



Modeling Processes Performed by 8th Grade Students in Solving the Least Common Multiple (LCM) Mathematic Problems

Özge Erdem Özdemir^{1,a}, Avni Yıldız^{2,b,*}

¹ Ministry of National Education, Zonguldak, Türkiye

² Zonguldak Bülent Ecevit University, Ereğli Faculty of Education, Ereğli, Zonguldak, Türkiye

*Corresponding author

Research Article

Acknowledgment

**This manuscript was part of the first author's master's thesis*

History

Received: 08/04/2022

Accepted: 27/09/2022



This paper was checked for plagiarism using iThenticate during the preview process and before publication.

Copyright © 2017 by Cumhuriyet University, Faculty of Education. All rights reserved.

ABSTRACT

The aim of the research is to determine which mathematical modeling steps and levels students have reached in activities that require mathematical modeling involving The Least Common Multiple (LCM) problems. The participants were 25 8th grade students. In the research, data collection tools such as interviews, observations, student diaries, worksheets containing mathematical modeling activities were used. There were four worksheets and each of them was applied to the students two hours a week. This research has been evaluated by using descriptive analysis method. As a result of the study, the problems were generally understood, the groups who understood the problem could make assumptions and the mathematization step could be reached. In addition, many groups could not reach the steps of verifying the solution, interpreting the solution, explanation and reporting. On the other hand, the majority of the groups reached level 3 in the first and second activities most of the groups reached level 2 in the third activity, and many groups reached level 1 in the fourth activity. In accordance with the results, it seems that mathematical modeling problems should be included in the courses more often in order for students to reach the aimed mathematical modeling steps and levels.

Keywords: mathematical modeling, LCM problems, modeling steps, modeling levels, mathematical modeling problems.

8. Sınıf Öğrencilerinin EKOK Problemlerinin Çözümlerinde Sergiledikleri Matematiksel Modelleme Süreçleri

Bilgi

#Bu çalışma birinci yazarın yüksek lisans tezinin bir parçasıdır.

**Sorumlu yazar*

Süreç

Geliş: 08/04/2022

Kabul: 27/09/2022

Bu çalışma ön inceleme sürecinde ve yayımlanmadan önce iThenticate yazılımı ile taranmıştır.

Copyright



This work is licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International License

ÖZ

Araştırmanın amacı, EKOK problemleri içeren matematiksel modelleme yapmayı gerektiren etkinliklerde öğrencilerin hangi matematiksel modelleme basamaklarına ve matematiksel modelleme düzeylerine ulaştıklarını belirlemektir. Araştırmanın katılımcılarını 8.sınıfta öğrenim gören 25 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada veri toplama aracı olarak mülakat, gözlem, öğrenci günlükleri ve matematiksel modelleme etkinliklerini içeren çalışma kâğıtları kullanılmıştır. 4 çalışma kâğıdı 4 hafta boyunca haftada 2 saat olacak şekilde öğrencilere uygulanmıştır. Veriler betimsel analiz yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda, genelde problemlerin anlaşıldığı, varsayım yapılabildiği ve matematikselleştirme basamağına ulaşılabildiği görülmüştür. Problemi anlamayan ve matematikselleştirme basamağına ulaşamayan gruplar problemi çözme basamağına da geçirememişlerdir. Ayrıca çözümü doğrulama, çözümü yorumlama ve açıklama-raporlaştırma basamaklarına birçok grup ulaşamamıştır. Diğer taraftan 1. ve 2. etkinlikte grupların çoğunluğu seviye 3 seviyesinde yer alırken, 3. etkinlikte seviye 2, 4. etkinlikte ise seviye 1'de kalmışlardır. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda öğrencilerin istenilen matematiksel modelleme basamaklarına ve matematiksel modelleme düzeylerine ulaşabilmeleri için derslerde matematiksel modelleme problemlerine sık sık yer verilmesi önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme, EKOK problemleri, matematiksel modelleme basamakları, matematiksel modelleme düzeyleri, matematiksel modelleme problemleri.

Giriş

Blum ve Leiss (2007) okulda matematik öğrenmenin amacının matematiksel ya da gerçek yaşam problemlerini çözmek için bilgi, beceri ve yetenekler kazandırmak olduğunu vurgulamışlardır. Matematik eğitiminin hedeflerine göre öğrencilerin birçok alanda başarılı olmaları için müfredat matematiğini bilmeleri ve problem çözebilmeleri, ayrıca matematiksel modelleme de yapabilmeleri gerekmektedir (Kertil, 2008). Matematiksel modelleme sadece matematik alanında değil mimarlık, ekonomi, teknoloji gibi birçok alanda da kullanılmakta olduğu için günümüzde önemli bir yere sahiptir (Tutak ve Güder, 2014). Matematiksel modelleme gerçek yaşam durumlarının matematiksel olarak tanımlanması, formüle edilmesi ve yorumlanması olarak tanımlanmaktadır (Lesh ve Zawojewski, 2007). Bir başka tanımda ise matematiksel modellemenin gerçek yaşam durumlarını matematiksel sembollerle analiz etme, tahmin yürütme ve anlamlandırma süreci olduğu belirtilmiştir (Garfunken, Montgomery, Bliss, Fowler, Galluzzo, Giordano, Godbold, Gould, Levy, Libertini, Long, Malkevitch, Pollak, Teague, Van Der Kooji ve Zbiek, 2016).

Matematiksel modellemenin önemine dair literatürde birçok çalışma vardır. Örneğin Doruk ve Umay'ın (2011) çalışmalarında, matematiksel modelleme içeren etkinliklerin öğrencilerin günlük hayatta karşılaşılabilecekleri problemlerde matematikten yararlanma düzeylerini artırabildiği görülmektedir. Matematiksel modellemenin bir başka önemi ise sınav başarısını artırmasıdır. Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı'nda (PISA) ülkemizin 2018 yılında matematik alanındaki sıralaması 79 ülke arasında 42. olarak tespit edilmiştir (MEB, 2019). Çoksöyler'e (2020) göre bu sonuç öğrencilerin gerçek hayat problemlerinde ve matematiksel modellemede istenilen düzeyde olmadıklarını göstermektedir.

Stilman, Galbraith, Brown ve Edwards (2007) matematiksel modellemede matematiğe odaklanıldığını ve çözüm için kullanılacak matematiğin nereden bulunacağı sorusuna cevap arandığını belirtmişlerdir. Matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecinde kullanılacak modelleme basamaklarını Berry ve Houston (1995), Borremeo Ferri (2006), Blum ve Borremeo Ferri'nin (2009) yapmış olduğu çalışmalardan derleyen Çelikkol (2016), problemi anlama, varsayımda bulunma, matematikselleştirme, problemi çözme, çözümü yorumlama, çözümü doğrulama, açıklama ve raporlaştırma olarak belirlemiştir. Matematiksel modelleme basamaklarını Çelikkol (2016) aşağıdaki gibi tanımlamıştır.

- Problemi anlama: Gerçek hayattaki durumları anlama ve önemli verileri belirleme becerisi.
- Varsayımda bulunma: Problemdeki verilerin incelenmesi, matematiksel ilişkiler ve bağlantılar kurularak çözüm için sözel model oluşturulması.
- Matematikselleştirme: Sembollerle veya sayılarla temsil edilen sözel bir modelin matematiksel bir model haline getirilmesi.

- Problemi çözme: Oluşturulan matematiksel bir modelin problem içindeki veriler kullanılarak çözülmesi, varsayımda bulunabilmek için değişkenlerin gözden geçirilmesi.
- Çözümü yorumlama: İlk problem durumunun elde edilen sonuçlarla ne derece tutarlı olduğunu sözlü bir şekilde ifade edebilme.
- Çözümü doğrulama: Elde edilen matematiksel modelin farklı uygun verilerle birlikte tekrar kullanılması ve bu adımda geriye dönük düzeltmelerin yapılarak varsayımlarda bulunulması.
- Açıklama, raporlaştırma: Çözümle ilgili sunum yapılarak çözümün açıklanması.

Problemin çözüm aşamasında öğrencilerin ulaştıkları matematiksel modelleme düzeyleri ise seviye 0, seviye 1, seviye 2, seviye 3 olarak belirlenmiş ve aşağıdaki gibi (Llinares ve Roig, 2008) açıklanmıştır.

