

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Temel Cebir Kavramlarına İlişkin Öğrenci Bilgisi

Pınar Yıldız¹

İ. Elif Yetkin Özdemir²

Type/Tür:

Research/Araştırma

Received/Geliş Tarihi:

September 9/ 9 Eylül 2019

Accepted/Kabul Tarihi:

April 7/ 7 Nisan 2020

Page numbers/Sayfa No: 448-467

Corresponding

Author/İletişimden Sorumlu

Yazar: pinar_akdal@hotmail.com



This paper was checked for plagiarism using iThenticate during the preview process and before publication. / Bu çalışma ön inceleme sürecinde ve yayımlanmadan önce iThenticate yazılımı ile taranmıştır.

Copyright © 2017 by

Cumhuriyet University, Faculty of Education. All rights reserved.

Öz

Bu araştırmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin değişken, cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklem kavramlarına ilişkin öğrenci bilgisini incelemektir. Araştırmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Araştırmaya bir devlet okulunda görev yapan üç ortaokul matematik öğretmeni katılmıştır. Katılımcılar amaçlı örneklem yöntemi ile belirlenmiştir. Araştırmanın katılımcılarından Ayla, Hale ve Emre sırasıyla 2, 3 ve 8 yıllık mesleki deneyime sahiptir. Veriler, sınıf içi gözlemler ve öğretmenlerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Bu sürecin ilk aşamasında veri toplama araçları (görüşme formları) geliştirilmiştir. Ayrıca katılımcılar belirlenerek ön görüşmeler yapılmıştır. İkinci aşamada ise dersler gözlenmiş ve ders gözlemleri sonrası görüşme formları düzenlenmiştir. Görüşme formlarında yapılan düzenlemeler sonrası bir öğretmen ile pilot uygulama yapılmıştır. Sonrasında görüşme formları düzenlenerek son şekli oluşturulmuş ve öğretmenlerle bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırma kapsamında elde edilen veriler öğretmenlerin değişken, cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklem konularına ilişkin öğrenci bilgilerini derinlemesine incelemek için betimsel analiz yoluyla analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda öğretmenlerin değişken, cebirsel ifade, eşitlik ve denklem kavramlarına ilişkin olası öğrenci düşünceleri, zorlukları ve hataları hakkında bilgi sahibi oldukları; ancak bunların kaynağına yönelik sınırlı bilgiye sahip oldukları belirlenmiştir. Öğretmenler öğrencilerin bu düşüncelerine yönelik derinlemesine bir analiz yapamamışlardır. Ayrıca, öğretmenler olası öğrenci düşünceleri ve hataları hakkında bilgi sahibi olmalarına rağmen derslerini yapılandırırken bu bilgilerini kullanmamışlardır.

Anahtar Kelimeler: Ortaokul matematik öğretmenleri, cebir, temel cebir kavramları, pedagojik alan bilgisi, öğrenci bilgisi.

Suggested APA Citation/Önerilen APA Atıf Biçimi:

Yıldız, P., & Özdemir, E. Y. (2017). Ortaokul matematik öğretmenlerinin temel cebir kavramlarına ilişkin öğrenci bilgisi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 9(2), 448-467. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.617593>

*Bu çalışma, Pınar Yıldız'ın Doç. Dr. İ. Elif Yetkin Özdemir'in danışmanlığında yürütmüş olduğu doktora tezinden üretilmiştir.

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Çanakkale/Türkiye
Asst. Prof. Dr., Çanakkale Onsekiz Mart University, Department of Mathematics and Science Education, Çanakkale/Turkey
e-mail: pinar_akdal@gmail.com ORCID ID: orcid.org/0000-0002-6729-7721

² Doç. Dr., Hacettepe Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Ankara/Türkiye
Assoc. Prof. Dr., Hacettepe University, Department of Mathematics and Science Education, Ankara/Turkey
e-mail: elif.yetkin.ozdemir@gmail.com ORCID ID: orcid.org/0000-0001-8784-0317

Middle School Mathematics Teachers' Knowledge of Students About Basic Algebra Concepts

Abstract

The purpose of this study is to examine the middle school mathematics teachers' knowledge of students about variable, algebraic expressions, equality and equation concepts. A case study design was used in the research. Three middle school mathematics teachers working in public middle schools participated in the study. Participants were determined by purposeful sampling method. The participants of the study, Ayla, Hale and Emre, have 2, 3 and 8 years of professional experience. Data were collected through classroom observations and semi-structured interviews. In the first phase of this process data collection tools (interview forms) were developed. In addition, the participants were determined and preliminary interviews were conducted. In the second stage courses were observed, interview forms were finalized and individual interviews were conducted with teachers. The data obtained from the research were analyzed by descriptive analysis in order to examine teachers' knowledge of students about variable, algebraic expressions, equality and equation subjects in detail. At the end of the research, the teachers have knowledge about possible student thoughts, difficulties and errors related to the concepts of variable, algebraic expression, equality and equation; however, it is determined that they have limited knowledge about the cause. Teachers could not make an in-depth analysis of these thoughts of the students. In addition, although teachers had knowledge about possible students' thoughts and mistakes, they did not use their knowledge when structuring their lessons.

Keywords: Middle schools mathematics teachers, algebra, basic algebra concepts, pedagogical content knowledge, knowledge of students.

Giriş

Öğretmenlerin öğretecekleri konuya ilişkin bilgisi öğrenci başarısı için en önemli belirleyicidir (Fennema, Sowder ve Carpenter, 1999; Shulman, 1986, 1987; Tchoshanov, Cruz, Huereca, Shakirova, Shakirova ve Ibragimova, 2017). Shulman (1986) öğretmen bilgisini üç temel bilgi alanı kapsamında açıklamıştır. Bu bilgi alanları alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve program bilgisidir. Ball, Thames ve Phelps (2008) Shulman'ın modelinden yola çıkarak öğretmen bilgisini matematik alanı için özelleştirdikleri bir kavramsal çerçeve sunmuşlardır. Bu kavramsal çerçevede alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi öğretmenlerin matematik öğretmek için gerekli olan temel bilgi alanları olarak tanımlanmıştır. Ball ve meslektaşları (2008) alan bilgisini öğretim bilgisi gerektirmeyen salt matematik bilgisi olarak tanımlamışlardır. Pedagojik alan bilgisini ise konu alanının nasıl öğretileceğine ilişkin sahip olunması gereken bilgi olarak tanımlamışlardır. Alan bilgisini genel alan bilgisi, özel alan bilgisi ve yatay alan bilgisi; pedagojik alan bilgisini ise alana ilişkin öğrenci bilgisi, alan ve öğretim bilgisi ve program bilgisi olarak üç alt bilgi türüne ayırmışlardır (Ball, Hill ve Bass, 2005; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Hill, Ball ve Schilling, 2008).

Öğrencilerin matematiksel bilgileri doğru olarak öğrenebilmeleri için öncelikle öğretmenlerin öğreteceği konuya ilişkin derin bir matematik bilgisine sahip olmaları gerekmektedir. (An, Kulm ve Wu, 2004; Ball, 1990; Charalambous, Hill, Chin ve McGinn, 2018; Copur-Gençtürk, 2015; Meyer, 2016; Rizvi ve Lawson, 2007) Alan bilgisi matematik öğretimi için temel bir unsur olup, kaliteli matematik

öğretiminde tek başına yeterli değildir (Ball, 1990). Öğretmenler aynı zamanda konunun nasıl öğretileceğini de bilmelidirler (Lee, 2011). Pedagojik alan bilgisinin öncelikli bir bileşeni olarak tanımlanan alana ilişkin öğrenci bilgisi (Shulman, 1986, 1987), öğrencilerin belirli bir matematik konusuna özgü düşünme yollarını, kavram yanlışlarını, hatalarını ve bu hatalarının nedenlerini bilmeyi içeren bilgidir. Örneğin, eşitlik kavramını öğrenme sürecinde en çok ortaya çıkabilecek öğrenci hatalarını ve kavram yanlışlarını bilme alan ve öğrenci bilgisi kapsamındadır (Vermeulen ve Meyer, 2017). Alana ilişkin öğrenci bilgisi Shulman'ın (1986) pedagojik alan bilgisi tanımındaki "öğrencilerin öğrenme ortamına getirdikleri kavram, ön kavram ve kavram yanlışlarını bilmeyi içerir" (s.9) ifadesine karşılık gelmektedir.

