

## Matematik Öğretmeni Adaylarının İki Değişkenli Eşitsizliklerin Farklı Gösterimlerini Oluşturabilme Yeterliliklerinin İncelenmesi

Erdem ÇEKMEZ<sup>1</sup>

### Type/Tür:

Research/Araştırma

Received/Geliş Tarihi: July  
5/5 Temmuz 2019

Accepted/Kabul Tarihi: March  
14/14 Mart 2020

Page numbers/Sayfa No: 349-  
366

### Corresponding

Author/İletişimden Sorumlu  
Yazar:

[erdemcekmez@gmail.com](mailto:erdemcekmez@gmail.com)



This paper was checked for plagiarism using iThenticate during the preview process and before publication. / Bu çalışma ön inceleme sürecinde ve yayımlanmadan önce iThenticate yazılımı ile taranmıştır.

Copyright © 2017 by  
Cumhuriyet University,  
Faculty of Education. All rights  
reserved.

### Öz

Bu araştırmanın amacı matematik öğretmeni adaylarının iki değişkenli eşitsizliklerin cebirsel ve grafiksel gösterimlerini oluşturma hususunda yeterliliklerini ve yaptıkları hataları belirlemektir. Araştırmanın katılımcılarını bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 60 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen ve toplamda 8 sorudan oluşan bir test kullanılmıştır. Testin ilk 4 sorusu öğretmen adaylarından cebirsel olarak temsil edilmiş eşitsizliklerin çözüm kümelerinin Kartezyen düzlemdeki görüntülerini oluşturmalarını istemektedir. Diğer 4 soru ise çözüm kümeleri grafiksel olarak temsil edilmiş eşitsizliklerin cebirsel ifadelerini belirlemelerini istemektedir. Araştırmada elde edilen bulgular, katılımcıların iki değişkenli eşitsizliklerin cebirsel ve grafiksel temsillerini oluşturma yeterliliklerinin düşük olduğunu ortaya koymuştur. Bu durumun ortaya çıkmasına neden olan etkenleri belirlemek için öğrencilerin cevapları incelenerek yaptıkları hatalar ve sahip oldukları yanlışlar belirlenmiştir. Yapılan incelemede, öğretmen adaylarının fonksiyon grafiklerini çizebilme becerilerinin eşitsizliklerin grafiksel temsillerini oluşturmada kritik bir ön bilgi olduğu ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının yeterliliklerinin düşük olmasının bir diğer sebebi, eşitsizliklerin cebirsel ifadesini oluşturmada mantıksal bağlaçların kullanılmaması ya da yanlış kullanılması olarak belirlenmiştir. Bununla birlikte bir kısmının, mantıksal bağlaçlar ile kümelerdeki kesişim ve birleşim işlemleri arasındaki ilişkiyi kavrayamamalarından dolayı bağlaçların çözüm kümesinin belirlenmesinde nasıl bir rol üstlendiğini bilmedikleri ortaya çıkmıştır. Araştırmada ulaşılan sonuçlar temelinde iki değişkenli eşitsizliklerin öğretim sürecine yönelik önerilerde bulunulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** İki değişkenli eşitsizlikler, gösterim alanları, mantıksal bağlaçlar, cebir öğretimi, matematik öğretmeni adayları

### Suggested APA Citation /Önerilen APA Atıf Biçimi:

Çekmez, E. (2020). Matematik öğretmeni adaylarının iki değişkenli eşitsizliklerin farklı gösterimlerini oluşturabilme yeterliliklerinin incelenmesi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 9(2), 349-366. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.587455>

<sup>1</sup> Dr. Öğr. Üyesi, Trabzon Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Trabzon/Türkiye  
Assist. Prof. Dr., Trabzon University, Department of Mathematics and Science Education, Trabzon/Türkiye  
e-mail: [erdemcekmez@gmail.com](mailto:erdemcekmez@gmail.com) ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8684-2820>

## Examining the Performances of Prospective Mathematics Teachers in Constructing the Different Representations of Two-Variable Inequalities

### Abstract

The aim of this study is to determine the performances of, and the errors made by prospective mathematics teachers in constructing the algebraic and graphical representations of two-variable inequalities. The participants of the study consist of 60 students who were studying in the mathematics teacher education department of a state university. The data in the study collected via a test, constructed by the researcher, which consists of 8 questions in total. The first four questions in the test ask students to construct the graphical representations of the solution sets of algebraically represented two-variable inequalities. While the remaining four ask students to write the algebraic expressions of two-variable inequalities whose solution sets were drawn in Cartesian coordinate system. The findings of the study indicate that the students' performances on constructing the different representations of two-variable inequalities are low. To determine the possible causes that might account for this low performance, the students' answers were scrutinized to determine the common errors made by the students and the misunderstandings that they have. It was found that the ability to draw the graphs of functions on the plane is critical to successfully represent the graphical representations of two-variable inequalities. Using the logical connectives incorrectly or not using at all were found to be another reason for students' low performance. Besides, most of the students could not establish the link between the logical connectives and the union-intersection operations on sets; as a result, they failed to recognize the roles that logical connectives play on the solution set. Based on the results emerged from the study, some pedagogical suggestions as to the teaching of two-variable inequalities are provided.

**Keywords:** Two-variable inequalities, representations, logical connectives, teaching of algebra, prospective mathematics teachers

### Giriş

Matematiğin önemli bir alanı olan cebir sayıların özelliklerini ve sayılar arasındaki ilişkileri inceleyen; bilinmeyenleri, formülleri, örüntüleri konu alan matematiğin bir dili olarak tanımlanabilir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). Okullarda gerçekleştirilen cebir öğretimi ile öğrencilere sembolik ve grafiksel gösterimlerin anlamlarının farkında olma, matematiksel sonuçları ve ilişkileri semboller aracılığıyla ifade etme, değişken kavramını anlamlandırarak problem durumlarında değişkenleri saptayabilme, denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini belirleyebilme gibi yeterliliklerin kazandırılması hedeflenmektedir (Baki, 2008).

Literatürde yer alan çalışmalar cebir dersi içerisinde yer verilen içeriğin öğrenciler tarafından anlaşılmasının kolay olmadığını göstermektedir. Dede ve Argün (2003) öğrencilerin cebir konularını anlamakta zorlanmasının nedenlerini cebirin yapısı, öğrencilerin zihinsel gelişimleri ve hazır bulunuşluk düzeyleri ile cebir öğretiminde eksiklikler olmak üzere üç ana tema altında toplandığını ifade etmektedir.

Cebir alanı içerisinde yer verilen içeriklerden biri eşitsizlikler konusudur. Eşitsizlikler, matematiğin birçok konusu ile doğrudan ilişkili olmasından ötürü matematiğin öğrenilmesinde önemli bir role sahiptir (Almog and Ilany, 2012). Bununla birlikte denklik ve eşitlik kavramlarına ilişkin anlamayı tamamlayıcı

nitelikte olması sebebiyle, denklem ve denklem çözümüne ilişkin kavramsal anlamının gerçekleşmesinde eşitsizliklere dair sahip olunan bilginin kritik önem taşıdığı ifade edilmektedir (Tsamir and Almog, 2001).