- Seviye 0: Öğrenci etkinliği başlatamaz ve problem durumunu açıklayamaz. Bazen problemi anlamış gibi görünse de anlamlı ilişkiler kuramaz.
- Seviye 1: Öğrenci hedefini gerçekleştirmeye başlar ve problemde bulunan ilişkileri belirler. Ancak problem tam olarak anlaşılmamıştır. Öğrenci çözüm için etkili bir model oluşturamaz.
- Seviye 2: Öğrenci problemi anlar ve çözüm için bir model oluşturur. Ancak öğrenci oluşturduğu modeli son kararı için uygun bir şekilde kullanamaz.
- Seviye 3: Öğrenci problemin çözümü için bir model oluşturur ve istenilen sonuca ulaşmak için modelini uygun bir şekilde kullanır.

Kocayayla (2019) öğrencilerin bir seviyeyi gerçekleştirmeden diğer seviyeye geçemediklerini ve etkinliklerle aşamalı olarak gelişim gösterdiğini gözlemlemiştir. Aydın Güç (2015) öğrencilerin yetersiz oldukları basamaklarda alt yeterliklerinin belirlenmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu nedenlerle öğrencilerin matematiksel modelleme basamaklarına ulaşabilmeleri için düzeylerinin de araştırılması ve belirlenmesinin önemli olduğu söylenebilir.

Matematiksel modelleme ile ilgili son zamanlarda öğrencilerle yapılan çalışmalarda çoğunlukla modelleme süreci (Çoksöyler, 2020; İnan, 2018; Didiş Kabar ve İnan, 2018) ve matematiksel modellemenin başarıya etkisi (Çelikkol, 2018; Yurtsever, 2018; Zihar 2018) üzerine araştırmaların yapıldığı gözlemlenmiştir. Alkan (2019) matematiksel modelleme etkinlikleriyle yapmış olduğu çalışmasının, öğrencilerin okuduğunu anlama becerilerinde pozitif yönde bir etkisi olduğunu ve ayrıca öğrencilerin modelleme yeterliği puanlarının da arttığını gözlemlemiştir. Perk (2019) matematiksel modelleme yönteminin fonksiyonlar konusunun öğretiminde öğrencilerin başarısında olumlu bir etki gösterdiğini belirlemiştir. Yine benzer şekilde Çiltaş ve Muşlu (2016)'da araştırmalarında matematiksel modellemenin doğal sayılarla işlemler konusunda öğrenci başarısını hangi yönde etkilediğini araştırmış ve olumlu yönde bir artış olduğunu gözlemlemiştir.

Matematiksel modellemeyle ilgili yukarıdaki araştırmalardan yola çıkılarak bu araştırmada en küçük ortak kat (EKOK) problemleri etkinliklerinin hazırlanmasına karar verilmiştir. Çünkü EKOK problemleri gerçek hayatta karşılaşılabilecek bir konudur (Toğrul, 2014). Fakat Yayla (2016) EKOK konusunda 6. sınıf öğrencilerinin zorlandığını tespit ederken, Cumhur ve Elmas Baydar (2017) öğrencilerin EBOB-EKOK konusunu anlamakta zorlandıklarını ve bu konulardaki problemlerle karşılaştıklarında fikir yürütemediklerini belirlemişlerdir. Bu düşünce doğrultusunda bu araştırma, hazırlanan etkinlik kâğıtları ile öğrencilerin ulaşabildikleri matematiksel modelleme basamakları ve matematiksel modelleme düzeylerinin belirlenmesini sağlayacağı için öğrencilerin EKOK konusunda matematiksel model problemlerini çözme aşamasında karşılaştıkları zorlukları ortaya çıkarabilmek açısından da önemli bir yere sahiptir.

EKOK ile ülkemizde yapılan araştırmalar incelendiğinde genelde öğrencilerle (Başun ve Doğan, 2020; Hacısalihoğlu Karadeniz, Kıdıl ve Erol, 2019) yürütüldüğü, birçok çalışmanın yöntem olarak deneysel yöntemi (Başun ve Doğan, 2020; Korkmaz ve Korkmaz, 2017) ve durum çalışması yöntemini (Hacısalihoğlu Karadeniz, Kıdıl ve Erol, 2019; Toğrul, 2014) kullandıkları belirlenmiştir. Veri toplama araçları olarak ise mülakat (Çubukluöz, Adıgüzel, Gökkurt Özdemir ve Akkaya, 2018; Puzmaz ve Küpcü, 2010) ve testlerin (Başun ve Doğan, 2020) tercih edildiği belirlenmiştir.

Ulusal alan yazın incelendiğinde matematiksel modelleme ile EKOK konusunu ilişkilendiren Ata Baran'ın (2019) yaptığı bir çalışmaya rastlanılmıştır. Fakat araştırmacının amacı, matematiksel iletişim ve matematiksel okuryazarlık bağlamında öğrencilerin modelleme problemlerindeki durumunu araştırmaktır. Oysa bu çalışmada, EKOK ile ilgili matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrencilerin hangi matematiksel modelleme basamaklarına ve matematiksel modelleme düzeylerine ulaştıklarını belirlemek amaçlanmıştır. Öğrencilerin EKOK problemleriyle hazırlanan modelleme etkinliklerini grup arkadaşlarıyla çözerek matematiksel modelleme basamaklarında ilerleyişlerinin incelenmesi açısından bu araştırmanın önemli olduğu düşünülmektedir. Ayrıca öğrencilerin ulaştıkları matematiksel modelleme basamakları ile matematiksel modelleme düzeylerinin araştırılması, öğrencilerin model oluşturma sürecinde karşılaştıkları güçlükleri ortaya çıkarabileceği gibi öğrencilerin EKOK konusunda günlük hayat bağlamı problemlerin çözümlerinde nerelerde zorlandıklarının belirlenmesinde de önemli bir yere sahip olabilecektir. Diğer taraftan Çoksöyler'in (2020) modelleme problemleriyle uğraşan öğrencilerin süreçte ilerleme gösterdiklerinin ancak yorumlama, doğrulama yapamadıkları sonucunun, bu çalışmada da tekrarlanıp tekrarlanmayacağına tespit edilecek olmasının literatüre önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Araştırmanın problemi "EKOK problemleri ile hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrencilerin matematiksel modelleme basamakları ve

matematiksel modelleme düzeyleri nelerdir?" şeklinde belirlenmiştir. Bu probleme yönelik aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

- EKOK problemleri ile hazırlanan etkinliklerde öğrenciler hangi matematiksel modelleme basamaklarına ulaşmışlardır?

EKOK problemleri ile hazırlanan etkinliklerde öğrencilerin matematiksel modelleme düzeyleri nedir?

Yöntem

Araştırma Deseni

Bu araştırmada öğrencilerin EKOK ile ilgili hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinde matematiksel modelleme basamakları ve matematiksel modelleme düzeyleri ayrıntılı olarak kendi sınıf ortamlarında derinlemesine inceleneceği için durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Özel ve karmaşık bir durumun veya olayın kendi koşulları içerisinde incelenmesine durum çalışması denilmektedir (Sönmez ve Alacapınar, 2011).

Araştırmanın Katılımcıları

Bu araştırma 2019-2020 eğitim öğretim yılında Zonguldak'ta bir devlet okulunun 8.sınıfında öğrenim gören 25 öğrenci ile yapılmıştır. Araştırmada 19 kız 6 erkek öğrenci ile çalışılmıştır. Seçilen öğrenci grubu araştırmacının derslerine girdiği öğrencilerden oluşmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin daha önceki notları göz önünde bulundurulduğunda başarı düzeylerinin orta seviyede olduğu bilinmekteydi. Öğrenciler belirlenirken akademik başarılarına göre çalışmaya dâhil edildikleri için amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilerin araştırmaya dâhil olmaları noktasında gönüllülükleri de esas alınmıştır. Araştırmada öğrencilerin isimleri kodlanmıştır (K1, K2, K3, , K18, K19, E1, E2, , E6).

Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada gözlem, mülakat, öğrenci günlükleri kullanılmıştır. Ayrıca matematiksel modelleme etkinliklerini içeren çalışma kâğıtları da veri toplama aracı olarak kullanılmıştır.