Pedagojik alan bilgisinin öğrenci bilgisi bileşeni etkili bir matematik öğretim sürecinin planlanmasında ve yürütülmesinde oldukça önemlidir. Öğretmenlerin anlamlı bir matematik öğretimi gerçekleştirebilmesi için ilgili konudaki öğrenci zorlukları ve hataları hakkında bilgi sahibi olmaları gerekmektedir (Gökkurt, Şahin, Soylu ve Soylu; 2016; Hill, Ball ve Schilling, 2008; Tanışlı, 2013). İlgili alanyazın incelendiğinde araştırmalar, öğretmenlerin belirli bir matematik konusuna ilişkin öğrenci bilgisinin öğretim uygulamalarını ve dolayısıyla öğrenci öğrenmesini etkilediğini belirtmektedirler (Lee, 2011; Stephens, 2006, 2008; Tirosh, Even ve Robinson, 1998). Öğrenci bilgisi, özellikle öğrencilerin zorlandıkları bir konu olan cebirin etkili öğretimi için önemli bir etkidir (Asquith, Stephens, Knuth ve Alibali, 2007; Kutluk, 2011).

Araştırmalar birçok öğrencinin cebir konularını öğrenme sürecinde zorlandıklarını, hatalar yaptıklarını ve kavram yanlışlığı oluşturduklarını göstermektedir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Dede ve Argün, 2003; Weinberg, Dresen ve Slater, 2016). Bu zorluklar, öğrencilerin değişken ve eşitlik kavramlarına ilişkin öğrenmeleri ile ilişkilidir. Öğrenciler bu kavramlara ilişkin öğrenmeleri sonucunda ise cebirsel ifade ve denklem kavramlarını anlamlandırmaktadırlar (Booth, 1988; Dede, 2005; Kieran, 1981; Kuchemann, 1978, MacGregor ve Stacey, 1997; Usiskin, 1999).

Değişken "bir veya daha fazla sayıyı belirtmek için kullanılan harf sembolleri" olarak tanımlanmaktadır (Herscovics ve Linchevski, 1994, s.33). En temelde değişkenin bilinmeyen $5x - 9 = 91$, değişken nicelikler $y - 9x = 2$ ve genelleştirilmiş sayı $a + b = b + a$ olarak kullanımları mevcuttur (Philipp, 1992). Öğrenciler değişkenin farklı anlamlarını kavramakta da zorlanmaktadır. Değişkenin denklemlerde olduğu gibi sadece bilinmeyen olabileceğini düşünmektedirler. Genelleştirilmiş sayı olarak kullanıldığı durumları kavramakta zorlanmaktadır (Booth, 1988; Brizuela, 2016; Kuchemann, 1978). Bu durumla ilişkili olarak, değişkenlerin genelleştirilmiş bir sayı olarak kullanıldığı $x + 2 + 2 + x$ eşitliğini x 'in tek bir değer alacağını düşünerek çözmeye çalışmaktadırlar (Akgün ve Özdemir, 2006). Cebir öğretiminde değişken kavramının farklı anlamları arasında ilişkilendirme yapılması önemlidir (Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg ve Stephens, 2005; Stacey ve MacGregor, 1997).

Cebirsel ifade ise en az bir bilinmeyen ve işlem içeren ifadeler olarak tanımlanmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013). Öğrenciler cebirsel ifadelerde cebirsel ifadedeki terimleri birleştirme veya sonlandırma eğilimi göstermektedirler (Booth, 1988). Cebirsel ifadeleri tamamlanmamış olarak düşündükleri için $5x + 8$

cebirsal ifadesini $13x$ şeklinde birleştirmektedirler. $3x + 2$ şeklindeki cebirsal ifadenin bir süreci (x 'i 3 ile çarp ve 2 ekle) ve aynı zamanda bir sonucu (x 'in 3 katından 2 fazla bir sayı) gösterdiğini kabul etmemektedirler. $3x + 2$ cebirsal ifadesinin $5x$ cebirsal ifadesine eşit olduğunu düşünmektedirler (Tirosch, Even ve Robinson, 1998). Çoğu öğrenci cebirsal ifade şeklindeki bir gösterimi kavramakta zorlanmaktadır (Booth, 1988). Örneğin, $3a$ veya $a + 3$ şeklindeki cebirsal gösterimi anlamlandıramamakta ve cebirsal ifadede eşit işareti ile bir sayı yazılması gerektiğini düşünmektedirler (Kieran, 1981). Öğretim sürecinde cebirsal ifadenin yapısal özelliğine karşılık gelen anlamları içeren durumların da ön plana çıkarılması önerilmektedir. Öğrenciler $3a$ şeklindeki bir cebirsal ifadenin *bir sayının 3 katını* temsil ettiğini bilmelidirler. Öğrenciler tarafından bu durumun anlaşılması farklı öğrenme zorluklarına yol açmaktadır (Herscovics ve Linchevski, 1994).

Öğrenciler eşittir işaretini ilişkisel bir sembol olarak düşünmemektedir. Eşittir işaretinin bir eylemi gösteren işlemsel bir sembol olduğunu düşünmektedirler. Eşittir işaretini eşitliğin her iki tarafının niceliksel olarak aynı olduğu ve çift yönlü bir eşitliği belirten ilişkisel bir sembol olarak değil, cevabı yazmak olarak yorumlamaktadırlar (Baroody ve Ginsburg, 1983; Kieran, 1981; Vermeulen ve Meyer, 2017; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Öğrencilerin denklem kavramını öğrenebilmeleri için eşittir işaretinin ilişkisel anlamını anlamaları gerekmektedir. Eşitlik ve denklem kavramlarının öğretiminde eşitliğin her iki tarafının niceliksel olarak aynı olduğu ve çift yönlü bir eşitliği belirten ilişkisel bir sembol olarak yorumlanmasını içeren öğretim durumlarına yer verilmesi önemlidir. Öğrenciler denklem kavramını eşitlik kavramı ile ilişkilendirerek anlamlandırırılar. Bu sebeple öğretim sürecinde eşit işaretinin çift yönlü bir eşitliği ifade ettiği vurgulanmalıdır (Kieran, 1981; Knuth vd., 2005).

Araştırmanın Amacı

Öğretmenlerin öğretecekleri konu hakkındaki öğrenci bilgisi etkili bir matematik öğretiminin tasarlanmasında önemli bir bilgi türü olarak alan yazında yer almaktadır. Öğretmenlerin öğretecekleri konuya yönelik olası öğrenci düşüncelerini, hata ve zorluklarını bilmeden; bunları önlemeye ve gidermeye yönelik bir öğretimi tasarlamaları mümkün olmayacaktır. Öğretmenler yeterli düzeyde alan bilgisine sahip olsalar da öğretimi düzenlemede alan bilgisi tek başına yeterli olmamaktadır. Öğretmenlerin öğrencilerin olası düşüncelerini dikkate alarak etkili stratejiler geliştirmeleri gerekmektedir (Gökkurt vd., 2016; Hill, Ball ve Schilling, 2008). Bu ise öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerinin önemli bir göstergesidir. Öğretmenlerin cebir öğretimine ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelendiği çalışmalar da benzer şekilde öğrenci bilgisinin öğretim sürecini düzenlemede belirleyici olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin temel cebir kavramlarına ilişkin yaşadıkları zorluklar dikkate alındığında, öğretmenlerin cebir öğretimi kapsamında alana ilişkin öğrenci bilgilerinin incelenmesi önemli ve gereklidir.

İlgili alan yazın incelendiğinde, öğretmenlerin cebir öğretimine ilişkin alan bilgilerinin anket veya görüşme yoluyla toplanan veriler ile incelendiği çalışmaların çoğunlukta olduğu görülmektedir (Attorps, 2003; Black, 2007; Stephens, 2006, 2008; Stump ve Bishop, 2002). Bu çalışmaların çoğunda ise öğretmen bilgisi öğretim sürecinden ayrı ele alınmıştır. Bu kapsamda, bu çalışmada ortaokul matematik

öğretmenlerinin cebir öğrenmeye temel teşkil eden değişken, cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklem kavramlarına ilişkin öğrenci bilgisinin sınıf uygulamaları da gözetilerek incelenmesi amaçlanmıştır.

Yöntem

Ortaokul matematik öğretmenlerinin cebir öğretimine ilişkin öğrenci bilgilerinin incelendiği bu çalışma nitel araştırma kapsamında yapılandırılmıştır. Öğretmenlerin matematik öğretim bilgilerinin bir bileşeni olarak öğrenci bilgilerinin, öğretim süreci de gözetilerek incelenmesi önemlidir. Nitel araştırmalar araştırılacak konunun bağlamına odaklanır ve bağlama ilişkin zengin bilgiler sunar (Creswell, 2007; Denzin ve Lincoln, 2000; Yin, 2009). Bu sebeple bu çalışmada, nitel araştırma yöntemi desenlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması, araştırma konusunu farklı yönleriyle derinlemesine anlamayı amaçlayan bir araştırma desendir. Durum çalışmasında temel amaç ele alınan durumu bağlamsal olarak anlamaya çalışmaktır (Merriam, 2009). Bu çalışmada ele alınan durum, öğretmenlerin cebir öğretimine ilişkin öğrenci bilgileridir.