Eşitsizlikler konusu üzerinde yürütülen çalışmalar genel olarak öğrencilerin eşitsizlikleri çözme sürecinde, ulaşılan çözümleri ifade etmede ve yorumlamada güçlükler yaşadığını göstermektedir (Blanco and Garrote, 2007; Halmaghi, 2011). Şandır, Ubuz ve Argün (2007) 9. sınıf öğrencilerini örneklem aldıkları çalışmada, öğrencilerin eşitsizlikleri çözme sürecinde eşitsizliğin her iki yanına aynı terimin eklenip çıkarılmasında çok fazla işlem hatası yaptıklarını belirlemişlerdir. Ayrıca, tek eşitsizlikten oluşan soruları çözmede başarı gösteren öğrencilerin büyük bölümünün  $2x - 1 \leq 7 < 13 + 3x$  örneğinde olduğu gibi iki ayrı eşitsizlik birleştirilerek verildiğinde, durumu iki ayrı eşitsizlik olarak düşünüp çözümü gerçekleştiremedikleri belirlenmiştir. Benzer sonuçlar Blanco ve Garrote (2007) tarafından yürütülen bir başka araştırmada da ortaya çıkmıştır. Çiltaş ve Tatar (2011) lise öğrencileri ile yaptıkları çalışmada, öğrencilerin eşitsizliklerin çözüm kümeleri olan aralıkları oluşturmada ve aralıkları eşitsizlik bağlamında yorumlamada zorlandıklarını belirlemişlerdir. Bunların yanı sıra Ulusoy (2018) öğretmenlerin, öğrencilerin eşitsizlikler konusuna yönelik bilgilerinin eksik olduğunu ve bunun ileriki dönemlerde ele alınan içeriğin öğrenilmesinde problem oluşturduğunu bildirdiklerini rapor etmektedir.

Eşitsizlikler konusunda karşılaşılan öğrenme güçlüklerinin bir diğer sebebi olarak, öğrencilerin eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulmakla denklem çözmeyi eş tutmaları ve denklemler ile eşitsizliklerin benzer yöntemler ile çözülmesi gerektiğini düşünmeleri gösterilmektedir (Almog and Ilany, 2012; Makonye and Shingirayi, 2014; Yazır ve Akkoç, 2017). Yazır ve Akkoç (2017) bu durumun ortaya çıkmasını tetikleyen faktörün, öğretmenlerin sınıf içerisinde denklemlerin çözümünde bilinenler ile bilinmeyenlerin bir tarafta toplanması gerektiği yönündeki yönlendirmelerinin öğrenciler tarafından eşitsizlikler bağlamına aşırı genellenmesi olduğunu öne sürmektedir. Bunların yanı sıra eşitsizlikleri çözme sürecinde öğrencilerin yürüttükleri aritmetik işlemlerde geçersiz adımlar izledikleri belirlenmiştir (El-khateeb, 2016). Bunlardan en sık rastlanana, eşitsizliğin her iki tarafını bir cebirsel ifade ya da sayı ile çarparken çarpanın işaretinin eşitsizliğin yönüne etkisinin dikkate alınmamasıdır (El-khateeb, 2016; Halmaghi, 2011). Bununla birlikte, Blanco ve Garrote (2007) bazı öğrencilerin eşitsizlikleri çözmede doğru cebirsel adımları gerçekleştirebilseler de son adımda elde ettikleri  $-1 > 1$  ya da  $5 > 3$  gibi ifadelerin çözüm için ne anlam ifade ettiğini yorumlayamadıklarını bildirmektedir.

Eşitsizlikler üzerinde gerçekleştirilen çalışmaların diğer bir bölümü, öğrencilerin eşitsizliklerin çözümünde mantıksal bağlaçları kullanma performanslarına odaklanmıştır. Örneğin; Abu Mokh, Othman ve Shahbari (2019) yürüttükleri araştırmada lise düzeyinde öğrenim görmekte olan öğrencilerin tek değişkenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulma sürecinde mantıksal bağlaçları kullanma hususunda yaptıkları hataları ve öğretmenlerin değerlendirme sürecinde bu hatalara yaklaşımlarını incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğrencilerin eşitsizlikler üzerinde gerçekleştirdikleri cebirsel işlemlerde mantıksal bağlaçları hesaba katmadıkları, "∧" ile "∨" bağlaçlarını aralarında bir farklılık

yokmuş gibi birbiri yerine kullandıkları ve mantıksal bağlaçların çözüm kümesi için ifade ettiği anlamı yanlış yorumladıkları saptanmıştır. Bununla birlikte öğretmenlerin, öğrencilerin mantıksal bağlaç kullanmada yaptıkları hataları değerlendirme sürecinde dikkate almayarak görmezden geldikleri belirlenmiştir. Bu sonuçlara paralel olarak Tsamir ve Almog (2001), öğrencilerin fark gözetmeksizin “ $\wedge$ ” ile “ $\vee$ ” bağlaçlarını birbiri yerine kullandıklarını ve mantıksal bağlaçları eşitsizliklerin çözüm kümelerini ifade etmede kullanmadıklarını söylemektedir.

Bu çalışmanın gerçekleştirilmesini teşvik eden sebep, araştırmacının yürüttüğü lisans derslerinde öğrencilerin iki değişkenli eşitsizliklerin farklı temsillerini oluşturmada ve yorumlamada yaşadıkları zorluklara yönelik yaptığı sınıf içi gözlemleridir. Örneğin, iki değişkenli bir fonksiyonun en geniş tanım kümesinin belirlenip düzlemde resmedilmesinde ya da iki katlı bir integralin sırasının değiştirilmesi için integral alınacak bölgenin yeniden tarif edilmesinde öğrencilerin büyük bölümü başarı gösterememektedir. Öğrencilerin hem iki değişkenli eşitsizlikler konusunda hem de bu konuyla ilgili ileriki konularda anlamlı öğrenme gerçekleştirebilmeleri için öğrenme güçlüklerinin ve hataların dikkate alınması gereklidir. Bununla birlikte araştırmacının karşılaştığı bu duruma yönelik yaptığı ve yukarıda özetlenen literatür taramasında, eşitsizlikler konusunu odağa alan çalışmaların ekseriyetle tek değişken barındıran eşitsizlikleri konu edindiği anlaşılmaktadır. Dolayısıyla, bu çalışmanın literatürde yer alan bu boşluğa katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Buradan hareketle bu araştırmada üniversite 1. sınıfta öğrenim görmekte olan ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının iki değişkenli eşitsizliklerin farklı gösterimlerini oluşturabilme performanslarını incelemek ve bu hususta yaptıkları hataları ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda araştırmada cevap aranacak problemler aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

- Öğretmen adaylarının iki değişkenli eşitsizliklerin çözüm kümelerinin grafiksel ve cebirsel gösterimlerini oluşturmadaki başarıları nedir?
- Öğretmen adaylarının iki değişkenli eşitsizliklerin çözüm kümelerinin grafiksel ve cebirsel gösterimlerini oluşturmada yaptıkları hatalar nelerdir?