Araştırmacı, araştırmayı yaptığı devlet okulunda matematik derslerine girdiği öğrencilerle çalışmasını gerçekleştirmiştir. Bu yüzden uygulama yapılırken araştırmacı sınıf ortamında bizzat bulunmuş ve gözlemler yapmıştır. Yapılan gözlemler not alınmış ve ses kaydı alınarak problemlerin çözüm aşamasında öğrencilerin aralarında yaptıkları tartışmalar da not alınmıştır.

Etkinliklerin uygulandığı sırada düşüncelerini rahat bir şekilde ifade edemeyen öğrencilerin olabileceği düşüncesiyle öğrencilerden günlük yazmaları istenmiştir. Bu bağlamda her etkinliğin sonunda öğrencilerden etkinlik boyunca hangi yöntemleri kullandıkları, etkinlikle ilgili neler düşündükleri ve nerelerde zorlandıkları hakkında günlük yazmaları istenmiştir.

Her etkinliğin sonunda ise gönüllü olan öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Öğrencilerin zorlandıkları aşamalar, kullandıkları yöntemler ve çözüm

için yaptıkları yorumlar hakkında bilgiler elde edilmeye çalışılmıştır.

Bir diğer veri toplama aracı olarak EKOK konusu ile ilgili matematiksel modelleme yapmayı gerektiren problemlerin olduğu çalışma kâğıtları hazırlanmıştır. Hazırlanan çalışma kâğıtları Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2018), Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Ders Kitabı (Serfiçeli ve Atmaz, 2019) ve Ata Baran'ın (2019) doktora tezinde kullanmış olduğu matematiksel modelleme problemleri temel alınarak hazırlanmıştır. Hazırlanan 4 adet matematiksel modelleme çalışma kâğıtları uzman görüşleri alınarak son hallerini almışlardır. Uzman görüşleri alınırken etkinlikler için "Soru matematiksel modelleme sorusu mu?", "Problem çözülebiliyor mu?", "Problem anlaşılır mı? Anlaşılmıyorsa düzeltilmeli mi?", "8. sınıf seviyesine uygun mu?", "Öğrenciler ortalama kaç dakikada çözülebilir?" soruları yöneltilmiştir. Alınan uzman görüşlerinde problemlerden bazılarının düzeltilmesi istenilmiştir. Örneğin, Boğaziçi Kıtalar Arası Yüzme Yarışı etkinliğindeki bir problem, EKOK problemi olmadığı gerekçesiyle çıkarılmıştır. Oyun Bahçesi etkinliğinde ise problemlerin anlaşılmadığı belirtilmiş ve problem öğrencilerin daha iyi anlayabileceği şekilde tekrar düzenlenmiştir.

EKOK problemleri ile hazırlanan matematiksel modelleme etkinlikleri Tur Otobüsleri, Boğaziçi Kıtalar Arası Yüzme Yarışı, Otobüs Hatları ve Oyun Bahçesi adlı etkinliklerden oluşmaktadır. Tur Otobüsleri Etkinliğinin 1. probleminde müzeyi aynı anda ziyarete gelen turist kafilesi sayısının nasıl değiştiği, 2. probleminde tur otobüslerinin ilk karşılaşma anında ayrı ayrı sefer sayıları, 3. probleminde otobüslerin ikinci karşılaşma gerçekleşene kadar mavi hat otobüsünün yalnız başına kaç sefer yaptığı ve son olarak 4. probleminde ise karşılaşma süresinin 120 dakika olabilmesi için sefer sıklıklarının nasıl düzenlenmesi gerektiğini bulmaları istenmektedir. Boğaziçi Kıtalar Arası Yüzme Yarışı etkinliğinde yarış hattının sağ tarafında cankurtaran teknelerinin, sol tarafında servis teknelerinin olduğu bilgisi verilmiş ve etkinliğin problemde teknelerden karşılıklı olanların sayısını bulmaları istenmektedir. Otobüs Hatları etkinliğinde iki farklı otobüs hattı planı ve bu otobüs hatlarının uzunluklarının eşit olduğu bilgisi verilmiştir. Etkinliğin 1. probleminde A hattını kullanan bir otobüsün aktarma istasyonuna saat kaçta varılacağını, 2. problemde ise iki hattı kullanan farklı otobüsler hakkında bilgiler verilerek Aylin'in evine en kısa sürede gitmesi için hangi hattı seçmesi gerektiğini bulmaları istenmektedir. Son olarak Oyun Bahçesi etkinliğinde dikdörtgen şeklinde bir oyun bahçesi verilmiş ve 1. problemde kenarların uzunluklarının en az kaç metre olacağını bulmaları, 2. problemde de 1. problemde verdikleri cevaba göre 3 metre aralıklarla yerleştirilen direklerin kaç adet olacağını bulmaları istenmektedir.

Verilerin Toplanması

Şahin ve Eraslan (2016) matematiksel modelleme basamaklarını gerçekleştirirken öğrencilerin zorlandıklarını ve öğrencilerin grup çalışmaları ile zorlandıkları basamakları gerçekleştirmeye başladıklarını gözlemlemiştir. Bu nedenle akran etkileşiminin potansiyelinden de yararlanma

düşüncesiyle katılımcılar gruplara ayrılmışlardır. Bu bağlamda öğrenciler, 6 gruba ayrılmış ve her grubun kendilerine isim vermesi istenmiştir. Öğrenciler gruplarına MATEMATİKÇİLER (K1, K2, K3, K4), İRRASYONELLER (E1, K5, K6, K7), BESS (K8, K9, K10, K11), HİBC (E2, K12, E3, K13), RAINBOW (K14, K15, K16, K17, E4) ve MZBS (E5, K18, K19, E6) isimlerini vermişlerdir. Öğrenciler gruplarına isim verirken grubu oluşturan üyelerin isimlerinin baş harflerinden veya bazı Türkçe ve İngilizce kelimelerden yararlanmışlardır. Bu noktada öğrenciler özgür bırakılmıştır. Araştırmada da grupların kendilerine koydukları grup adları değiştirilmeden kullanılmıştır. Diğer taraftan gruplar oluşturulurken akademik başarılarının birbirlerine yakın olmasına dikkat edilmiştir.

4 hafta boyunca haftada 1 etkinlik olacak şekilde öğrencilere uygulanan çalışma kâğıtlarında öğrencilere 1 etkinlik için 2 ders saati süre verilmiştir. Gruplara her hafta birer etkinlik kâğıdı dağıtılmıştır. Öğrenciler grup arkadaşlarıyla etkinliklerdeki problemleri çözerken, araştırmacı gözlem yapmaya başlamış, gruplara çözüm esnasında düşüncelerini anlamak üzere sorular sormuştur. Bu süreçte her grup için birer tane ses kayıt cihazı kullanılmış ve öğrencilerin matematiksel modelleme süreçleri kayıt altına alınmıştır. Etkinlikler sonunda öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmıştır. Öğrencilerin her etkinliğin sonunda yazdıkları öğrenci günlükleri de matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler, çözüm aşamasında kullandıkları yöntemler ve düşünceleri konusunda bilgi edinilmesine yol göstermiştir.

Verilerin Analizi

Öğrencilerin ulaştıkları matematiksel modelleme basamakları ve düzeyleri belirlenirken ses kayıt cihazlarından, araştırmacının yaptığı gözlemlerden, öğrenci günlüklerinden, mülakatlardan ve etkinlik çalışma kâğıtlarından yararlanılarak betimsel analizle veriler değerlendirilmiştir.