Çalışma Grubu

Araştırma İç Anadolu Bölgesinde bir ilde Millî Eğitim Bakanlığı'na bağlı ortaokullarda görev yapan üç ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Katılımcıların belirlenmesinde, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Araştırma verileri altıncı sınıf düzeyindeki şubelerden toplanacağı için öncelikle altıncı sınıf düzeyinde matematik derslerini yürüten öğretmenler belirlenmiştir. Öğretmenlerin belirlenmesinde araştırmaya katılmaya gönüllü olmaları esas alınmıştır. Araştırmaya katılmaya istekli öğretmenler ile yapılan ön görüşmeler sonrasında fikirlerini rahatça paylaşabilen, sınıf ortamında gözlenmekten rahatsızlık duymayan öğretmenler belirlenmiştir. Belirlenen öğretmenler ile yapılan ikinci görüşmede ise öğretmenlerin gözlemlenecek derslerinin çakışmaması esas alınarak üç öğretmen çalışmaya dâhil edilmiştir.

Araştırmacının katılımcılarından Hale ve Emre öğretmen aynı okulda görev yapmaktadır. Hale öğretmen üç ve Emre öğretmen sekiz yıllık mesleki deneyime sahiptir. Hale öğretmen mesleğinin ilk yılında İç Anadolu Bölgesinde yer alan bir köy okulunda görev yapmıştır. İki yıldır aynı okulda görev yapmaktadır. Emre öğretmen ise meslek hayatına başladığı okulda görevine devam etmektedir. Son katılımcı Ayla öğretmen, iki yıllık mesleki deneyime sahip olup iki yıldır aynı okulda görev yapmaktadır. Katılımcı öğretmenler İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programından mezundur. Ayla öğretmen bir köy okulunda, Hale ve Emre öğretmen ise il merkezinde bir okulda görev yapmaktadır.

Veri Toplama Araçları

Veriler görüşme ve gözlem yoluyla toplanmıştır. Bu sürecin ilk aşamasında (hazırlık aşaması) veri toplama araçları (görüşme formları) geliştirilmiştir. Ayrıca katılımcılar belirlenerek ön görüşmeler yapılmıştır. İkinci aşamada (uygulama aşaması) ise dersler gözlenmiş ve ders gözlemleri sonrası görüşme formları düzenlenmiştir. Görüşme formlarında yapılan düzenlemeler sonrası ise bir öğretmen ile görüşme formlarının pilot uygulaması yapılmıştır. Sonrasında görüşme formları düzenlenerek son şekli oluşturulmuş ve öğretmenlerle bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Ders gözlemleri. Bu araştırmada ders gözlemlerinin temel amacı öğretim sürecindeki uygulamalar kapsamında öğretmenlerin öğrenci bilgilerini bütüncül ve detaylı olarak incelemektir. Her bir öğretmenin altıncı sınıf düzeyinde örüntüler ve ilişkiler (iki ders saati), cebirsel ifadeler (iki ders saati), eşitlik ve denklem (altı ders saati) konularını işledikleri dersler toplam 10 ders saati gözlenmiştir. Ders gözlem sürecinde öğretmenlerin ilgili konuya ilişkin olası öğrenci düşünceleri, zorlukları, hataları, kavram yanlışlarına ve bunların nedenleri hakkındaki bilgisini belirlemeye yönelik alan notları oluşturulmuştur. Gözlenen dersler video kayıt cihazı ile kaydedilmiştir.

Görüşmeler. Öğretmenlerle I. (ön görüşme), II. görüşme ve III. görüşme olmak üzere toplam üç yarı yapılandırılmış görüşme gerçekleştirilmiştir. II. ve III. görüşme öğretim sürecini etkilememek için ders gözlemlerinden sonra gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir.

I. Görüşme. Bu görüşmede öğretmenleri yakından tanımaya yönelik veri toplanmıştır. Öğretmenlere mesleki deneyimleri, görev yaptıkları okul ortamları, mesleğe yönelik tutumları, üniversitede almış oldukları eğitim, bir matematik öğretmenin özellikleri/yeterlikleri hakkındaki görüşleri vb. sorular yöneltilmiştir. Ayrıca bu görüşmede tanışma ve araştırmacı ile katılımcılar arasında bir güven ortamı oluşturulması hedeflenmiştir.

II. Görüşme. Bu görüşmede, yarı yapılandırılmış görüşme soruları ile öğretmenlerin cebir öğretimine ilişkin öğrenci bilgilerini açığa çıkarmaya yönelik veri toplanmıştır. Aşağıda bu kapsamda hazırlanan görüşme sorularından örnekler sunulmuştur.

- Değişken/cebirsel ifadeler/eşitlik ve denklem konusunu anlamak (matematik öğrenme süreci açısından) neden önemlidir?
- Öğrencilerin bu konuyu anlayabilmesi için hangi matematik konularını ve kavramlarını bilmeleri gerekir? Ön bilgileri neler olmalıdır?
- Öğrencilerin bu konudaki olası düşünceleri, yaşadıkları zorluklar ve geliştirdikleri kavram yanlışları neler olabilir?

III. Görüşme. Son görüşmede öğretim senaryoları kullanılarak öğretmenlerin öğrenci bilgileri hakkında daha detaylı bilgi edinilmesi amaçlanmıştır. Öğretim senaryoları, ilgili alan yazın incelenerek (Asquith, Stephens, Knuth ve Alibali, 2007; Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Booth, 1988; Kieran, 1981; Knuth vd., 2005; Kuchemann, 1978; Usiskin, 1999) oluşturulmuştur. Aşağıda her bir kavrama ilişkin kullanılan üç öğretim senaryosu örnek olarak sunulmuştur.

1. Öğretim senaryosu: Altıncı sınıf matematik öğretmeni Mehmet öğretmen öğrencilerine aşağıdaki soruları sormuştur.
 - n bir doğal sayı ise $3n$ ve $n + 6$ ifadelerinden hangisi daha büyüktür?
 - a , b 'den küçük bir doğal sayı ve $a + b = 10$ ise $a = ?$
 - a. Mehmet öğretmen bu soruları hangi amaçla sormuş olabilir?
 - b. Öğrencilerin bu soruları cevaplarken yapabilecekleri hatalar neler olabilir?
 - c. Öğrencilerin bu hatalarının nedenleri neler olabilir?
2. Öğretim senaryosu: Verilen şeklin bazı bölümleri gizlenmiştir. Her bir kenarının uzunluğu "5 br" ve kenar sayısı "n" olan bu şeklin çevresinin uzunluğu nedir?



Ezgi Öğretmen: Yunus bu soru için ne düşünüyorsun?

Yunus: Kenar uzunluğu ile kenar sayısını çarpmamız gerekir öğretmenim.

Ezgi Öğretmen: Evet...

Yunus: 5 ile n'yi çarpmamız gerekir.

Ezgi Öğretmen: Güzel.

Yunus: O zaman $5n$ yazabiliriz ama siz cevabı istiyorsunuz.

Ezgi Öğretmen: $5n$ 'yi cevap olarak kabul edemez miyiz?

Yunus: Hayır! n'yi bilmedikçe cevabı bulamayız.

a. Yunus'un açıklamalarını nasıl değerlendirirsiniz?

b. Yunus neden böyle bir açıklama yapmış olabilir?

3. Öğretim senaryosu: Altıncı sınıf matematik öğretmeni Elif öğretmen eşitlik ve denklem konusuna geçişte öğrencilerine aşağıdaki soruyu sormuştur.

$8 + 4 = \blacksquare + 5$ ifadesinde \blacksquare yerine hangi sayı gelmelidir?

a. Elif öğretmen bu soruyu hangi amaçla sormuş olabilir?

b. Öğrencilerin bu soruyu cevaplarken yapabilecekleri hatalar neler olabilir?

c. Öğrencilerin bu hatalarının nedenleri neler olabilir?

Görüşmede, öğretmenlere yöneltilen öğretim senaryoları öğretmenlerin gözlemlenen derslerinde karşılaşılan benzer durumlar ile de ilişkilendirilmiştir. Bu sayede öğretmenlerin kendi öğretim süreçlerinden yola çıkarak da yöneltilen soruları cevaplandırmaları amaçlanmıştır. Öğretmenlere verilen senaryolardan sonra "Siz kendi derslerinizde bu tür durumlarla karşılaşıyor musunuz? Bu tür durumlarda nasıl bir yol izliyorsunuz?" gibi sorular yöneltilerek öğretim senaryolarını kendi ders süreçleri ile ilişkilendirerek yanıtlamaları sağlanmaya çalışılmıştır. Bu yaklaşım, öğretmenlerin soruları daha derinlemesine yanıtlamalarına katkı sağlamıştır.