### Yöntem

Öğretmenlerin kendi uygulamalarının etkilerine ve/veya öğrencilerinin gösterdiği performansa ilişkin derinlemesine bir anlayış oluşturma amacıyla gerçekleştirdikleri araştırmalar eylem araştırması olarak isimlendirilmektedir (Çepni, 2007). Bu çalışma, araştırmacının kendi öğretim uygulamalarında karşılaştığı bir durumu etraflıca ve sistematik olarak açıklamayı hedeflediğinden bir eylem araştırmasıdır. Collins ve Spiegel eylem araştırmalarının problemin tanımlanması, plan yapma, planı uygulama ve çıktılarının değerlendirilmesi olmak üzere dört aşamadan oluştuğunu belirtmektedir (akt. Çepni, 2007). Bu çalışmada eylem araştırmasının ilk aşaması olan problemin tanımlanması sürecinde elde edilen deneyimler raporlanmıştır.

### Çalışma Grubu

Araştırmanın katılımcılarını bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programının 1. sınıf düzeyinde öğrenim görmekte olan 60 öğretmen adayı oluşturmuştur. Araştırmada veri toplama aracı olarak hazırlanan test öğretmen adaylarına ikinci dönemin sondan ikinci haftasında uygulanmıştır.

### Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak iki kısımdan ve toplamda 8 açık uçlu sorudan oluşan bir test kullanılmıştır. Test uygulanmadan önce öğrenciler testin amacı hakkında bilgilendirilmiş ve testi cevaplamaları için 40 dakikalık süre tanınmıştır. Testin oluşturulmasında araştırmacının kendi öğretim süreçlerinde tank olduğu öğrenci hataları ve zorluklarının yanı sıra literatürde eşitsizlikler konusuna odaklanan çalışmaların rapor ettiği sonuçlar (ör. Tsamir and Almog, 2001; El-khateeb, 2016) göz önünde bulundurulmuştur. Hazırlanan test, çalışmanın amacı doğrultusunda iki kısımdan oluşturulmuştur. Testin birinci kısmında 4 soru yer almaktadır. Bu sorular öğrencilerin, cebirsel olarak verilen eşitsizliklerin çözüm kümelerinin grafiksel gösterimlerini oluşturabilme yeterliliklerini ölçme amacıyla hazırlanmıştır. Testin birinci kısmını oluşturan bu eşitsizlikler Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1

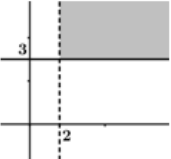
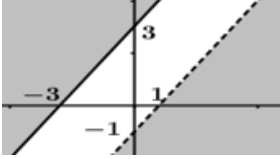
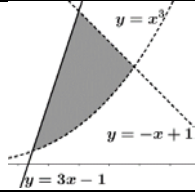
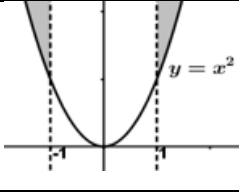
*Testin Birinci Kısmında Yer Verilen Sorular ve Numaraları*

Soru Numarası	Eşitsizliğin Cebirsel İfadesi
1-i	$y \geq x^2 + 1 \vee y < -x$
1-ii	$y > 2 \wedge y < -x^2 - 1$
1-iii	$y > \log_{\frac{x}{3}} \wedge y \leq 3$
1-iv	$(y > x^2 \wedge x < -1 \wedge y < 2) \vee (y > x^2 \wedge x > 1 \wedge y < 2)$

Testin birinci kısmında yer alan sorular ile öğretmen adaylarından, cebirsel olarak temsil edilmiş eşitsizliklerin çözüm kümelerinin grafiksel gösterimini test kağıdında yer verilen Kartezyen koordinat sisteminde oluşturmaları istenmiştir.

Tablo 2

*Testin İkinci Kısmında Yer Alan Bölgeler*

Soru No	Bölge	Soru No	Bölge
2-i		2-ii	
2-iii		2-iv	

Testin ikinci kısmında Kartezyen düzlemde taralı olarak resmedilen dört bölgeye yer verilmiştir. Her bir taralı bölge için öğretmen adaylarından, çözüm kümelerinin grafiksel temsilleri bu taralı bölgeler olan eşitsizliklerin cebirsel ifadelerini yazmaları istenmiştir. Literatürde yer alan çalışmaların mantıksal bağlaçları kullanmada rapor ettikleri zorluklar dikkate alınarak bu kısımda yer verilen sorular bağlaçların doğru kullanılmasını gerektirecek türden hazırlanmıştır. Tablo 2’de testin ikinci kısmında yer verilen taralı bölgeler sunulmuştur.

Hazırlanan test araştırmanın amacından haberdar edilen iki matematik eğitimi alan uzmanı tarafından incelenmiş ve soruların yapı geçerliğinin artırılması sağlanmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda, gerçek sayıların bir özalt kümesinde tanımlı olan bir fonksiyonu içeren bir eşitsizliğin de sorulara dâhil edilmesine karar verilmiştir. Yapılan bu düzenleme sonrası ölçme aracı aynı programın farklı sınıf seviyesindeki bir gruba uygulanarak soruların anlaşılabilirliği test edilmiştir.

### **Verilerin Analizi**

Öğretmen adaylarının teste verdikleri yanıtlar incelendikten sonra cevapları doğru, yanlış ve boş olmak üzere üç kategoriye ayrılarak frekansları belirlenmiştir. Bu doğrultuda doğru matematiksel ifadeler kullanarak doğru yanıtı ulaşan öğrencilerin yanıtları doğru, yanlış matematiksel çıkarımlar ile yanlış sonuca ulaşan öğrencilerin yanıtları ise yanlış olarak kodlanmıştır. Ek olarak, öğrencilerin hata türleri de sınıflandırılmıştır. Güvenirliğin sağlanması amacıyla öğrenci hataları aynı araştırmacı tarafından kodlamalar arası süre bir aydan fazla olacak şekilde farklı zamanlarda kodlanmış ve hataların kaynakları olan kodlar karşılaştırılmıştır. Karşılaştırılan tüm hatalar için hataların kaynaklarını belirten iki kodlama arası uyum %94 olarak hesaplanmıştır. Bu uyum yüzdesi, ulaşılan sonuçların yüksek düzeyde güvenilir olduğunu göstermektedir (Miles and Huberman, 1994). Sonuç olarak öğrenci cevaplarından ortaya çıkan ortak hatalar frekans tablolarıyla sunulmuştur. Hataları temsil eden öğrenci cevapları doğrudan alıntılar yoluyla örneklendirilmiştir.

### **Bulgular**

Bu bölümde araştırmada ulaşılan bulgular farklı gösterim alanlarına ilişkin alt başlıklar halinde sunulmuştur.