Öğrenci gruplarının ulaştıkları matematiksel modelleme basamaklarının bir bütün halinde gözlemlenebilmesi amacıyla her etkinlik için sütun grafikleri oluşturulmuştur. Oluşturulan sütun grafiklerinde Berry ve Houston (1995), Borremeo Ferri (2006), Blum ve Borremeo Ferri'nin (2009) yapmış olduğu çalışmaları derleyen Çelikkol'un (2016) belirlemiş olduğu matematiksel modelleme basamaklarına yer verilmiştir. Bu matematiksel modelleme basamakları; problemi anlama, varsayımda bulunma, matematikselleştirme, problemi çözme, çözümü yorumlama, çözümü doğrulama, açıklama-raporlaştırma basamaklarıdır. Problemi anlama basamağında öğrenci grupları yeterli, kısmen yeterli ve yetersiz kategorilerinde değerlendirilmiş ve yeterli kategorisinde yer alan öğrenci grupları sütun grafiğinde problemi anlama basamağında yer almışlardır. Varsayımda bulunma basamağı ise doğru ve yanlış olarak iki kategoriye ayrılmıştır. Öğrenci grupları doğru veya yanlış varsayımda bulduklarında sütun grafiğinde varsayımda bulunma basamağında yer almışlar hiçbir varsayım yapamayan öğrenci grupları varsayımda bulunmadı olarak değerlendirilmişlerdir. Problemin

çözümü için uygun matematiksel modeli bulan gruplar matematikselleştirme basamağında, doğru sonuca ulaşan gruplar problemi çözme basamağında, çözümünü yorumlayan gruplar çözümü yorumlama basamağında, çözümlerini doğrulamak için farklı bir yöntem daha bulabilen gruplar çözümü doğrulama basamağında ve yaptıkları matematiksel işlemleri sebepleriyle açıklayan gruplar ise açıklama-raporlaştırma basamağında yer almışlardır. Yukarıdaki analiz şeklini örneklendirmek için aşağıda MATEMATİKÇİLER adlı grubun Tur Otobüsleri etkinliğinin 1. problemi için yaptıkları çözüm verilmiş ve analiz süreci anlatılmıştır.

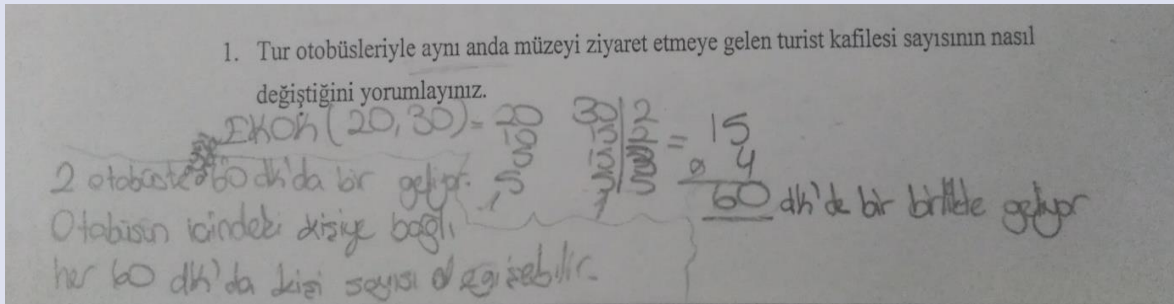
Resim 1'de verilen çözümde görüldüğü gibi grup, 1. problemin çözümü için gerekli olan matematiksel modeli bulmuş ve doğru sonuca ulaşabilmiştir. Ayrıca bu grupta bulunan K2 öğrencisi problemin çözümü için matematiksel işlemler yaptıktan sonra araştırmacı "Bu problemi nasıl çözmeyi düşündünüz?" sorusunu yöneltmiş ve K2 öğrencisi "İki varlıkta aynı anda geldiği için ortak katları yani EKOK'unu bulmayı denedik." cevabını vermiştir. Daha sonra araştırmacı "Neden EKOK'larını bulmayı düşündünüz?" diye sormuş ve yine K2 öğrencisinden "Çünkü ikisi de aynı anda aynı yere geliyorlar." cevabını almıştır. Araştırmacının K2 öğrencisi ile yaptığı bu konuşma öğrencilerin problemi anladıklarını göstermektedir. Çünkü öğrenciler problemin çözümü için gerekli olan EKOK bulma yöntemini kullanacaklarını keşfedebilmişlerdir. MATEMATİKÇİLER grubu öğrencilerinden K3 öğrencisi ise çözümü yorumlama basamağında "İki otobüste aynı anda 60 dakikada geldiği için otobüsün içindeki kişiye bağlı olarak her 60 dakikada bir kişi sayısı değişebilir." yorumunda bulunmuştur. MATEMATİKÇİLER adlı grubun öğrencileri Tur Otobüsleri etkinliğinin 1. probleminde problemi anlamışlar,

varsayımda bulunmuşlar, matematikselleştirmişler ve problemi çözmüşlerdir. Ayrıca öğrenciler çözümlerini yorumladıkları için çözümü yorumlama basamağında da yer almaktadırlar.

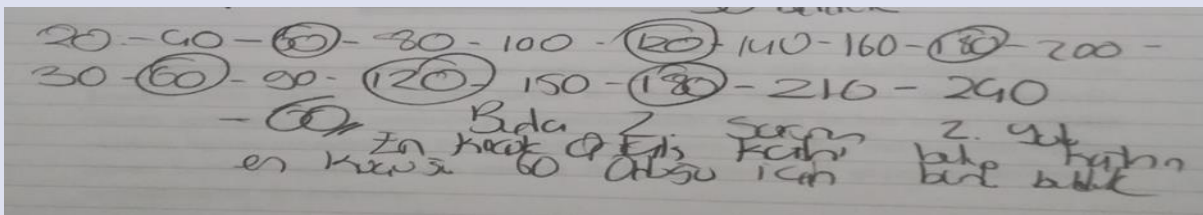
Resim 2'de ise çözümü doğrulama basamağı için yapılan analize örnek verilmiş ve bu süreç anlatılmıştır.

HİBC grubu öğrencileri Tur Otobüsleri adlı etkinliğin 2. probleminde yaptıkları çözümleri doğrulamak için 20 ve 30 sayılarının katlarını tek tek yazmışlar ve daha sonra ortak olan katlarını bulmuşlardır. Yaptıkları bu işlemler sonucunda çözümlerinin doğru olduklarını da kanıtlamışlardır. HİBC adlı grup bu yüzden Tur Otobüsleri adlı etkinliğin 2. probleminde çözümü doğrulama basamağında yer almışlardır.

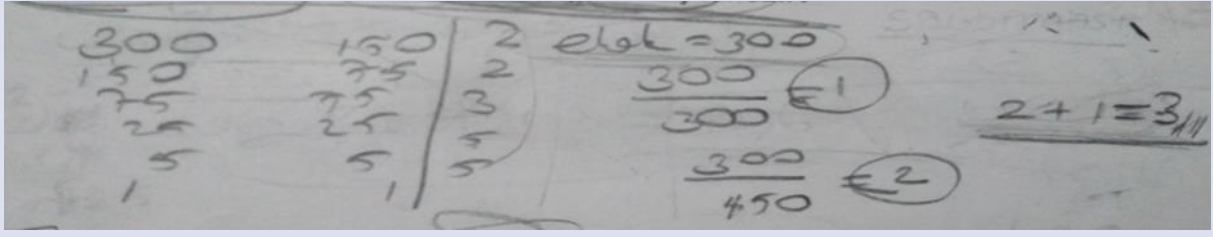
Öğrenci gruplarının ulaştıkları matematiksel modelleme düzeylerini belirlemek amacıyla ise tablolar oluşturulmuştur. Tablodaki matematiksel modelleme düzeyleri Llinares ve Roig (2008)'in belirlemiş olduğu seviyelerdir. Tabloda yer alan matematiksel modelleme düzeyleri belirlenirken ses kayıt cihazlarından, gözlemlerden, öğrencilerle yapılan mülakatlardan, öğrenci günlüklerinden ve etkinlik çalışma kâğıtlarından yararlanılmıştır. Oluşturulan tablolarda problemi anlamayan ve çözüm için uygun matematiksel işlemleri yapamayan gruplar seviye 0, problemin anlaşılması eksik olan ve uygun matematiksel modeli bulamayan gruplar seviye 1, problemi anlayan uygun matematiksel modeli bulan ancak çözüm için kullanamayan gruplar seviye 2, problemi anlayan çözüm için uygun modeli bulan ve doğru sonuca ulaşabilen gruplar seviye 3 düzeylerinde yer almışlardır. Örneğin İRRASYONELLER adlı grup Boğaziçi Kıtalar Arası Yüzme Yarışı adlı etkinlik için yukarıdaki Resim 3'te verilen matematiksel işlemleri yapmışlardır.