Verilerin Analizi

Verilerin analizindeki temel amaç ortaokul matematik öğretmenlerinin temel cebir kavramlarına ilişkin öğrenci bilgilerinin incelenmesi, açıklanması ve yorumlanmasıdır. Bu kapsamda araştırma verileri alana ilişkin öğrenci bilgisi alt boyutlarına (Ball, Thames ve Phelps, 2008) göre analiz edilmiştir. Veri analizi sürecinde temel alınan öğrenci bilgisi alt boyutları: (i) Belirli bir matematiksel konuya ilişkin olası öğrenci düşüncelerini, zorluklarını, hatalarını ve kavram yanılgılarını bilme (ii) Belirli bir matematiksel konuya ilişkin olası öğrenci düşüncelerinin, zorluklarının, hatalarının ve kavram yanılgılarını nedenlerini bilme şeklindedir.

Araştırma kapsamında elde edilen veriler öğretmenlerin değişken, cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklem konularına ilişkin öğrenci bilgilerini derinlemesine ve bütüncül olarak ortaya koymak için betimsel analiz yoluyla analiz edilmiştir. Betimsel analizde bulgular yorumlanarak okuyucuya sunulur. Betimleme sürecinde araştırma verilerinin anlamlı olabilmesi için yeterli betimlemeye ek olarak doğrudan alıntılara yer verilir (Creswell, 2007; Patton, 2002).

Analiz sürecinde ilk olarak gözlem (örn. öğretmenin derste yaptığı açıklamalar, kullandığı örnek ve materyaller, öğrenci-öğretmen diyalogları vb.) ve görüşme verileri (örn. öğretmenin senaryo sorularına verdiği cevaplar) düzenlenmiş, video ve ses kayıtları çözümlenmiştir. Çözümlemeler bir araya getirilerek her bir öğretmene ilişkin veri seti oluşturulmuştur. Kavramlar kapsamında sınıflandırılan gözlem ve görüşme çözümlenmeleri, öğrenci bilgisi alt boyutlarına göre kodlanmıştır. Veri analizinin son aşamasında ise sınıflandırılan ve kodlanan veriler tanımlanarak yorumlanmıştır. Tanımlama sürecinde görüşme ve gözlem verilerinden doğrudan alıntılar yapılarak veri analizine ilişkin kanıtlar sunulmuştur. Sonrasında öğretmenlerin alan bilgilerine yönelik doğrudan alıntılarla sunulan veriler yorumlanarak birbirleriyle ilişkilendirilmiştir.

Geçerlik ve Güvenirlik

Bu araştırmanın geçerlik ve güvenirliliğinin sağlanmasında (i) inandırıcılık (iç geçerlik), (ii) transfer edilebilirlik (dış geçerlik) ve (iii) güvenirlilik ölçütleri (Merriam, 2009) temel alınmıştır.

Inandırıcılık (iç geçerlik) araştırma bulgularının dış dünyadaki gerçekliğe uyumluluğu ile ilgilidir. Örneğin, bulgular gerçekten var olan durumu açıklıyor mu? sorusu inandırıcılıkla ilişkilidir (Merriam, 2009). Araştırma iç geçerliğini sağlamak amacıyla, (i) veri toplamada çoklu yöntemin kullanılması, (ii) katılımcılarla uzun süreli birliktelik ve gözlem ve (iii) katılımcı doğrulaması yöntemleri kullanılmıştır. Öğretmenlerin öğrenci bilgisine ilişkin gözlem aracılığıyla elde edilen veriler görüşmeden elde edilen verilerle detaylandırılmıştır. Veri toplama süreci 15 haftada tamamlanmıştır. Öğretmenlerle gerçekleştirilen bu uzun süreli birliktelik araştırma verilerinin inandırıcılığını artırmada önemli bir rol oynamıştır. Veri toplama ve veri analiz sürecinde gerçekleştirilen katılımcı doğrulamasında ise ders gözlemlerine ilişkin araştırmacının yaptığı yorumlara ilişkin öğretmenlerin görüşleri alınmıştır.

Nitel araştırmalarda transfer edilebilirlik (dış geçerlik) araştırma sonuçlarının başka durumlara ne ölçüde uygulanabileceği ile ilgilidir. Okuyucuların kendi durumları ile araştırılan ortamın birbirleriyle ne derece örtüştüğünü görebilmelerini sağlamak ve böylelikle araştırma bulgularının farklı durumlara nakledilebilirlik derecesini görmek amacıyla detaylı tanımlama yapılır (Merriam, 2009). Araştırmanın dış geçerliğini sağlamak için, araştırmanın veri toplama sürecindeki işlemler detaylı olarak tanımlanmıştır.

Nitel araştırmalarda güvenirlilik ulaşılan sonuçların toplanan verilerle ne kadar tutarlı olduğudur. Güvenirlilik aynı zamanda araştırmayı inceleyen diğer kişilerin araştırma bulgularını araştırma verileri ile tutarlı bulmasını ifade eder (Merriam, 2009). Araştırmanın güvenirliliğini sağlamak amacıyla, verilerin analizi iki araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Gözlem ve görüşme yoluyla elde edilen veriler araştırmacılar tarafından eş zamanlı ve karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. İlk aşamada öncelikle bir öğretmenin verileri kodlanmıştır. Diğer öğretmenlerin verilerinin analiz süreci ilk öğretmen ile karşılaştırmalı olarak yapılarak kodlamalardaki tutarlılık test edilmiştir.

Bulgular

Bu bölümde öğretmenlerin (i) değişken, (ii) cebirsel ifade ve (iii) eşitlik ve denklem kavramlarının öğretimine ilişkin öğrenci bilgileri üç ayrı başlık altında sunulmuştur.

Değişken Kavramına İlişkin Öğrenci Bilgisi

Bulgular, öğretmenlerin öğrencilerin değişken kavramına ilişkin olası düşünceleri ve tipik öğrenci hataları hakkında bilgi sahibi olduklarını göstermektedir. Öğretmenler, öğrencilerin değişkenin değişebilen değerler değil tek bir değer alacağını düşündüklerini ve farklı değerler alabileceğini kavramakta zorlandıklarını belirtmişlerdir. Ayla öğretmenin aşağıdaki açıklaması bu durumu yansıtmaktadır.

Öğrenciler x ve y 'nin ne olduğunu, aslında değişebilen bir şey olduğunu anlamakta zorlanıyorlar. Örneğin, $5x$ deyince x bir tane sayı olacak diye düşünüyorlar. Soruyorum x ne olabilir? Biri 1, biri 5 diyor. Hangisi olacak o zaman? Buna yönelik kavram yanlışları var (Ayla Öğretmen, Görüşme II).

Öğrencilerin bahsedilen kavram yanlışları ile ilişkili olarak, öğretmenler i) n bir doğal sayı ise $3n$ ve $n + 6$ ifadelerinden hangisi daha büyüktür?, ii) a , b 'den küçük bir doğal sayı ve $a + b = 10$ ise $a = ?$ sorularında öğrencilerin değişkenin tek bir değer alacağını düşündüklerini ve harf sembollerine tek bir değer vererek sonuca ulaşmaya çalıştıklarını belirtmişlerdir.

n 'nin değişken olduğunu anlamadıkları için n yerine 1 verebilir, 2 verebilir. Tek bir sayı vererek sonuç bulabilir. Mesela 1'i verir, burası $(3n)$ 3, burası $(n+6)$ 7'dir der. 3, 7'den küçüktür, burası $(n+6)$ daha büyüktür der. Ama biz buraya $(3n)$ 6 verseydik 6 kere 3, 18. 6, 6 daha 12. $3n$, $n+6$ 'dan daha büyük olurdu. Ama öğrenciler tek yönlü düşündüğü için 1 verip, bir tane sonuç bulup kavram yanlışına düşebilir. İkinci soruda da yine aynı şekilde. Öğrencilerin genelde yaptığı 1 sayısını veriyorlar. a zaten b 'den küçüktür, a , 1'dir. O zaman b de 9'dur diye söyleyebilirler (Ayla Öğretmen, Görüşme III).

Ders gözlemlerine bakıldığında da öğretmenlerin öğrencileri zorlukları hakkında bilgi sahibi oldukları gözlenmiştir. Örneğin Ayla öğretmen $a + b = 12$ (a ve b doğal sayı) eşitliği üzerinde durmuştur. a 'nın aldığı farklı sayı değerlerine göre b 'nin nasıl değiştiğini açıklamıştır.