### **İki Değişkenli Eşitsizliklerin Çözüm Kümelerinin Grafiksel Temsillerini Oluşturmaya İlişkin Bulgular**

Öğretmen adaylarının iki değişkenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini grafiksel olarak Kartezyen düzlemde oluşturabilme yeterlilikleri ile ilgili kategoriler ve her bir kategoride yer alan öğrenci frekansları Tablo 3’te sunulmuştur.

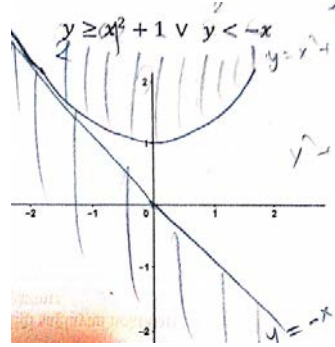
Tablo 3

Grafiksel Temsillerin Oluşturulmasına İlişkin Sorulara Verilen Cevapların Dağılımı

Eşitsizlikler	1-i			1-ii			1-iii			1-iv		
	D	Y	B	D	Y	B	D	Y	B	D	Y	B
Frekans	21	27	12	9	38	13	4	39	17	6	18	36

D: Doğru, Y: Yanlış, B: Boş

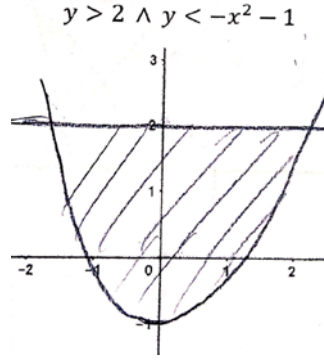
Tablo 3'ten görüldüğü üzere öğrencilerin yaklaşık üçte biri birinci soruyu doğru cevaplamaına rağmen diğer sorulara doğru cevap veren öğrencilerin oranı oldukça düşüktür. Soruları yanlış cevaplayan öğrencilerin çözümleri incelendiğinde ortaya çıkan bu durumun farklı hatalar ve yanlışlardan kaynaklandığı anlaşılmıştır. Öğrencilerin cevaplarında ortaya çıkan hatalardan biri, eşitsizliği oluşturan cebirsel ifadelerin belirlediği eğriler üzerinde yer alan noktaların çözüm kümesine dâhil olup olmadığını eşitsizlik sembolünün eşitlik durumunu içerip içermediği ile ilişkilendirememesidir. Bu türden hataya ilişkin örnek bir öğrenci cevabı Şekil 1'de sunulmuştur.



Şekil 1. Eşitsizlik sembolünün eşitlik durumunu içerip içermediğini dikkate almamaktan kaynaklanan hata

Şekil 1'den görüldüğü üzere, eşitsizlik içerisinde  $y < -x$  ifadesi olmasına rağmen öğrenci  $y = -x$  doğrusu üzerindeki noktaları grafiksel gösterimde çözüm kümesine dâhil etmiştir.

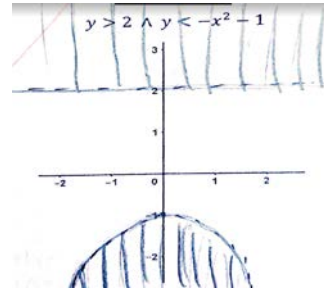
Öğrencilerin eşitsizliklerin çözüm kümelerinin grafiksel temsillerini oluşturma performanslarını olumsuz etkileyen bir diğer faktör fonksiyon grafiklerinin düzlemde doğru oluşturulamamasıdır. Bazı öğrenciler sorularda yer alan fonksiyonların grafiklerini hatalı çizmiş, dolayısıyla eşitsizliğin çözüm kümesinin düzlemdeki görüntüsünü yanlış belirlemiştir. Bu sebepten kaynaklanan hatalı bir öğrenci cevabı Şekil 2'de sunulmuştur.



Şekil 2. Fonksiyon grafiklerini doğru çizememe hatası

Şekil 2'den anlaşıldığı üzere öğretmen adayı  $y = -x^2 - 1$  fonksiyonunun grafiği yerine  $y = x^2 - 1$  fonksiyonunun grafiğini çizmiş dolayısıyla çözüm kümesini yanlış belirlemiştir.

Öğretmen adaylarının eşitsizliklerin çözüm kümelerini doğru temsil edememelerinin bir diğer sebebi, eşitsizliği oluşturan alt eşitsizlikleri birbirine bağlayan mantıksal bağlaçların çözüm kümesindeki rolünü dikkate almamalarıdır. Şekil 3'te bu durumu örnekleyen bir cevap görülmektedir.

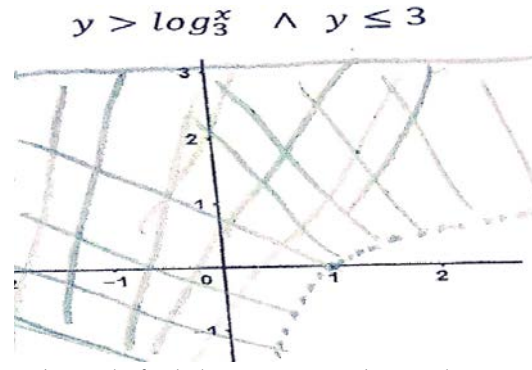


Şekil 3. Çözüm kümesinin belirlenmesinde "∧" bağlacını dikkate almama hatası

Şekil 3'ten anlaşıldığı üzere, eşitsizliğin çözüm kümesi boş küme olmasına rağmen öğretmen adayı "∧" bağlacının çözüm kümesindeki rolünü dikkate almadığından, eşitsizliği oluşturan alt eşitsizliklerin çözüm kümelerinin grafiksel temsillerini oluşturmuş fakat bunların kesişiminin boş küme olması gerektiğini belirleyememiştir.

Bu bağlamda belirlenen hatalardan sonuncusu, öğretmen adaylarının eşitsizliğin çözüm kümesinin grafiksel temsilini oluşturmada eşitsizliği oluşturan fonksiyonların tanım kümelerini dikkate almamalarıdır. Şekil 4'te bu hatayı örneklendiren bir cevap sunulmuştur.





Şekil 4. Eşitsizlikteki cebirsel ifadelerin tanım kümelerini dikkate almama hatası

Şekil 4'te yer alan eşitsizliğin barındırdığı  $y = \log_3^x$  fonksiyonu bağımsız değişkenin sıfır ve negatif değerleri için tanımlı olmamasına rağmen, öğretmen adaylarının bir bölümü bu durumu dikkate almadan apsisi sıfır veya negatif olan noktaları da çözüm kümesine dâhil etmişlerdir.

Ortaya çıkan hataların kaynaklarına ilişkin veriler Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4  
Belirlenen Hataların Kaynakları

Hatanın Kaynağı	f
Eşitsizliğin çözüm kümesinin sınırlarını belirleyen eğriler ile eşitsizlik sembolünün arasındaki ilişkinin dikkate alınmaması	21
Fonksiyon grafiklerinin düzlemde doğru biçimde çizilememesi	18
Mantıksal bağlaçların çözüm kümesine etkisinin dikkate alınmaması	33
Eşitsizliği oluşturan cebirsel ifadeleri anlamsız kılan noktaların dikkate alınmaması	31

### İki Değişkenli Eşitsizliklerin Cebirsel İfadesini Oluşturma Yeterliliklerine ve Hatalara İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının çözüm kümesi grafiksel olarak temsil edilmiş iki değişkenli eşitsizliklerin cebirsel ifadelerini oluşturabilme yeterlilikleri ile ilgili kategoriler ve her bir kategoride yer alan öğrenci frekansları Tablo 5'te sunulmuştur.