Resim 1. MATEMATİKÇİLER grubunun tur otobüsleri adlı etkinliğin 1. problemi için yaptıkları çözüm



Resim 2. HİBC adlı grubun tur otobüsleri etkinliğinin 2. probleminde çözümü doğrulama basamağında yaptıkları işlemler



Resim 3. İRRASYONELLER grubunun Boğaziçi kıtalar arası yüzme yarışları etkinliği problemi için yaptıkları varsayım

Verilerin Geçerlik ve Güvenirliği

Araştırmacı, araştırmacının sonuçlarını etkilememek için dikkatli davranmıştır. Araştırmacı, gruplar arasında gezerken öğrencilerin zorlandıkları durumlarda onlara sorular sormuş, ancak sorulan soruların öğrenci cevaplarını etkilememesi için dikkatli olmuştur. Araştırmacı öğrencileri düşünmeye, grup arkadaşlarıyla tartışarak problemlere çözüm üretmeye yönlendirmeye çalışmıştır. Uygulamanın yapıldığı sınıfın da öğretmeni olduğundan dersler, araştırma yapıyor hissiyatından uzakta işlenmiştir.

Yıldırım ve Şimşek (2008), nitel araştırmalarda, nicel araştırmalardan farklı olarak geçerlik ve güvenirliliğin sağlanması için; inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlılık ve teyit edilebilirlik kavramlarının kullanıldığını belirtmişlerdir. Bu araştırmada da inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlılık ve teyit edilebilirlik kavramları ölçüt olarak alınmıştır.

Araştırmada inandırıcılığın sağlanması için araştırmacı derslerine girdiği ve akademik başarıları hakkında bilgi sahibi olduğu bir öğrenci grubuyla çalışmıştır. Ayrıca verilerin toplanmasında ses kayıt cihazları kullanılarak gözden kaçırılan bir bilgi olmamasına dikkat edilmiştir. Mülakat, gözlem, öğrenci günlükleri gibi birçok veri toplama aracı kullanılarak ulaşılan sonuçların tutarlı olması sağlanmıştır.

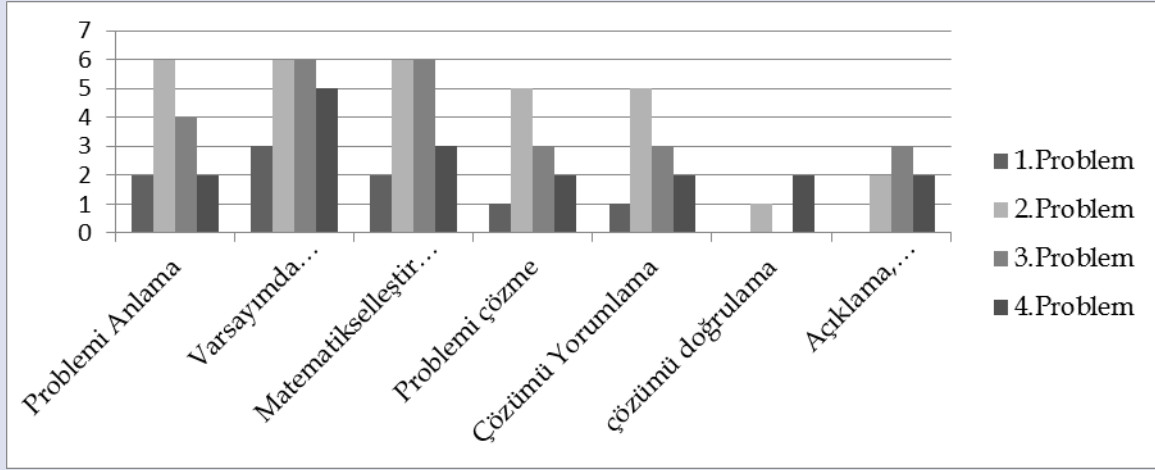
Aktarılabilirliğin sağlanması amacıyla çalışma ortamı, uygulama süreci ve örneklem hakkında bilgiler verilmiştir. Ayrıca bulgularda doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Tutarlılığı sağlamak amacıyla araştırma grubu anlatılmıştır. Etkinliklerde kullanılan çalışma kâğıtları ve veri toplama araçları uzman görüşleri alınarak belirlenmiştir. Veriler değerlendirilirken uzman görüşleri alınmıştır. Güvenirliği belirlemek için Miles & Huberman (1994)'in formülü (Güvenirlik = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)) kullanılmış ve araştırmacının güvenirliliğinin % 97 olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Teyit edilebilirliği sağlamak amacıyla ise elde edilen bütün sonuçlar, öğrencilerle yapılan etkinlikler, kullanılan veri toplama araçları ve analiz şekilleri açıklanmıştır.

Bulgular

Tur Otobüsleri Etkinliğinde Ulaşılan Bulgular

Öğrencilere Tur Otobüsü etkinliği yöneltilmiş ve grupların bu süreçte ulaştıkları matematiksel modelleme basamakları Resim 4'te verilmiştir.

Resim 4'te verilen bilgilerde etkinliğin 1. probleminde 2 grup (MZBS, MATEMATİKÇİLER) problemi anlamış, 3 grup (BESS, MATEMATİKÇİLER, MZBS) varsayımda bulunma basamağını gerçekleştirmiş, 2 grup (MZBS, MATEMATİKÇİLER) matematikselleştirme basamağını gerçekleştirmiş, 1 grup (MATEMATİKÇİLER) problemi çözmüş ve yorumlamış, ancak hiçbir grup çözümü doğrulama ve açıklama-raporlaştırma basamaklarını gerçekleştirmemiştir. Etkinliğin 2. probleminde bütün gruplar (İRRASYONELLER, MATEMATİKÇİLER, BESS, RAINBOW, HİBC, MZBS) problemi anlamış, varsayımda bulunmuş ve matematikselleştirme basamaklarını gerçekleştirmişler, 5 grup (BESS, MATEMATİKÇİLER, RAINBOW, HİBC, MZBS) problemi çözmüş ve çözümlerini yorumlamış, sadece 1 grup (HİBC) çözümü doğrulamış, 2 grup (BESS, MATEMATİKÇİLER) açıklama-raporlaştırma basamağına ulaşmıştır. Etkinliğin 3. probleminde 4 grup (İRRASYONELLER, RAINBOW, HİBC, MZBS) problemi anlamış, bütün gruplar (İRRASYONELLER, MATEMATİKÇİLER, BESS, RAINBOW, HİBC, MZBS) varsayımda bulunmuş ve matematikselleştirme yapmış, 3 grup (RAINBOW, MZBS, HİBC) problemi çözerek çözümlerini yorumlamış ancak hiçbir grup çözümü doğrulayamamış ve 3 grup ise (MZBS, RAINBOW, HİBC) açıklama-raporlaştırma basamağına gerçekleştirmişlerdir. Etkinliğin 4. probleminde 2 grup (MZBS, BESS) problemi anlamış, çözüme ulaşmış, çözümlerini yorumlamış ve doğrulamış ve ayrıca açıklama-raporlaştırma basamağına da gerçekleştirmiş, 5 grup (MZBS, BESS, HİBC, İRRASYONELLER, MATEMATİKÇİLER) varsayımda bulunmuş, 3 grup (BESS, MZBS, HİBC) matematikselleştirmiştir.



Resim 4. Tur otobüsleri etkinliğinde öğrenci gruplarının ulaştıkları matematiksel modelleme basamakları

Tur Otobüsleri etkinliğinde problemi anlama basamağını gerçekleştiren gruplara bakıldığında problemde istenilen durumu açıkladıkları, çözüm için gerekli olan matematiksel işlemleri doğru bir şekilde söyledikleri görülmektedir. Örneğin etkinliğin 1. problemi için MZBS grubu öğrencilerinden E5 öğrencisi "EKOK 120 olacak. Biz EKOK'u 120 olan sayıyı bulmaya çalışacağız" açıklamasında bulunarak problemi anladığını göstermiştir. Bu da grubun problemde sorulan soruyu anladığını göstermektedir. Etkinliğin 2. problemini anlayan BESS grubu öğrencilerden K10 öğrencisi ise "Biri 20 dakikada biri 30 dakikadaysa ikisi de aynı anda olduğunu düşünürsek EKOK bulacağız." açıklamasını yaparak problemi anladıklarını göstermiştir. Etkinliğin 4. problemini anlamayan MATEMATİKÇİLER adlı grup öğrencilerinden K1 öğrencisine ait Resim 5'te verilen öğrenci günlüğüne bakıldığında, öğrenci 4. problemi anlamadıklarını ve çözemediklerini belirtmiştir.