Ayla Öğretmen: a 'yı değiştirdiğimde a 'ya bağlı olarak b de değişiyor mu? a değiştikçe b de değişiyor.

Öğrenciler: Evet.

Ayla Öğretmen: a , 3 ise b ne olur?

Öğrenciler: 9.

Ayla Öğretmen: a , 4 ise b ne olur?

Öğrenciler: 8.

Ayla Öğretmen: a , 10 ise b ne olur?

Öğrenciler: 2 (Ders Gözlemi, 9).

Bununla birlikte, öğretmenler, öğrencilerin aynı harfle gösterilen değişkenlerin her zaman aynı sayısal değere eşit oldukları ve aynı harf sembolü ile gösterilen bir değişkenin aldığı değer her zaman aynı değere eşit olacağı yönünde kavram yanlışları geliştirdiklerinden bahsetmişlerdir. Farklı harf sembolleri ile gösterilen değişkenlerin birbirine eşit olamayacağı (örn. $x + y + x = x + p + z$ eşitliğinde $y = p$ olamayacağı için eşitlik yanlıştır) yönünde kavram yanlışları geliştirdiklerini belirtmişlerdir.

Diğer yandan öğretmenlerin, öğrencilerin zorluklarının nedenine ilişkin bilgileri sınırlıdır. Öğretmenler, öğrenci hatalarının ve kavram yanlışlarının sebebi olarak aritmetikteki bilgi eksikliklerini (örn. dört işlem ile ilgili bilgi eksikliği) göstermiştir. Hale öğretmen öğrencilerin harflerle sayılar arasında ilişki kuramadıklarını belirtmiştir. Ayla öğretmen, kendi öğretiminden kaynaklanan durumlardan (örn. ders sürecinde değişkenin ne olduğu üzerine çok fazla zaman ayırmama) bahsetmiştir. Emre öğretmen ise öğrenci zorluklarının temel sebebinin öğrencilerin ön bilgi eksiklikleri olduğunu belirtmiştir.

Konu yine dört işleme dönüyor. Sayılarla çok iyi yaparsa harflerle zaten yapar. Harfi bir şekilde çocuğa kavratabiliriz de çocuk onu yapamadığı için çarpma bölme ya da işlem önceliğinde sıkıntı yaşadığı için olmuyor zaten (Emre Öğretmen, Görüşme II).

Cebirsel İfade Kavramına İlişkin Öğrenci Bilgisi

Bulgular, öğretmenlerin cebirsel ifadeler kavramına ilişkin olası öğrenci düşünceleri ve hataları hakkında bilgi sahibi olduğunu göstermektedir. Öğretmenler, öğrencilerin cebirsel ifadeden oluşan bir gösterimi cevap olarak kabul etmediklerini ve cebirsel ifadenin sayısal bir değere eşit olması gerektiğini düşündüklerini belirtmişlerdir. Hale öğretmen öğretim senaryosu 2'ye ilişkin Yunus'un sonucu bulduğunu, ancak 5n cebirsel ifadesini sonuç olarak kabul etmediğini ifade etmiştir.

Çocuklarda matematik ya, illaki 7 olacak 8 olacak. Sabit bir sayı bulma isteği var. 5n'yi veya 5a'yı cevap olarak kabul etmiyorlar. Mesela sonucu 5a buldum. Öğrenci soru bitti mi öğretmenim diyor. Burada Yunus sorunun gerekli çözümünü nasıl yapabileceğini biliyor aslında. Biz eğer 3 kenarı var deseydik $5.3=15$ sonucu rahatlıkla bulabilecekti. Sorunun çözüm şeklini biliyor ama cebirsel ifadeler konusunu tam olarak kavrayamadığı için 5n olarak sonucun bulunabileceğini düşünemiyor (Hale Öğretmen, Görüşme III).

Öğretmenler, öğrencilerin en çok yaptıkları bir diğer hatanın ise cebirsel ifadedeki terimleri birleştirmek olduğunu ifade etmişlerdir. Ayla Öğretmen, öğrencilerin $2x + 3$ gibi bir cebirsel ifadeyi $5x$, $2a + 5b$ gibi bir cebirsel ifadeyi $7ab$ olarak yazdıkları durumları örnek olarak göstermiştir. Hale öğretmen, $2x + 3y$ cebirsel ifadesinin $5xy$ 'ye eşit olduğunu düşündüklerini belirtmiştir. Emre Öğretmen ise öğrencilerin harf sembollerine bakmadan terimleri topladıklarını ifade etmiştir.

"(3x+5y), mesela x'e, y'ye bakmadan bütün katsayıları toplayıp yanına harfleri xy yazıyorlar. 8xy buluyorlar mesela ya da $3x + 5y + 2$ desek yine fark etmiyor. Aynı şekilde 10xy yazıyorlar" (Emre Öğretmen, Görüşme II).

Ders gözlemlerine bakıldığında, öğretmenlerin öğrencilerin yaşadıkları bu zorlukların farkında oldukları ve bu yönde problem çözümüne ağırlık verdikleri gözlenmiştir.

Diğer yandan öğretmenlerin, öğrenci zorluklarının nedenine ilişkin bilgilerinin sınırlı olduğu görülmüştür. Öğretmenler, öğrenci hatalarının ve kavram yanlışlarının nedeni olarak dört işlemle ilgili öğrenme eksikliklerini göstermişlerdir. Sadece Ayla Öğretmen öğrencilerin aritmetikteki öğrenmeleri ile ilişkili bir durumdan bahsetmiştir. Öğrencilerin, $3x + 4$ ve $2a + 5b$ cebirsel ifadelerinde terimler arasında toplama işlemi olduğu için işlemin devam etmesi gerektiğini düşündüklerini ifade etmiştir.

“Mesela $3x + 4$ ve $2a + 5b$ arada bir işlem olduğu için, örneğin artı var. İşlemin devam etmesi gerektiğini düşünüyorlar. Toplamaları gerektiğini düşünüyorlar. Sonuç olabileceğini düşünmüyorlar” (Ayla Öğretmen, Görüşme III).

Eşitlik ve Denklem Kavramına İlişkin Öğrenci Bilgisi

Bulgular, öğretmenlerin eşitlik kavramına ilişkin öğrenci düşünceleri ve hataları hakkında detaylı bir bilgiye sahip olmadıklarını göstermektedir. Sadece Ayla Öğretmen, öğrencilerin eşitliğin sağ tarafını sol tarafının bir sonucu olarak düşündüklerini ve eşitliğin her iki tarafının da birbirine eşit olduğunu anlamakta zorlandıklarını belirtmiştir. Öğrencilerin eşitlik sembolünü ard arda gelen işlemlerin arasında kullanarak hatalı gösterimler ve çözümler yaptıklarından bahsetmiştir. Bir öğrencinin $8 - 4 = 4 : 2 = 2$ şeklinde yaptığı hatalı gösterimi örnek olarak vermiştir. Öğrencilerin eşit işaretinden sonra bir cevap geleceğini düşündükleri için bu tarz hatalı işlemleri çok fazla yaptıklarını vurgulamıştır [Ayla Öğretmen, Görüşme III].

Öğretmenlere $8 + 4 = \blacksquare + 5$ eşitliğinde öğrencilerin yaptıkları en yaygın hataların neler olabileceği sorulmuştur. Bu soruda sadece Ayla Öğretmen “8 ile 4’ü toplayıp 12 yazabilirler. Çünkü $=$, $=$, $=$ şeklinde devam ediyorlar” açıklamasını yapmıştır. Emre ve Hale Öğretmen ise bu soru için öğrenci zorluklarına ilişkin yorum yapmakta zorlanmışlardır.

Öğretim sürecine bakıldığında, öğretmenler eşitlik kavramına yönelik sadece sözel açıklamalar yapmışlardır. Örneğin Hale Öğretmen, terazinin denge durumu için “1 kg daha ağırlık koymam gerekir. Terazinin kefi ne oldu? Dengeye geldi. Peki, terazinin bu tarafına 5 kg ekledim. Eşitlik bozulur mu?” ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler, bahsedilen öğrenci zorlukları için $1 = 1$, $1 + 5 = 1 + 5$, $2 + 1 = 1 + 1 + 1$ şeklinde matematiksel semboller kullanmamışlardır.

Öğretmenler denklem kavramına ilişkin tipik öğrenci hataları hakkında bilgi sahibidir. Öğrencilerin denklemlerde işlemlerin yan yana devam ettirdiklerini (örn. $2x + 4 = 10 = 2x = 10 - 4$) belirtmişlerdir. Ayrıca bilinmeyen eşitliğin sağ tarafında olduğu denklemleri (ör. $7 = 3x + 1$) ters çevirerek çözmeye çalıştıklarını belirtmişlerdir. Hale Öğretmen $20 = 2x + 8$ denklemini örnek vermiştir.