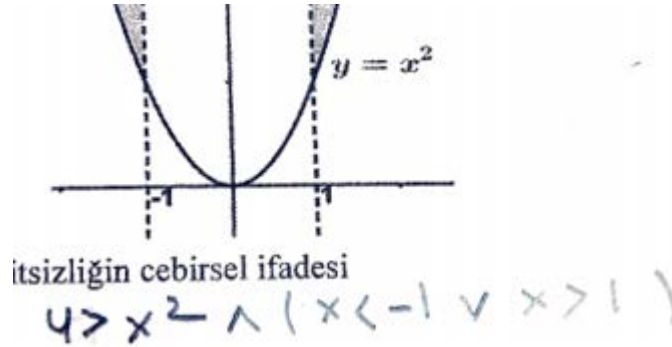
Tablo 5  
Cebirsel Temsillerin Oluşturulmasına İlişkin Sorularda Öğrencilerin Cevaplarının Dağılımı

Sorular	2-i-a			2-ii-a			2-iii-a			2-iv-a		
	D	Y	B	D	Y	B	D	Y	B	D	Y	B
Kategoriler												
Frekans	12	30	18	9	33	18	3	29	28	2	17	41

D: Doğru, Y: Yanlış, B: Boş

Tablo 5'ten görüldüğü üzere öğretmen adaylarının büyük bir bölümü soruları boş bırakmış veya yanlış cevaplamışlardır. Soruları yanlış cevaplayan öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin sergilediği bu performansın farklı hatalardan kaynaklandığı görülmüştür. Testin ilk kısmında yer alan sorulara verilen cevaplarda ortaya çıkan, eşitsizliğin çözüm kümesinin sınırlarını belirleyen eğriler üzerindeki noktaların çözüm kümesine dâhil olup

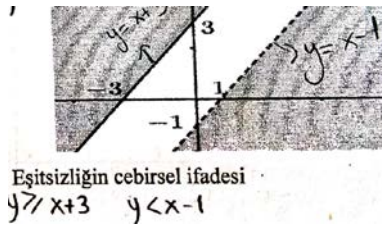
olmaması ile eşitsizlik sembolünün arasındaki ilişkiye dikkat etmeme durumuna bu kısımda da rastlanmıştır. Şekil 5'te bu durumu örneklendiren bir öğrenci yanıtı görülmektedir.



Şekil 5. Eşitsizliği sağlayan noktaların dikkate alınmaması hatası

Şekil 5'te görüldüğü üzere  $y = x^2$  fonksiyonunu grafiği üzerinde yer alan noktalar çözüm kümesine dâhil olmasına rağmen öğretmen adayı eşitsizliğin cebirsel ifadesini kurarken " $\geq$ " sembolü yerine " $>$ " sembolünü kullanmıştır.

Yapılan incelemede rastlanan bir diğer durum, öğretmen adaylarının bir bölümünün oluşturdukları cebirsel ifadelerde mantıksal bağlaçları kullanmamasıdır. Bu öğrenciler her ne kadar eşitsizliği oluşturan alt eşitsizliklerde doğru eşitsizlik sembollerini kullanmış olsalar da alt eşitsizlikleri mantıksal bağlaçları kullanarak birbirine bağlayamamışlardır. Şekil 6'da bu durumu örneklendiren iki cevap sunulmuştur.



a)

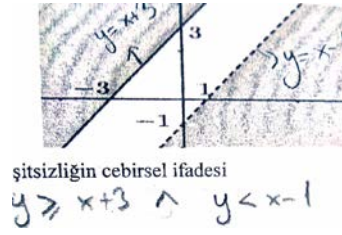


b)

Şekil 6. Mantıksal bağlaçları kullanmama hatası

Şekil 6a'da görüldüğü üzere öğretmen adayı eşitsizliği oluşturan alt eşitsizliklerin cebirsel ifadelerini doğru yazmış olmasına rağmen bu eşitsizlikleri " $\vee$ " bağlacı ile bağlamamıştır. Şekil 6b'de ise bir başka öğretmen adayı benzer olarak alt eşitsizliklerin cebirsel ifadelerini doğru olarak belirlemiş fakat iki ifadeyi ilişkilendirmek için " $\wedge$ " bağlacını kullanmamıştır.

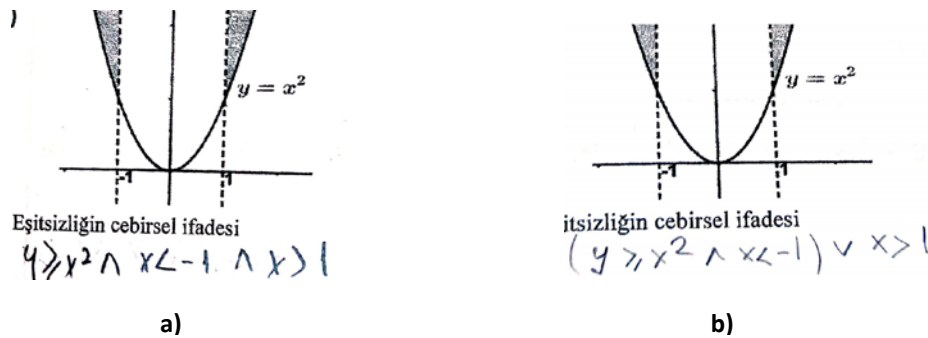
Mantıksal bağlaçların kullanılmasına ilişkin karşılaşılan bir diğer hata ise eşitsizlikleri birbirine bağlamada yanlış bağlacın kullanılmasıdır. Bu durumu örneklendiren bir yanıt Şekil 7'de sunulmuştur.



Şekil 7. Yanlış mantıksal bağlaç kullanımı hatası

Şekil 7'den görüldüğü üzere öğretmen adayı ilgili bölgenin ifade edilmesinde "v" bağlacını kullanması gerekirken "∧" bağlacını kullanarak soruyu yanlış cevaplamıştır.

Bu bölümde belirlenen hatalardan sonuncusu, eşitsizliklerin cebirsel ifadelerini oluştururken parantez kullanımına dikkat etmemekten kaynaklanmaktadır. 2-iv numaralı bölge için verilen yanıtlardan bu durumu örneklendiren iki cevap Şekil 8'de sunulmuştur.



