pre-service mathematics teachers' teaching strategy knowledge of geometric formulas. *Universal Journal of Educational Research, 5*(3), 297-315. doi: 10.13189/ujer.2017.050302

Kordaki, M., and Potari, D. (1998). Children's approaches to area measurement through different contexts. *The Journal of Mathematical Behavior*, *17*(3), 303-316. Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/Maria_Kordaki/publication/222306293

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Nitabach, E., and Lehrer, R. (1996). Research into practice: Developing spatial sense through area measurement. *Teaching Children Mathematics, 2* (8), 473–476. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/41198332

Olkun, S., Çelebi, Ö., Fidan. E., Engin., ve Gökgün, C. (2014). Birim kare ve alan formülünün Türk öğrenciler için anlamı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29*(1), 180-195. http://dergipark.gov.tr/download/article-file/87087 adresinden edinilmiştir.

Outhred, L. N., and Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(2), 144-167. doi: 10.2307/749749

Özçakır, B. (2013). *The effects of mathematics instruction supported by dynamic geometry activities on seventh grade students achievement in area of quadrilaterals* (Yükseklisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 345124)

Özçakır Sümen, Ö. (2019). Primary school students' abstraction levels of whole-half-quarter concepts according to RBC theory. Journal on Mathematics Education, 10(2), 251-264.

Pesen, C. (2008). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşıma göre matematik öğretimi.* Ankara: Sempati Yayınları.

Polat, K., and Demircioğlu, H. (2021). Contextual analysis of proofs without Word skills of pre-service secondary mathematics teachers: Sum of integers from 1 to n case. *Adıyaman University Journal of Educational Science, 11*(2), 93-106.

Prusak, N., Hershkowitz, R., and Schwarz, B. B. (2013). Conceptual learning in a principled design problem solving environment. *Research in Mathematics Education*, *15* (3), 266-285. doi: 10.1080/14794802.2013.836379

Recnick, L.B. (2010). Nested learning systems for the thinking curriculum. *Educational Researcher, 39*(3), 183-197.

Sezgin Memnun D., ve Altun, M. (2012). İki altıncı sınıf öğrencisinin doğru denklemini oluşturma sürecinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 6*(1), 171-200. http://dergipark.gov.tr/download/article-file/39848 adresinden edinilmiştir.

Sezgin Memnun, D., Aydın, B., Özbilen, Ö., and Erdoğan,G. (2017). The abstraction process of limit knowledge. *Educational Sciences: Theory & Practice, 17*, 345-371. http://dx.doi.org/10.12738/estp.2017.2.0404

Stake, E. R. (2010). *Qualitative research: Studying how things work.* New York: The Guilford Press.

Stephan, M., and Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. In D. H. Clements and G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement, 65th Yearbook* (*pp.* 3–16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Sun, X. (2009). *Renew the Proving Experiences: An experiment for enhancement of a trapezoid area formula proof constructions of student teachers by "One problem multiple solutions".* In: F.-L. Lin, F.-J. Hsieh, G. Hanna and M. de Villers (Eds.), *Proceedings of the International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education,* Taipei Taiwan, 2, 178–183.

Tan Şişman, G., ve Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *İlköğretim Online, 8*(1), 243-253. http://ilkogretim-online.org.tr adresinden edinilmiştir.

Tan Şişman, G., and Aksu, M. (2016). A Study on Sixth Grade Students' Misconceptions and Errors in Spatial Measurement: Length, Area, and Volume. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*(7), 1293–1319. doi: 10.1007/s10763-015-9642-5

Tumova, V. (2017). *What influences grade 6 to 9 pupils' success in solving conceptual tasks on area and volume*. In Dooley, T., and Gueudet, G. (Eds.), *Proceedings of the10th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10),* Dublin, Ireland, (*pp*. 669-676).

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., and Bay Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally.* 7th Edition. Boston, MA: Allyn & Bacon.

Yeşildere İmre, S., ve Türnüklü, E. (2016). RBC soyutlama teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde (1. Baskı, *ss.* 459-473). Ankara: Pegem Akademi.

Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas. *The Journal of Mathematical Behavior, 25*(3), 224-239. doi:10.1016/j.jmathb.2006.09.003