“Çok farklı hatalar yapıyorlar. Mesela en çok karşılaştığım denklemleri kendilerince değiştirebiliyorlar. $20 = 2x + 8$ denkleminin $2x + 8 = 20$ şeklinde olacağını düşünüyorlar mesela. Bilinmeyen eşitliğin sağ tarafında olunca yanlış olduğunu düşünüyorlar. Bu şekilde örneklerle az karşılaştıkları için yanlış geliyor herhalde” (Hale Öğretmen, Görüşme II).

Öğretmenler bu öğrenci hatalarına ilişkin bilgi sahibi olmalarına rağmen, öğretim sürecinde buna yönelik uygulamalar yapmamışlardır. Örneğin, öğrencilerin bilinmeyen eşitliğin sağ tarafında olduğu denklemleri çözmekte zorlandıklarını belirtmişler, ancak derslerinde bu tür denklemlere yer vermemişlerdir.

Diğer yandan, öğretmenlerin eşitlik ve denklem kavramlarına yönelik öğrenci hatalarının kaynağına ilişkin bilgileri sınırlıdır. Yalnızca Ayla Öğretmen, öğrencilerin eşitlikte eşittir işaretinden sonra bir cevap gelmesi gerektiğini düşündüklerini belirtmiştir. Denklemde ise eşitliğin her iki tarafının birbirine eşit olduğunu kavrayamadıkları için hata yaptıklarını ifade etmiştir. Hale ve Emre Öğretmen ise öğrenci hatalarının, öğrencilerin ön bilgi eksikliklerinden ve işlem hatalarından kaynaklandığını belirtmiştir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada üç ortaokul matematik öğretmeninin değişken, cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklem kavramlarının öğretimine ilişkin öğrenci bilgileri incelenmiştir. Bulgular, öğretmenlerin değişken kavramı ile ilgili tipik öğrenci hataları ve kavram yanlışları (Booth, 1988; Brizuela, 2016; Kuchemann, 1978; Perso, 1992; Stephens, 2005; Wagner, 1983) hakkında bilgi sahibi olduklarını göstermektedir. Ancak öğrencilerin hatalı anlamalarının ardında yatan olası sebeplere yönelik derinlemesine bir analiz yapamamışlardır. Öğrencilerin değişkeni belirtmek için kullanılan harf sembollerinin sadece belirli değerler aldıklarını düşündüklerini ve bu sebeple de birçok hata yaptıklarını belirtmişlerdir. Yani, $5x$ gibi bir cebirsel ifadede öğrencilerin x değişkeninin tek bir değer alabileceğini düşündüklerini ifade etmişlerdir. Ancak değişkenin denklem ve cebirsel ifadelerde farklı anlamlar içermesinin öğrencilerin bu kavramı anlamalarını zorlaştırdığı ile ilgili net açıklamalarda bulunmamışlardır. Öğrenci hatalarının kaynağı olarak öğrencilerin dört işlem ile ilgili bilgi eksikliği ve değişken kavramını anlamama gibi genel ifadeler kullanmışlardır. Bu sonuç Kabar ve Amaç (2018)'in çalışmasında elde ettiği sonuçlar ile benzerlik göstermektedir. Kabar ve Amaç (2018), öğretmen adaylarının değişken kavramına ilişkin öğrenci hatalarının kaynağını, öğrencilerin bilinmeyen kavramını bilmeme, soruyu anlamama, işlemi karıştırma gibi durumlara atıfta bulduklarını belirtmişlerdir.

Öğretmenler, öğrencilerin cebirsel ifadeler ile ilişkili olası düşünceleri ve en yaygın hataları hakkında bilgi sahibidirler. Öğrencilerin cebirsel ifadeden oluşan bir gösterimi cevap olarak kabul etmediklerini ve cebirsel ifadenin sayısal bir sonuca eşit olması gerektiğini (Booth, 1988; Chalouh ve Herscovics, 1988; Kieran, 1981; Perso, 1992) düşündüklerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin cebirsel ifadede değişken yerine belirli değerler vererek sayısal bir sonuç bulmaya çalıştıklarını ifade etmişlerdir. En çok yaptıkları hatalardan bir diğerinin ise cebirsel ifadelerde harf sembollerini ve işlemleri dikkate almadan terimleri birleştirmeleri (Booth, 1988; Brizuela, 2016; Matz, 1980; Stacey ve MacGregor, 1997; Tirosh, Even ve Robinson, 1988) olduğunu ifade etmişlerdir. $2a + 5b$ gibi bir cebirsel ifadeyi $7ab$ 'ye eşitlediklerini örnek göstermişlerdir. Diğer yandan, öğretmenler öğrencilerin olası düşünceleri ve yaptıkları hataların kaynakları hakkında derinlemesine bir analiz yapamamışlardır. Örneğin, öğrencilerin cebirsel ifadeden oluşan bir gösterimi cevap olarak kabul etmemelerinin sebebi olarak sadece cebirsel ifadenin sayısal bir sonuca eşit olması gerektiği yönündeki düşüncelerini göstermişlerdir. $3x + 2$ gibi bir cebirsel ifadeyi bir sonuç (x 'in 3 katından 2 fazla bir sayı) olarak değil, sadece bir süreç (x 'i 3 ile çarp 2 ekle) olarak görmelerinden (Booth, 1988) bahsetmemişlerdir. Sadece Ayla öğretmen öğrencilerin aritmetikteki öğrenmeleri ile ilişkili olarak, $2a + 5b$ gibi bir cebirsel ifadede arada toplama işlemi olduğu için işleme devam etmesi gerektiğini (Booth, 1988) düşündüklerini belirtmiştir. Tirosh, Even ve Robinson (1998) tarafından yapılan araştırma sonucunda da öğretmenlerin öğrencilerin cebirsel ifadelerde terimleri birleştirmeye yönelik yaptıkları hataların farkında oldukları, ancak bu hataların sebebine ilişkin derinlemesine bir açıklama yapamadıkları tespit edilmiştir. Araştırmacılar bu durumun öğretmenlerin öğrenci ihtiyaçlarına göre öğretimi düzenlemelerini önemli ölçüde etkilediğini belirtmişlerdir.

Öğretmenlerin öğrencilerin eşitlik konusundaki hatalar hakkındaki bilgisi ise sınırlıdır. Sadece Ayla öğretmen, öğrencilerin eşittir işaretini sonuca gösteren bir

sembol şeklinde yorumladıkları (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Knuth vd., 2005; Meyer, 2016; Slavitt, 1999; Vermeulen ve Meyer, 2017; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003) hakkında bilgi sahibidir. Ayla öğretmen $8 + 4 = \blacksquare + 5$ sorusunda öğrencilerin kutunun değerini 12 bulma yanılığında bahsetmiştir. Öğretmenler öğrencilerin denklem kavramına ilişkin olası düşünceleri ve yaşadıkları zorluklar hakkında ise bilgi sahibidirler. Öğrencilerin $5 = 2x + 1$ gibi bilinmeyen eşitliğin sağ tarafında olan denklemlerin yanlış olduğunu düşündüklerini (Kieran, 1981) ve denklem çözümünde işlemleri yan yana devam ettirme eğilimleri olduklarını belirtmişlerdir. Bu hataların kaynağına ilişkin ise sadece Ayla öğretmen bilgi sahibidir. Öğrencilerin eşitlik ve denklemde eşitliğin her iki tarafının sayısal olarak birbirine eşit olduğunu kavrayamadıkları için bu hatayı yaptıklarını belirtmiştir.