MATEMATİKÇİLER adlı grup öğrencilerinden K3 öğrencisi ise mülakatta sorulan "Etkinlikte sizi zorlayan durumlar oldu mu? Olduysa bu durumu açıklar mısın?" sorusuna "Evet 4. soru bizim grubumuzu biraz zorladı. Bu bizim için bir sorun oldu." diyerek cevap vermiştir. Bu da yine öğrencilerin problemi anlama basamağına ulaşamadıklarını göstermektedir.

Problemin çözümü için varsayımda bulunan gruplar ise çözüme yönelik yapılacak işlemleri açıklamışlardır. Bazı gruplar çözüm için doğru varsayımlarda bulunmuşlar bazıları ise yanlış varsayımlarda bulunmuşlardır. Öğrenciler yanlış varsayımda bulunsalar bile çözüme yönelik bir varsayımda buldukları için varsayımda bulunma basamağına gerçekleştirdikleri kabul edilmiştir. Problemi anlamayan gruplar ise varsayımda bulunamamışlardır. Örneğin Resim 6'da BESS adlı gruba ait etkinliğin 3. problemde yaptıkları varsayım bakıldığında öğrencilerin çözüm için yanlış bir varsayımda buldukları belirlenmiştir. Öğrenciler problemde yalnız başına ifadesine dikkat etmeden problemi çözmüşlerdir. Bu da problemde asıl istenilene dikkat edilmediğini ve yanlış bir varsayımda bulunduğunu göstermektedir.

Problemlerin çözümüne ulaşabilen bazı gruplar çözümlerini yorumlamışlardır. Çözümü yorumlama

basamağına örnek olarak Resim 7'de verilen BESS grubuna ait 2. problemin çözüm kâğıdı incelendiğinde öğrencilerin önce çözümlerini gerçekleştirirken işlemlerini formüle ederek EKOK bulma yöntemini kullandıkları ve matematikselleştirme basamağına ulaşabildikleri, problemlerini doğru bir şekilde çözdükleri, daha sonra buldukları doğru sonucu yorumladıkları görülmektedir.

Tur Otobüsleri etkinliğinde grupların ulaştıkları matematiksel modelleme düzeyleri ise Çizelge 1'deki şekildedir.

Çizelge 1'e göre Tur Otobüsleri etkinliğinin 1. problemde 1 grup (MATEMATİKÇİLER) seviye 3, 1 grup (MZBS) seviye 2, 4 grup (İRRASYONELLER, HİBC, BESS, RAINBOW) seviye 0 düzeyine ulaşabilmiştir. 2. problemde 5 grup (MATEMATİKÇİLER, HİBC, RAINBOW, BESS, MZBS) seviye 3, 1 grup (İRRASYONELLER) seviye 2 düzeyine ulaşabilmiştir. 3. problemde 3 grup (HİBC, RAINBOW, MZBS) seviye 3, 3 grup (İRRASYONELLER, BESS, MATEMATİKÇİLER) seviye 2 düzeyine ulaşabilmiştir. 4. problemde 2 grup (MZBS, BESS) seviye 3, 1 grup (HİBC) seviye 1, 3 grup (RAINBOW, İRRASYONELLER, MATEMATİKÇİLER) seviye 0 düzeyine ulaşabilmiştir.

Seviye 3 düzeyine örnek olarak Resim 8'de verilen çözüme bakıldığında BESS adlı öğrenci grubu, çözüm için doğru olan matematiksel bir model bulmuş ve doğru sonuca ulaşabilmek için bu modeli doğru bir şekilde kullanmıştır. Bu grup etkinliğin 4. problemde matematiksel modelleme düzeylerinden seviye 3'e ulaşabilmiştir.

Seviye 0 da kalan öğrenci gruplarının ise problemi anlamadıkları ve çözüme yönelik bir matematiksel model bulamadıkları belirlenmiştir. Resim 9'da verilen K16 öğrencisine ait öğrenci günlüğüne bakıldığında RAINBOW adlı grubun 4. problemi anlamadığı ve çözemediği belirlenmiştir. K16 öğrencisi günlüğünde "4. soruyu takımca anlamadık." ifadesini kullanmıştır. Bu yüzden RAINBOW grubu 4. problemde matematiksel modelleme düzeylerinden seviye 0'da kalmıştır.

Bugün Matematik dersinde 3 grup çalışması yaptık ve soruları çözdük. Grupları soruları çözdük, tartıştık, soruları bulmayı çalıştık. Bazen sorularda bilgi eksikliği vardı, biz bunları hocaya ve grup arkadaşlarımızla konuşarak çözmeye çalıştık. Grupları soruları çözdük, tartıştık, öğrendik. Sonra tiyatroya hep beraber çözdük. Hocaya nasıl çözdüğümüzü, nerede ne yaptığımızı söyledik. Hata yapmıştık, tekrar tekrar çözmeye çalıştık. Tartıştık, tekrar denedik ama bilgi eksikliğinden fazla çözemedik. 4 soru vardı, 1, 2, 3 soruları çözdük ama 4 soruda bilgi eksikliği vardı, biraz anlamadık.

Resim 5. K1 öğrencisinin tur otobüsleri etkinliğine ait öğrenci günlüğü

3. Topkapı Sarayındaki ikinci karşılaşma gerçekleşene kadar mavi hat otobüslerinin kaç kez yalnız başına Topkapı Sarayında bulunduğunu bulunuz.
Mavi hattaki 60 dakikada 3 kez geliyorsa 120 dakikada 6 kez gelir.

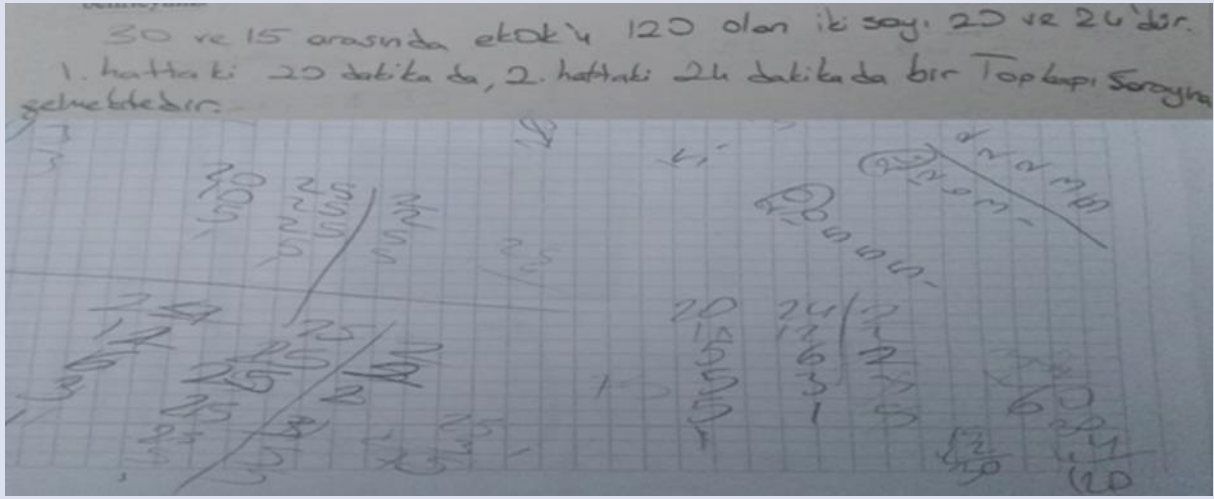
Resim 6. BESS adlı öğrenci grubunun tur otobüsleri adlı etkinliğin 3. probleminde yaptıkları varsayım

2. Mavi ve kırmızı hatlardaki tur otobüslerinin ikisi de Topkapı Sarayında ilk kez karşılaştıklarında ayrı ayrı bu hatlardaki sefer sayılarını hesaplayınız.
 $EKOK(20, 30) = 60$
★ Mavi hattaki 20 dakika da Topkapı Sarayına ulaşıyorsa 60 dakikada 3 kez Topkapı Sarayına ulaşır.
★ Kırmızı hattaki 30 dakika da Topkapı Sarayına ulaşıyorsa 60 dakikada 2 kez Topkapı Sarayına ulaşır.