Şekil 8. Parantez kullanımına dikkat etmeme hatası

Yapılan inceleme sonucunda belirlenen hatalara sahip olan öğrencilerin frekansları Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6  
Belirlenen Hataları Sergileyen Öğrenci Frekansları

Hatanın Kaynağı	f
Eşitsizliğin çözüm kümesinin sınırlarını belirleyen eğriler ile eşitsizlik sembolü arasındaki ilişkinin dikkate alınmaması.	19
Eşitsizlik yazımında mantıksal bağlaç kullanılmaması.	25
Eşitsizlik yazımında yanlış mantıksal bağlaç kullanılması.	28
Eşitsizlik yazımında parantez kullanılmaması.	13
Eşitsizlik yazımında parantezin hatalı konumlandırılması.	4

Tablo 6'da yer alan verilerden anlaşılacağı üzere, öğretmen adaylarının büyük bir kısmı eşitsizliklerin yazımında mantıksal bağlaçları kullanmamakta ya da yanlış kullanmaktadır. Yine öğretmen adaylarının önemli bir bölümü, eşitsizliklerin yazımında uygun eşitsizlik sembolünü seçmede başarı gösterememişlerdir.

### Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Etkili bir matematik öğretiminin gerçekleşmesi adına eğitimcilerin üzerine düşen sorumluluklardan birkaçı; sınıflarında yer alan öğrencilerin matematiksel kavramlara ilişkin düşünme biçimlerine aşina olmak, matematik öğrenme sürecinde yaptıkları hataları belirlemek, olası hataların sebeplerini araştırarak bu sebepleri ortadan kaldıracak pedagojik önlemleri almak olarak ifade edilmektedir (Almog and Ilany, 2012). Buradan hareketle bu çalışmada öğrencilerin iki değişkenli eşitsizliklerin grafiksel ve cebirsel gösterimlerini oluşturmadaki performansları ve bu hususta yaptıkları hatalar incelenmiştir. Uygulanan teste verilen cevaplardan elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının cebirsel temsilden grafiksel temsili oluşturmadaki performanslarının grafiksel temsilden cebirsel temsili oluşturma performanslarına göre daha iyi olduğu yönündedir. Bununla birlikte genel olarak testte yer alan sorulara doğru cevap verilme oranı dikkate alındığında, çalışmada odaklanılan ilk sorunun cevabı öğretmen adaylarının büyük bir bölümü için olumsuz yöndedir. Diğer bir ifadeyle, çalışmaya katılan öğretmen adaylarının büyük bir bölümü iki değişkenli eşitsizliklerin cebirsel ve grafiksel gösterimlerini oluşturmada başarı sergileyememiştir.

Ortaya çıkan bu tablonun farklı hatalardan ve yanlışlardan kaynaklandığı görülmüştür. Bu hataların sebeplerinden biri, öğretmen adaylarının eşitsizlik sembolünün eşitlik durumunu içerip içermemesi ile eşitsizliği oluşturan cebirsel ifadelerin düzlemde belirttiği eğriler üzerinde yer alan noktaların çözüm kümesine dâhil olma durumunu ilişkilendirememesidir. Literatürde yer alan araştırmalar da (Almog and Ilany, 2012) öğrencilerin bilhassa eşitsizlik sembolünün eşitlik durumunu içermesini anlamlandırmakta güçlük yaşadığını ifade etmektedir. Buradan hareketle, öğrenim sürecinde aynı cebirsel ifadelerden oluşan fakat eşitlik durumunu içeren ve içermeyen eşitsizliklerin ( $y \geq x^2 \wedge y \leq x$  ile  $y > x^2 \wedge y < x$  gibi) çözüm kümelerinin ele alınarak aralarındaki farklılığın tartışılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Araştırmada ortaya çıkan bir diğer sonuç, öğretmen adaylarının iki değişkenli eşitsizliklerin grafiksel temsillerini oluşturmada fonksiyon grafiklerini çizebilme becerilerinin önemli bir rol oynadığıdır. Öğrencilerin bir bölümü eşitsizlikler içerisinde yer alan cebirsel ifadelerin ifade ettiği fonksiyonların grafiklerini Kartezyen düzlemde oluşturmamaları için eşitsizliklerin çözüm kümelerinin grafiksel temsillerini belirleyememiştir. Tekin, Konyalıoğlu ve Işık (2009) çalışmalarında öğrencilerin fonksiyon grafiklerini oluşturmada zorluklar yaşadığını belirtmektedir. Bu durum dikkate alındığında, iki değişkenli eşitsizlikler konusunun ele alındığı öğretim sürecinin başında öğrencilerin fonksiyon grafiklerinin oluşturulmasına ilişkin ön bilgeleri dikkate alınarak hazır bulunuşluk düzeylerinin artırılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlarda göze çarpan bir diğer husus, eşitsizliklerin cebirsel ifadesini oluştururken mantıksal bağlaçları kullanmamaları veya yanlış kullanmaları ve çözüm kümesinin grafiksel temsili oluştururken mantıksal bağlaçları dikkate almamalarıdır. Ulaşılan bu sonuç literatürde öğrencilerin eşitsizliklerin çözüm kümelerini belirlemede mantıksal bağlaçları kullanma performanslarına odaklanan çalışmaların (Abu Mokh, Othman, and Shahbari, 2019; Tsamir and Almog, 2001) sonuçları ile benzerlik göstermektedir.

Öğrencilerin büyük bir bölümü eşitsizlikler içerisinde yer alan mantıksal bağlaçların çözüm kümesine etkisini dikkate almamıştır. Bu durum öğrencilerin mantıksal bağlaçlar ile kümelerdeki kesişim ve birleşim işlemleri arasındaki ilişkiyi tam olarak tesis edemedikleri şeklinde yorumlanabilir. Örneğin, A ve B sırasıyla  $p(x,y)$  ve  $q(x,y)$  eşitsizliklerinin çözüm kümelerini göstermek üzere, öğrenciler  $p(x,y) \wedge q(x,y)$  eşitsizliğinin çözüm kümesinin  $A \cap B$  kümesi olması gerektiğini bilmemektedir. Buradan hareketle öğretim sürecinde mantıksal bağlaçlar ile bağlanmış bileşik eşitsizliklerin ifade ettiği anlamın küme ve kümelerde işlemler ile yorumlanmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının çözüm kümeleri verilen eşitsizliklerin cebirsel ifadesini oluşturmada gerçekleştirdikleri hatalardan bir diğeri, işlem önceliğini belirtmek için parantez kullanmamaları ya da parantezi hatalı konumlandırmalarıdır. Bu durumun sebebinin de öğretmen adaylarının mantıksal bağlaçlar ile kümelerdeki kesişim ve birleşim işlemleri arasındaki ilişkiyi tesis edememeleri olduğu düşünülmektedir. Bu yönde bir eksiklik oluşmasını önleme adına, öğretim sürecinde aynı cebirsel ifadeler ve mantıksal bağlaçlardan oluşan fakat parantezin farklı konumlandırıldığı  $((y \geq x^2 \wedge x < -1) \vee x > 1)$  ile  $y \geq x^2 \wedge (x < -1 \vee x > 1)$  gibi örneklerin ve bu örneklerin karşılığı olan küme gösterimlerinin  $((A \cap B) \cup C)$  ile  $A \cap (B \cup C)$  gibi tartışılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Testte yer alan 1-iii numaralı eşitsizliğe verilen cevaplar öğretmen adaylarının, eşitsizliklerin çözüm kümesini belirlemede eşitsizliği oluşturan cebirsel ifadeleri tanımsız yapan noktaları dikkate almadıklarını ortaya çıkarmıştır. Bunun sonucu olarak öğrencilerin bir kısmı,  $y = \log_3 x$  fonksiyonunun tanımlı olmadığı bölgelerdeki noktaları da eşitsizliğin çözüm kümesine dâhil ettikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının cevaplarından ortaya çıkan bu hatanın sebebinin, iki değişkenli eşitsizliklerin grafiksel temsillerini oluşturma problemlerinde başvurulan "eğer  $>$  sembolü varsa grafiğin üstünü, tersi durumda altını karala" veya "grafiğin üstünde ya da altında bir nokta al; eşitsizliği sağlıyorsa noktanın bulunduğu bölgeyi sağlamıyorsa diğer bölgeyi karala" ezbere kurallardan kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer olarak Switzer (2014) ve Moon (2019), öğrencilerin eşitsizliklerin grafiksel gösterimlerini oluşturmada çözüm kümesi içerisinde yer alan noktaların eşitsizlikle olan ilişkisini dikkate almaktan ziyade yukarıda ifade edilen türden ezbere prosedürlere başvurduklarını ifade etmektedir. Buradan hareketle öğretim sürecinde ele alınan problemlere gerçek sayıların tamamında tanımlı olmayan fonksiyonları içeren eşitsizliklerin dâhil edilmesinin ve yukarıda ifade edilen ezber türünden kuralların geçerliliğinin sorgulanmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