Çalışmanın bu bulguları, öğretmenlerin temel cebir kavramlarına ilişkin öğrenci hatalarının ilişkin bilgi sahibi olduklarını, ancak bu hataların kaynağına ilişkin bilgi sahibi olmadıklarını göstermektedir. Gökkurt, Şahin ve Soylu (2016) çalışmasında öğretmen adaylarının değişken kavramına ilişkin pedagojik alan bilgilerini öğrenci hataları bağlamında incelemişlerdir. Çalışma bulguları öğretmen adaylarının öğrenci hatalarını tespit edebilme becerilerinin, hataları düzeltmeye yönelik bilgilerinden daha iyi olduğunu göstermiştir. Öğrenci bilgisinin incelendiği diğer çalışmaların sonuçları da öğretmen veya öğretmen adaylarının öğrenci hatalarını tespit ederken çok fazla zorlanmadıkları, ancak hataların kaynağına ve hataları gidermeye yönelik bilgilerinin eksik olduğunu göstermektedir (Çelik, 2018; Kabar ve Amaç, 2018; Gökkurt, Şahin, Soylu ve Soylu, 2013; Gökkurt, Şahin, Soylu ve Soylu, 2015; Şahin ve Soylu, 2019; Tirosh, Even ve Robinson, 1998; Vermeulen ve Meyer, 2017). Bu araştırma sonuçları ile ilişkili olarak, araştırmadan elde edilen önemli bir bulgu ise öğretmenler derslerini yapılandırırken olası öğrenci düşünceleri ve hataları hakkındaki bilgilerinin kullanmamışlardır. Bu durum, öğretmenlerin öğrenci hatalarının kaynağına yönelik sınırlı bilgileri ile ilişkili olabilir. Diğer yandan öğretmenler, öğrenci hatalarının kaynağını açıklarken cebirsel kavramlar arası ilişki kurmakta zorlanmışlardır. Pedagojik alan bilgisinin incelendiği çalışma sonuçları, öğrenci hatalarını ve bu hataların kaynaklarını belirleyebilmek için öğretmenlerin alan bilgisinin yeterli düzeyde olması gerektiğini ortaya koymaktadır (Çelik, 2018; Copur-Gençturk, 2015; Şimşek ve Boz, 2015; Yeşildere ve Akkoç, 2010). Çalışma sonuçları, öğretmenler veya öğretmen adaylarının kendilerinde varolan hatalı bilgilerinden dolayı öğrenci hatalarını ve bu hataların kaynaklarını belirlemede zorlandıklarını göstermektedir. Bu doğrultuda, alan ve pedagojik alan bilgisi arasındaki ilişkinin öğretim süreci kapsamında incelendiği çalışmalar ile daha detaylı bilgiler elde edilebilir. Bu araştırmada öğretmenlerin pedagojik alan bilgisini öğrenci bilgisi bağlamında incelenmiştir. Pedagojik alan bilgisinin alt boyutları (öğrenci bilgisi ve öğretim bilgisi) arasındaki ilişkinin incelendiği çalışmalar ile daha detaylı bilgiler elde edilebilir.

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlar, öğretmenlerin temel cebir kavramlarına ilişkin yeterli düzeyde pedagojik alan bilgisine sahip olmadıklarını göstermektedir. Benzer şekilde ilgili alan yazında yer alan çalışmaların sonuçları da öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının cebir ve diğer öğrenme alanlarında pedagojik alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığını göstermektedir (Çelik, 2018; Copur-Gençturk, 2015; Kabar ve Amaç, 2018; Gökkurt, Şahin, Soylu ve Soylu, 2013; Gökkurt, Şahin, Soylu ve

Soylu, 2015; Şahin ve Soyly, 2019; Şimşek ve Boz, 2015; Yeşildere ve Akkoç, 2010; Vermeulen ve Meyer, 2017). Bu sonuçlar, hizmet öncesi uygulamaların gerekliliğine işaret etmektedir. İlköğretim matematik öğretmenliği programında yer alan derslerde, öğretmen adaylarının matematiksel kavramlara yönelik olası öğrenci düşünceleri, hata ve zorluklarını sorgulayabilecekleri fırsatlar sağlanması gerekmektedir. Matematik öğretimine yönelik derslerde, öğretmen adaylarının öğrenci hatalarını sadece teorik olarak değil, uygulamalı olarak da inceleyip tartışabilecekleri bir öğretim ortamı oluşturulmalıdır.

Kaynakça

- Akgün, L. ve Özdemir, M. E. (2006). Students' understanding of the variable as general number and unknown: A case study. *The Teaching of Mathematics*, 9(1), 45-52.
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 1-13.
- An, S., Kulm, G. ve Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and U.S.. *Journal of Mathematics Teachers Education*, 7, 145-172. <https://doi.org/10.1023/B:JMTE.0000021943.35739.1c>
- Asquith, P., Stephens, A. C., Knuth, E. J. ve Alibali, M. W. (2007). Middle school mathematics teachers' knowledge of students' understanding of core algebraic concepts: Equal sign and variable. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 249-272. <https://doi.org/10.1080/10986060701360910>
- Attorps, I. (2003). Teachers' images of the 'equation' concept. *European Research in Mathematics Education*, 3, 1-8.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *Elementary School Journal*, 90(4), 449-446. <https://doi.org/10.1086/461626>
- Ball, D. L., Hill, H. C. ve Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(1), 14-17.
- Ball, D. B., Thames, M. H. ve Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Baroody, A.J. ve Ginsburg, H. P. (1983). The effect of instruction on children's understanding of the "equals" sign. *The Elementary School Journal*, 84(2), 198-212. <https://doi.org/10.1086/461356>
- Behr, M., Erlwanger, S. ve Nichols, E. (1980). How children view the equals sign. *Mathematics Teaching*, 92, 13-15.
- Black, D. J. W. (2007). The relationship of teachers' content knowledge and pedagogical content knowledge in algebra, and changes in both types of knowledge as a professional development (Yayımlanmamış doktora tezi). Auburn University, Auburn.
- Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford and A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12* (pp. 20-32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Brizuela, B. M. (2016). Variables in elementary mathematics education. *The Elementary School Journal*, 117(1), 46-71. <https://doi.org/10.1086/687810>
- Chalouh, L. ve Herscovics, N. (1988). Teaching algebraic expressions in a meaningful way. In A. F. Coxford (Eds.), *The ideas of algebra, K-12*. (pp. 33-42). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Charalambous, C. Y., Hill, H. C., Chin, M. J. ve McGinn, D. (2018). Mathematical content knowledge and knowledge for teaching: exploring their distinguishability and contribution to student learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1-35. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09443-2>
- Copur-Gençtürk, Y. (2015). The effects of changes in mathematical knowledge on teaching: A longitudinal study of teachers' knowledge and instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(3), 280-330. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.3.0280>
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2nd ed.). London: Sage.
- Çelik, H. S. (2018). İlköğretim matematik öğretmenlerinin eşitlik ve denklem konusundaki pedagojik alan bilgilerinin öğrenci bilgisi bileşeni yönünden incelenmesi (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Sakarya Üniversitesi, Sakarya.
- Dede, Y. (2005). Değişken kavramı üzerine. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(1), 139-148.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Denzin, N. ve Lincoln, Y. (2000). Introduction: The discipline and practice of qualitative research. In N. Denzin, and Y. Lincoln (Eds.). *Handbook of qualitative research* (pp. 1-28). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Kabar, M. G. D, Amaç, R. (2018). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının öğrenci bilgisinin ve öğretim stratejileri bilgisinin incelenmesi: cebir örneği. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (1), 157-185.
- Fennema, E., Sowder, J. ve Carpenter, T. P. (1999). Creating classrooms that promote understanding. In E. Fennema, and T. A. Romberg (Eds.). *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 185-199). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9781410602619>
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y. ve Soylu, C. (2013). Öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları açısından incelenmesi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 5(3), 719-735.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y. ve Doğan, Y. (2015). Öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusuna ilişkin öğrenci hatalarına yönelik pedagojik alan bilgileri. *İlköğretim Online*, 14(1), 55-71.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö. ve Soylu, Y. (2016). Öğretmen adaylarının değişken kavramına ilişkin pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları bağlamında incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39, 17-31. <https://doi.org/10.9779/PUJE658>
- Hill, H. C., Ball, D. L. ve Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal of Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.

- Herscovics, N. ve Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59-78.
<https://doi.org/10.1007/BF01284528>
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 317-326. <https://doi.org/10.1007/BF00311062>
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N.M., Weinberg, A. ve Stephens, A.C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence and Variable. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 68-76.
<https://doi.org/10.1007/BF02655899>
- Kuchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, 7(4), 23-26.
- Kutluk, B. (2011). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Lee, J. E. (2011). *A study of pre-kindergarten teachers' mathematical knowledge for teaching* (Yayımlanmamış doktora tezi). The University of Texas, Austin, United States.
- MacGregor, M. ve Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-16. *Educational Studies in Mathematics*. 33, 1-19.
<https://doi.org/10.1023/A:1002970913563>
- Matz, M. (1980). Towards a computational theory of algebraic competence. *Journal of Mathematical Behavior*, 3(1), 93-166.
- MEB, (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. San Francisco, CA: Jossey- Bass.
- Meyer, B. C. (2016). *The equal sign: Teachers' specialized content knowledge and learners' misconceptions* (Yayımlanmamış doktora tezi). Cape Peninsula University of Technology.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Perso, T. (1992). *Overcoming misconceptions in algebra: using diagnostic (conflict) teaching*. Subiaco, Western Australia: Mathematical Association of Western Australia.
- Philipp, R. (1992). The many uses of algebraic variables. *Mathematics Teacher*, 85, 557-561.
- Rizvi, N. F. ve Lawson, M. J. (2007). Prospective teachers' knowledge: Concept of division. *International Education Journal*, 8(2), 377-392.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
<https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-21.
<https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- Slavit, D. (1999). The role of operation sense in transitions from arithmetic to algebraic thought. *Educational Studies in Mathematics*, 37, 251-274.
<https://doi.org/10.1023/A:1003602322232>