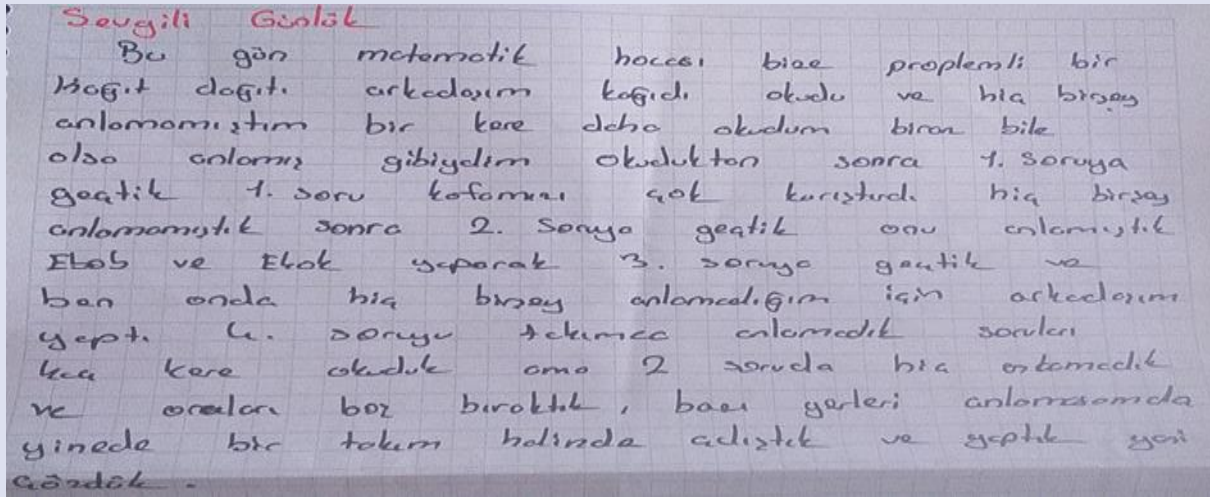
Resim 7. BESS grubunun tur otobüsleri adlı etkinliğinin 2. probleminde yaptıkları çözüm

Çizelge 1. Grupların tur otobüsleri etkinliğinde ulaşabildikleri matematiksel modelleme düzeyleri

	1.Problem	2.Problem	3.Problem	4.Problem
Seviye 0	4	0	0	3
Seviye 1	0	0	0	1
Seviye 2	1	1	3	0
Seviye 3	1	5	3	2



Resim 8. BESS grubunun tur otobüsleri etkinliğinin 4. problemi için yaptığı çözüm



Resim 9. K16 öğrencisinin tur otobüsleri etkinliğine ait öğrenci günlüğü

Boğaziçi Kıtalar Arası Yüzme Yarışı Etkinliğinde Ulaşılan Bulgular

Öğrencilere Boğaziçi Kıtalar Arası Yüzme Yarışı etkinliği yöneltilmiş ve grupların bu süreçte ulaştıkları matematiksel modelleme basamakları Resim 10'da verilmiştir.

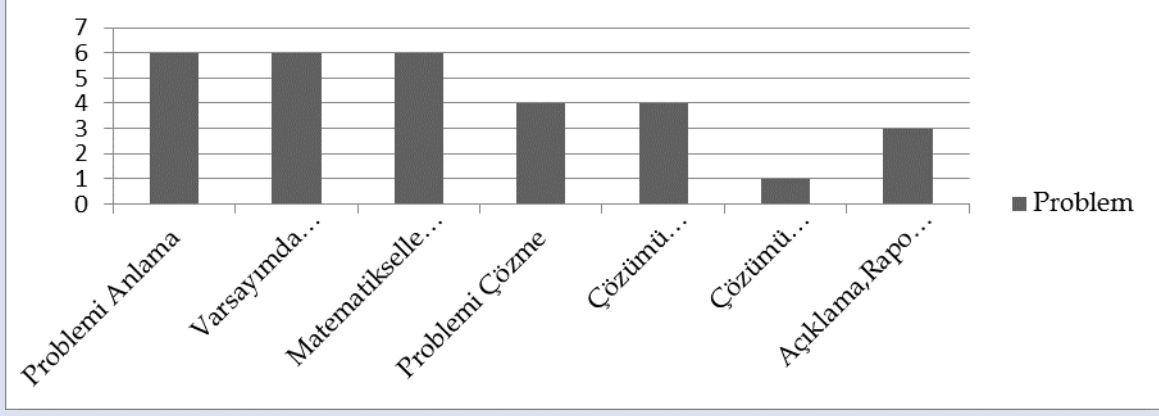
Resim 10'da verilenlere göre etkinliğin probleminde bütün gruplar (MATEMATİKÇİLER, İRRASYONELLER, BESS, HİBC, MZBS, RAINBOW) problemi anlamış, varsayımda bulunmuş ve matematikselleştirme basamağını gerçekleştirmiş, 4 grup (MATEMATİKÇİLER, HİBC, RAINBOW, BESS) problemi çözmüş ve yorumlamış, 1 grup (MATEMATİKÇİLER) çözümü doğrulamış ve 3 grup (BESS, RAINBOW, MATEMATİKÇİLER) açıklama-raporlaştırma basamağını gerçekleştirmiştir.

Etkinlikte verilen problemi bütün gruplar anlamış ve çözüm için varsayımda bulunmaya çalışmışlardır. Problemi anlayan ve problemin çözümü için doğru bir varsayımda bulunma durumuna örnek olarak RAINBOW grubu öğrencilerinden K14 öğrencisi "Hani diyor ya 300 metrede

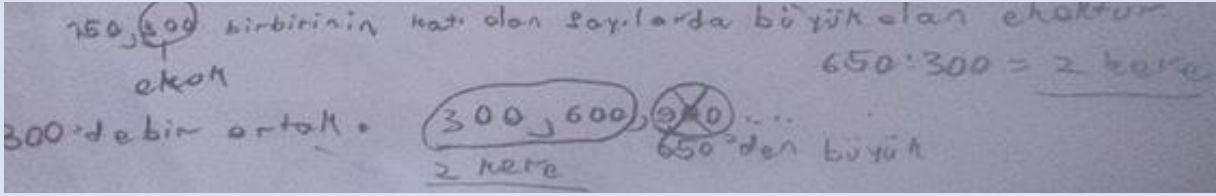
bir cankurtaran 150 de bir servis tekneleri diyor. Yani bunların EKOK'larını bulup kaç tane olduklarını, mesela hani biri 150, biri 300 bunların eşit olduğu yerler karşılıklı olduğu yerdekini soruyor." açıklamasını yapmıştır. Öğrencinin yaptığı açıklama problemde istenileni doğru bir şekilde anlattığı için problemin anlaşıldığını göstermektedir.

Problemin çözümüne yönelik matematiksel işlemler yapma durumuna örnek olarak ise MZBS grubu öğrencilerinin Resim 11'de verilen varsayımı verilebilir.

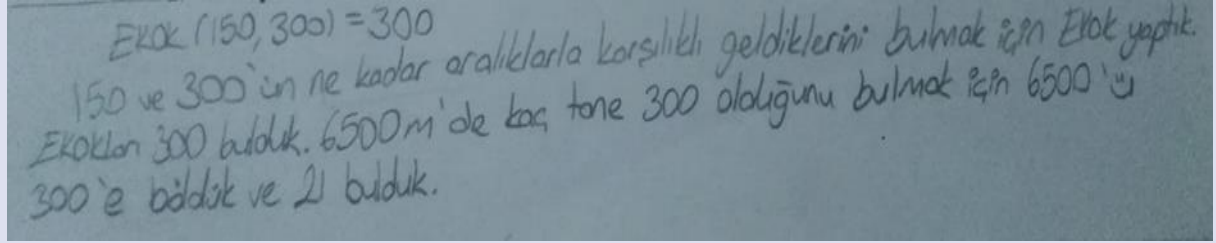
Öğrenciler çözüm için doğru bir matematiksel model olan EKOK yöntemini kullanmışlar ve matematikselleştirme basamağını gerçekleştirmişlerdir. Ancak öğrencilerin Resim 11'de yapmış oldukları varsayım problemin çözümü için doğru olmamıştır. Ancak öğrenciler çözüm için yine de bir varsayım yapmış oldukları için basamağı gerçekleştirdikleri kabul edilmiştir.