### Kaynakça

- Abu Mokh, R., Othman, A., and Shahbari, J. A. (2019). Mistakes made by students with logical connectives when solving equations and inequalities, and how teachers assess these mistakes. *International Journal of Research in Education and Science*, 5(2), 421-428.
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.

- Almog, N., and Ilany, B. (2012). Absolute value inequalities: High school students' solutions and misconceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 81(3), 347-364. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9404-z>
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayınları.
- Blanco, L. J., and Garrote, M. (2007). Difficulties in learning inequalities in students of the first year of pre-university education in Spain. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 3(3), 221-229. <https://doi.org/10.12973/ejmste/75401>
- Çepni, S. (2007). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Çiltaş, A., and Tatar, E. (2011). Diagnosing learning difficulties related to the equation and inequality that contain terms with absolute value. *International Online Journal of Educational Sciences*, 3(2), 461-473.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- El-khateeb, M. (2016). Errors analysis of solving linear inequalities among the preparatory year students at King Saud university. *Journal of Education and Practice*, 7(12), 124-133.
- Halmaghi, F. E. (2011). *Undergraduate students' conceptions of inequalities* (Doctoral dissertation, Simon Fraser University). 12.5.2019 tarihinde <http://summit.sfu.ca/item/11577> adresinden ulaşılmıştır.
- Makonye, J., and Shingirayi, M. (2014). The obstacles faced by the learners in the learning of quadratic inequalities. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 5(27), 716-725. <https://doi.org/10.5901/mjss.2014.v5n27p716>
- Miles, M. B., and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*. London: Sage Pub.
- Moon, K. (2019). Graphs of two-variable inequalities: Alternate approaches to the solution test. *The Mathematics Enthusiast*, 16(1-3), 107-126.
- Switzer, J. M. (2014). Graphing inequalities connecting meaning. *The Mathematics Teacher*, 107(8), 580-584. <https://doi.org/10.5951/mathteacher.107.8.0580>
- Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. (2007). 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(32), 274-281.
- Tekin, B., Konyalıoğlu, A. C. ve Işık, A. (2009). Ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizebilme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 17(3), 919-932.
- Tsamir, P., and Almog, N. (2001). Students' strategies and difficulties: the case of algebraic inequalities. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(4), 513-524. <https://doi.org/10.1080/00207390110038277>
- Ulusoy, S. (2018). Matematik öğretmenlerinin 9. ve 10. sınıf programını uygularken karşılaştığı sorunlar ve çözüm önerileri. *Bartın Üniversitesi Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 2(1), 52-67.
- Yazır, F. ve Akkoç, H. (2017). Meslek lisesi 9. sınıf öğrencilerinin ortaöğretim matematik öğretim programındaki cebir konularına ait kavramsal ve

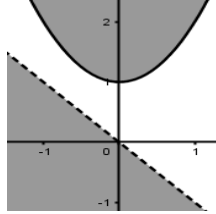
işlemsel bilgi yeterlilikleri. *Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), 34-54.

Ek 1.

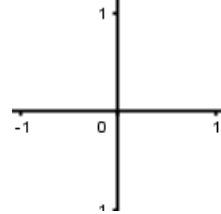
### Testte Yer Alan Sorular ve Cevapları

1. Aşağıdaki şıklarda iki değişkenli eşitsizlikler cebirsel ifadeleriyle verilmiştir. Eşitsizliklerin çözüm kümelerinin grafiksel temsilini analitik düzlemde çizerek belirtiniz. Soruları boş bırakabilirsiniz.

i)  $y \geq x^2 + 1 \vee y < -x$

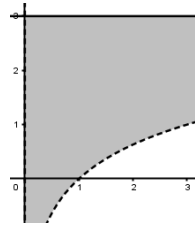


ii)  $y > 2 \wedge y < -x^2 - 1$

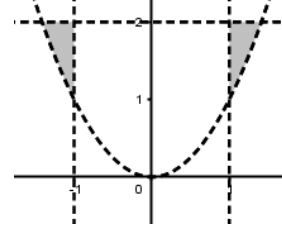


(Boş küme)

iii)  $y > \log_3^x \wedge y \leq 3$

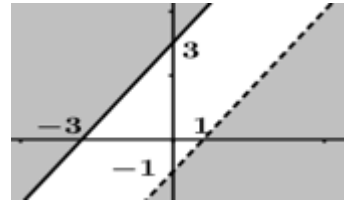
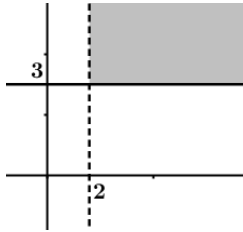


iv)  $(y > x^2 \wedge x < -1 \wedge y < 2) \vee (y > x^2 \wedge x > 1 \wedge y < 2)$



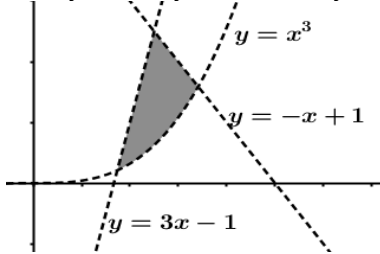
2. Aşağıdaki her şıkta 2 değişkenli bir eşitsizliğin çözüm kümesi grafiksel olarak verilmiştir. Verilenlerden hareketle her bir eşitsizliğin cebirsel ifadesini ilgili yerlere yazınız. Soruları boş bırakabilirsiniz.