- Stacey, K. ve MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher*, 90(2), 110-113.
- Stephens, A. C. (2005). Developing students understanding of variable. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 11(2), 96-100.
- Stephens, A. C. (2006.) Equivalence and relational thinking: Preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 249-278. <https://doi.org/10.1007/s10857-006-9000-1>
- Stephens, A. C. (2008). What "counts" as algebra in the eyes of preservice elementary teachers?. *Journal of Mathematical Behavior*, 27, 33-47. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.12.002>
- Stump, S. L. ve Bishop, J. (2002). Preservice elementary and middle school teachers' conceptions of algebra revealed through the use of exemplary curriculum materials. In D. S. Mewborn, P. Sztajn, D.Y. White, H. G. Wiegel, R. L. Bryant, and K. Nooney (Eds.). *Proceedings of the twenty-fourth annual meeting of the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 1903-1914). Columbus, OH: ERIC.
- Şahin, Ö., ve Soylu, Y. (2019). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının cebirle ilgili öğretimsel strateji bilgi gelişimleri. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 8(3), 887-912.
- Şimşek, N. ve Boz, N. (2015). Sınıf öğretmeni adaylarının uzunluk ölçme konusundaki pedagojik alan bilgilerinin öğrenci kavrayışları bağlamında incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 4(3), 10-30.
- Tanışlı, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgisi bağlamında sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 38(169), 80-95.
- Tchoshanov, M., Cruz, M. D., Huereca, K., Shakirova, K., Shakirova, L., and Ibragimova, E. N. (2017). Examination of lower secondary mathematics teachers' content knowledge and its connection to students' performance. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(4), 683-702. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9703-9>
- Tirosh, D., Even, R. ve Robinson, N. (1998). Simplifying algebraic expressions: Teacher awareness and teaching approaches. *Educational Studies in Mathematics*, 35(1), 51-64. <https://doi.org/10.1023/A:1003011913153>
- Usiskin, Z. (1999). Conceptions of school algebra and uses variables. In edited by B. Moses (Ed.). *Algebraic Thinking, Grades K-12: Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications* (pp. 7-13). Reston, VA: National Council of Teachers Mathematics.
- Vermeulen, C. ve Meyer, B. (2017). The equal sign: teachers' knowledge and students' misconceptions. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 21(2), 136-147. <https://doi.org/10.1080/18117295.2017.1321343>
- Wagner, S. (1983). What are these things called variables. *Mathematics Teacher*, 76(7), 474-479.

- Weinberg, A., Dresen, J. ve Slater, T. (2016). Students' understanding of algebraic notation: A semiotic systems perspective. *The Journal of Mathematical Behavior*, 43, 70-88. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.06.001>
- Yaman, H., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 142-151.
- Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010). Matematik öğretmen adaylarının sayı örüntülerine ilişkin pedagojik alan bilgilerinin konuya özel stratejiler bağlamında incelenmesi. *On Dokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 125-149.
- Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Summary

Introduction

Considering students' difficulties about the basic algebra concepts, it is necessary to examine teachers' knowledge of students in the context of algebra teaching. When previous research is analyzed, it is seen that these research studies use data obtained by surveys or interviews in order to examine the content knowledge and pedagogical content knowledge of teachers about the teaching of algebra (Attorps, 2003; Black, 2007; Stephens, 2006, 2008; Stump and Bishop, 2002) and in most of these studies, teacher knowledge is investigated independently of classroom practices (teaching process). In this context, the purpose of this study is to examine middle school mathematics teachers' knowledge of students about the concepts of variable, algebraic expressions, equality and equation by considering classroom applications.

Method

Qualitative research focuses on the context of the subject to be researched and provides rich information about context (Creswell, 2007; Denzin and Lincoln, 2000; Yin, 2009). It is important to examine teachers' pedagogical content knowledge by considering the teaching process. For this reason, this study employed the case study design. Case study is defined as in-depth representation and examination of boundaries in the natural environment of a particular system or situation. The main purpose of the case study is to try to understand a situation at hand contextually (Merriam, 2009).

Three middle school mathematics teachers participated in the study. Participants were determined by purposeful sampling method. Code names were used instead of real names of participants. The participants of the study, Ayla, Hale and Emre have 2, 3 and 8 years of professional experience. Ayla is a teacher in a village school, and Hale and Emre are working in the city center.

Data were collected through interviews and observations. Data collection process includes two phases. In the first phase (preparation stage), data collection tools (interview forms) were developed. In addition, the participants were determined and preliminary interviews were conducted. In the second stage (application phase), courses were observed, interview forms were finalized and individual interviews were conducted with teachers.

The data obtained from the research were analyzed by descriptive analysis in order to reveal the students' knowledge about variable, algebraic expressions, equality and equation subjects in detail.

Results

The findings show that teachers are aware of the students' thoughts and typical errors about the basic algebraic concepts. Teachers stated that students had difficulty to understand that variables would take different values rather than a single value. Teachers stated that students did not accept a representation of an algebraic expression as an answer and they claimed that algebraic expression should be equal to a numerical value. On the other hand, teachers have limited knowledge about the reasons of students' difficulties and possible thoughts. For example, Hale stated that students could not establish a relationship between numbers and letter symbols. Emre also stated that the main reason of the student difficulties is the lack of knowledge in the primary school. Teachers could not explain the relationship between this situation and students' learning of basic algebra concepts. The teachers stated that the reason for student errors and misconceptions was the lack of information about the four operations.

Discussion

In this study, it is aimed to examine middle school mathematics teachers' student knowledge about the concepts of algebraic expressions, equality and equation by considering teaching process. The findings show that teachers have sufficient knowledge about the typical student errors and misconceptions about variables. However, teachers could not make an in-depth analysis of the possible reasons of the student errors and misconceptions. For example, students have indicated that the letter symbols used to indicate the variable have only a certain value. In other words, in an algebraic expression like $5x$, students stated that x variable could have a single value. However, teachers did not make clear explanations about whether the variable has different meanings in equations and algebraic expressions.

Teachers are aware of the students' possible thoughts and most common mistakes related to algebraic expressions. Teachers stated that students do not accept an algebraic expression as an answer and they insist algebraic expression should be equal to a numerical result (Booth, 1988; Chalouh and Herscovics, 1988; Kieran, 1981; Perso, 1992). On the other hand, teachers could not make an in-depth analysis of the possible reasons of the students' thoughts and mistakes. For example, they did not mention that student thought of an algebraic expression like $3x + 2$ as a process, rather than as a result (Booth, 1988). They just stated that students do not accept a representation of algebraic expression as an answer because they think that algebraic expression should be equal to a numerical result.

Teachers have limited knowledge about the students' possible thoughts and mistakes about equality. Only Ayla knows that students interpret the equal sign as a symbol that shows the result (Baroody and Ginsburg, 1983; Behr, Erlwanger and Nichols, 1980; Knuth et al., 2005; Slavit, 1999; Yaman, Toluk and Olkun, 2003). Teachers have aware of the students' possible thoughts and difficulties about the concept of equation. They stated that the students think that the equations on the right side of the equation such as $5 = 2x + 1$ are wrong (Kieran, 1981) and that they

have tendencies to continue operations in the solution of equations. Only Ayla has knowledge about the reasons of these errors. She stated that students make this mistake because they cannot comprehend that both sides of equation are equal.

Suggestions

The results of the research show that pre-service and in-service practices are required for teachers to have pedagogical knowledge of basic algebra concepts. In the courses in elementary mathematics teaching program, applications containing possible student thoughts on basic algebra concepts should be included.

Araştırmanın Etik Taahhüt Metni

Yapılan bu çalışmada bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulduğu; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifatın yapılmadığı, karşılaşılabilecek tüm etik ihlallerde "Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi ve Editörünün" hiçbir sorumluluğunun olmadığı, tüm sorumluluğun Sorumlu Yazara ait olduğu ve bu çalışmanın herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiş olduğu sorumlu yazar tarafından taahhüt edilmiştir.

Authors' Biodata/Yazar Bilgileri

Pınar YILDIZ Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü'nde Dr. Öğretim Üyesi olarak çalışmaktadır.

Pınar Yıldız is working as a Assist. Prof. Dr. in Department of Mathematics and Science Education, Faculty of Education in Çanakkale Onsekiz Mart University.

İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü'nde Doç. Dr. olarak çalışmaktadır.

İ. Elif Yetkin Özdemir is working as a Assoc. Prof. Dr. in Department of Mathematics and Science Education, Faculty of Education in Hacettepe University.