i) Eşitsizliğin cebirsel ifadesi:  $y \geq 3 \wedge x > 2$       ii) Eşitsizliğin cebirsel ifadesi:  $y \geq x + 3 \vee y < x - 1$



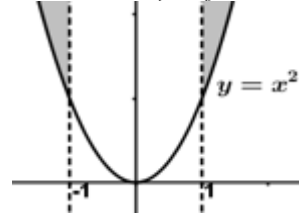
iii) Eşitsizliğin cebirsel ifadesi:

$$y > x^3 \wedge y < -x + 1 \wedge y < 3x - 1$$



iv) Eşitsizliğin cebirsel ifadesi:

$$(y \geq x^2 \wedge x < -1) \vee (y \geq x^2 \wedge x > 1)$$



## Summary

### Introduction

One of the topics addressed in the context of algebra is the subject of inequalities. Inequalities play an important role in mathematics learning, as they are directly

related to many mathematical subjects (Almog and Ilany, 2012). Moreover, because knowledge of inequalities complements the concept of equality, it is critical to the conceptual understanding of the solution of equations (Tsamir and Almog, 2001).

Various studies in the literature reveal that students have difficulties in solving inequalities, as well as expressing and interpreting their solutions (Blanco and Garrote, 2007; Halmaghi, 2011). Research also indicates that students do not see a difference between solving an equation and finding the solution sets of inequalities. This issue is considered to be one of the reasons for difficulties in learning this important concept (Almog and Ilany, 2012; Makonye and Shingirayi, 2014; Yazır and Akkoç, 2017). Yazır and Akkoç (2017), for instance, suggested that this situation is triggered by students' over-generalization of the statements that teachers use in teaching the solution of equations. Moreover, El-khateeb (2016) found that students tended to follow invalid steps in the arithmetic operations they carried out in the process of solving inequalities.

The impetus to conduct the current study was the researcher's classroom observations regarding the difficulties that students experience in forming and interpreting different representations of two-variable inequalities in undergraduate courses. For example, the majority of students are not successful in determining and drawing the domains of two-variable functions in the plane or in redefining the region of a double integral when the order of integration is changed. As such, in order to develop meaningful learning regarding two-variable inequalities and related content in the future, students' learning difficulties and errors must be taken into account. However, in the literature review summarized above, the studies that focused on the teaching and learning of inequalities mainly concentrated on one-variable inequalities. To address this gap in the literature, the researcher in this case focused on students' difficulties in the context of two-variable inequalities. With this in mind, this study aimed to examine the performance of elementary mathematics teacher candidates in the first year of their university program in constructing different representations of two-variable inequalities, as well as to reveal their possible errors. Accordingly, the problems to be addressed in the study are as follows:

- How did students perform in constructing graphical and algebraic representations of solution sets of two-variable inequalities?
- What mistakes did students make in constructing graphical and algebraic representations of the solution sets of two-variable inequalities?

### Method

The participants in the study consisted of 60 students who were studying in the first year of an elementary mathematics teacher preparation program at a state-run university. The data were collected through a test that comprised two sections and included 8 open-ended questions. The test was administered in the second-to-last week of the second semester. Before the test was applied, the students were informed about the purpose of the test, and 40 minutes were allotted to complete the test items. In developing the test, the student errors and difficulties that the researcher had witnessed in the teaching processes, as well as the results reported



by the studies in the literature focusing on inequalities (e.g., Tsamir and Almog, 2001; El-khateeb, 2016), were taken into consideration. The first section of the test included 4 questions. These questions aimed to assess the students' competency in producing graphical representations of the solution sets of inequalities that were presented in algebraic form. The second section of the test included 4 shaded regions in the Cartesian coordinate plane. For each of the shaded regions, the students were asked to produce the algebraic representation of the inequality whose solution was that shaded region. In the preparation of the questions in this section, the difficulties reported in the literature in using logical connectives were taken into account.

### Results

When the answers given by the pre-service teachers to the questions in the first section of the test were examined, it was determined that they encountered a number of difficulties in constructing the graphical representations of the solution sets of the inequalities. One of the difficulties was that the students could not relate the inclusion of the points on the curves determined by the algebraic expressions to the solution set with the inequality sign. Another difficulty was the inability to draw the graphs of the functions in the questions on the plane; and a further reason that students were unable to represent the solution sets of the inequalities correctly was that they did not take into account the role of logical connectives in forming the solution sets. One last difficulty identified in this context was that students did not take into account the domain of the functions that formed the inequality in determining the graphical representation of the solution.

### Discussion

The findings revealed that some of the students misused the logical connectives in presenting the algebraic expressions of the inequalities and did not take into account the logical connectives in determining the graphical representations of the solution sets. This finding is consistent with the results of numerous studies (e.g., Abu Mokh, Othman, and Shahbari, 2019; Tsamir and Almog, 2001) in the literature. Most of the students in the present study were unaware of how logical connectives affect the solution set of an inequality. This situation indicates that students did not fully recognize the relationship between logical connectives and intersection-union operations on sets. For instance, given A and B as the solution sets of the inequalities  $p(x,y)$  and  $q(x,y)$  respectively, the students did not recognize that the solution set of the compound inequality  $p(x,y) \wedge q(x,y)$  must be the intersection of the sets A and B. Therefore, it is believed that, in the teaching of inequalities, it would be beneficial for students to interpret the solution sets of compound inequalities by using the operations on the sets.

Another common difficulty was that students did not pay attention to the proper use of parenthesis in expressing the algebraic expressions of the inequalities. The reason for this deficiency is also thought to be the failure to establish the relationship between the logical connectives and the operations on the sets. It is believed that comparing the solution sets of the inequalities that consist of the same logical connectives and expressions, but differently located

parenthesis (e.g.  $(y \geq x^2 \wedge x < -1) \vee x > 1$  and  $y \geq x^2 \wedge (x < -1 \vee x > 1)$ ), would help students to better grasp the role of the parantheses on the solution sets of the inequalities.

#### **Araştırmanın Etik Taahhüt Metni**

Yapılan bu çalışmada bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulduğu; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifatın yapılmadığı, karşılaşılabilecek tüm etik ihlallerde “Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi ve Editörünün” hiçbir sorumluluğunun olmadığı, tüm sorumluluğun Sorumlu Yazara ait olduğu ve bu çalışmanın herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiş olduğu sorumlu yazar tarafından taahhüt edilmiştir.

#### **Authors' Biodata / Yazar Bilgileri**

**Erdem ÇEKMEZ** Trabzon Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü'nde doktor öğretim üyesi olarak görev yapmaktadır. Doktora öğrenimini matematik eğitimi alanında Karadeniz Teknik Üniversitesi'nde tamamlamıştır. Araştırmacının ilgi alanlarını analiz öğretimi ve bilgisayar destekli matematik öğretimi oluşturmaktadır.

**Erdem Çekmez** works as an assistant professor doctor at the Mathematics and Science Education Department at Trabzon University. He received his Phd degree in mathematics education at Karadeniz Technical University. His research interests include teaching and learning of calculus, and computer supported mathematics teaching.