Resim 10. Boğaziçi kıtalar arası yüzme yarışı etkinliğinde öğrenci gruplarının ulaştıkları matematiksel modelleme basamakları



Resim 11. MZBS grubu öğrencilerinin boğaziçi kıtalar arası yüzme yarışı etkinliğinin problemi için yaptıkları varsayım



Resim 12. BESS grubu öğrencilerinin boğaziçi kıtalar arası yüzme yarışı etkinliğinin problemi için yaptıkları çözüm

Çizelge 2. Grupların boğaziçi kıtalar arası yüzme yarışı etkinliğinde ulaşılabildikleri matematiksel modelleme düzeyleri

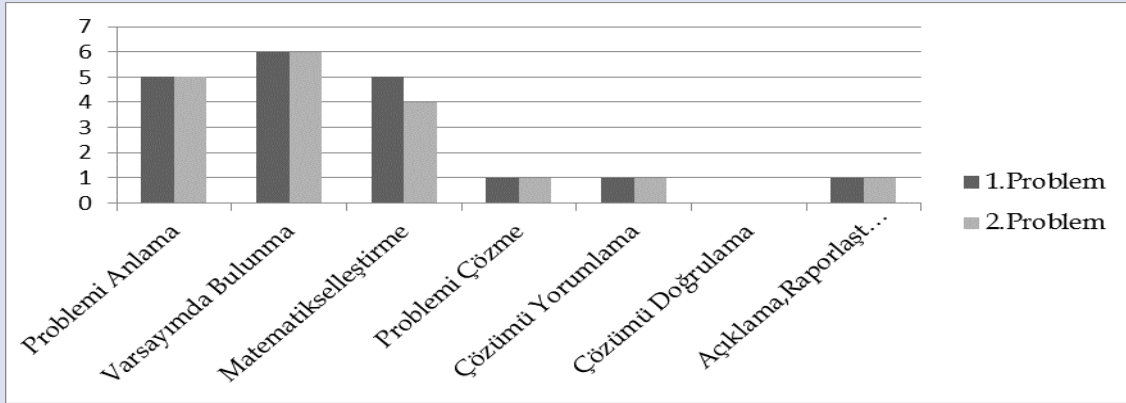
	Problem
Seviye 0	0
Seviye 1	0
Seviye 2	2
Seviye 3	4

Problemi anlayarak doğru varsayımda bulunan gruplar problemin doğru çözümüne de ulaşabilmişlerdir. Problemin çözümüne ulaşan gruplara örnek olarak verilen Resim 12'de verilen çözümü yapan BESS grubu öğrencileri, doğru matematiksel işlemleri yaparak istenen cevaba ulaşmışlardır.

Problemin doğru çözümüne ulaşan BESS adlı grup öğrencilerinden K10 öğrencisi açıklama-raporlaştırma

basamağında "150 ve 300'ün ne kadar aralıklarla karşılıklı geldiklerini bulmak için EKOK yaptık. EKOK'ları 300 bulduk. 6500 metrede kaç tane 300 olduğunu bulmak için 6500'ü 300'e böldük." açıklamasını yapmıştır. Öğrencinin yapmış olduğu bu açıklama problemin çözümü için doğru bir açıklama olmuştur.

Boğaziçi kıtalar Arası Yüzme Yarışı etkinliğinde grupların ulaştıkları matematiksel modelleme düzeyleri ise yukarıdaki Çizelge 2'deki şekildedir.



Resim 13. Otobüs hatları etkinliğinde öğrenci gruplarının ulaştıkları matematiksel modelleme basamakları

Çizelge 2'ye göre Boğaziçi Kıtalar Arası Yüzme Yarışı etkinliğinin probleminde 2 grup (MZBS, İRRASYONELLER) seviye 2, 4 grup (BESS, MATEMATİKÇİLER, HİBC, RAINBOW) seviye 3 düzeyine ulaşabilmiştir.

Seviye 2 düzeyine ulaşan gruplardan MZBS grubu öğrencilerinin Resim 11'de verilen varsayımlarına bakıldığında öğrencilerin problemin çözümü için gerekli olan EKOK bulma yöntemini kullandıkları görülmektedir. Çözüm için gerekli olan matematiksel modeli bulmalarına rağmen bu öğrenciler modeli etkili bir şekilde kullanamadıkları için doğru sonuca ulaşamamışlardır. Bu yüzden matematiksel modelleme düzeylerinden seviye 2'de kalmışlardır.

Otobüs Hatları Etkinliğinde Ulaşılan Bulgular

Öğrencilere Otobüs Hatları etkinliği yöneltilmiş ve grupların bu süreçte ulaştıkları matematiksel modelleme basamakları Resim 13'te verilmiştir.

Resim 13'te verilenlere göre etkinliğin 1. probleminde 5 grup (İRRASYONELLER, RAINBOW, BESS, MATEMATİKÇİLER, MZBS) problemi anlamış, grupların hepsi (MATEMATİKÇİLER, MZBS, RAINBOW, İRRASYONELLER, HİBC, BESS) varsayımda bulunmuş, 5 grup (MATEMATİKÇİLER, HİBC, BESS, MZBS, RAINBOW) matematikselleştirme basamağını gerçekleştirmiş sadece 1 grup (MATEMATİKÇİLER) problemin çözümüne ulaşabilmiş, çözümünü yorumlamış ve açıklama-raporlaştırma basamağını gerçekleştirebilmiştir. Etkinliğin 2. probleminde 5 grup (İRRASYONELLER, BESS, MATEMATİKÇİLER, MZBS, RAINBOW) problemi anlamış, bütün gruplar (MZBS, MATEMATİKÇİLER, RAINBOW, İRRASYONELLER, HİBC, BESS) varsayımda bulunmuş, 4 grup (MZBS, HİBC, BESS, MATEMATİKÇİLER) matematikselleştirme basamağını gerçekleştirmiş, 1 grup (BESS) problemi çözüp çözümünü yorumlamış ve açıklama raporlaştırma basamağını gerçekleştirmiştir.

Otobüs Hatları adlı etkinliğin problemlerini anlayan gruplar çözüm için varsayımlarda bulunmaya çalışmışlardır. Etkinliğin 2. probleminin çözümü için varsayımda bulunan BESS grubu öğrencilerinden K10 öğrencisi önce matematiksel işlemler yapmadan problemin sonucuna yönelik Resim 14'te verilen varsayımı yapmıştır. Öğrenci matematiksel işlemler yapmasa da bu varsayım çözüm için doğru adım olmuştur.

Problemi anlama basamağına örnek olarak, Otobüs Hatları adlı etkinliğin 1. problemini anlamayan MZBS grubu öğrencilerinden E6 öğrencisi "Etkinliği çözerken kullandığın yöntemleri açıklar mısın?" sorusuna "Yöntem kullanmadım. Çünkü yapamadım." cevabını vermiştir. Grupların birçoğu problemi anlayıp varsayımda bulunsalar bile çözüme ulaşamamışlardır.

Çözüme ulaşamayan gruplardan HİBC grubu öğrencileri kendilerine yöneltilen "Etkinlikte sizi zorlayan durumlar oldu mu? Olduysa bu durumları açıklar mısınız?" sorusuna K12 öğrencisi "1. soruda saati bulamadık.", K13 öğrencisi "Biraz zorlandık ama sebebinin işlemimizde yaptığımız hatalar olduğunu düşünüyoruz." E3 öğrencisi ise "Soruda kafamız karıştı." cevaplarını vermişlerdir. Problemleri çözen gruplar ise uygun matematiksel işlemleri bulabilmişlerdir.

Otobüs Hatları etkinliğinde grupların ulaştıkları matematiksel modelleme düzeyleri ise Çizelge 3'teki şekildedir.

Çizelge 3'e göre Otobüs Hatları etkinliğinin 1. probleminde 1 grup (İRRASYONELLER) seviye 1, 4 grup (MZBS, HİBC, RAINBOW, BESS) seviye 2, 1 grup (MATEMATİKÇİLER) seviye 3 düzeyine ulaşabilmiştir. Etkinliğin 2. probleminde ise 1 grup (BESS) seviye 3, 3 grup (HİBC, MZBS, MATEMATİKÇİLER) seviye 2, 2 grup (RAINBOW, İRRASYONELLER) seviye 1 düzeyine ulaşabilmişlerdir.

A hattı 1 km'yi 5 dk 'da gidiyor
 B hattı 2 km'yi 8 dk 'da gidiyor
 A hattı 2km 'yi 10 dk 'da gider ama b
 hattı 8 dk 'da gidiyor bu yüzden b hattından
 daha kısa sürede evine gider.

Resim 14. BESS grubu öğrencilerinden K10 öğrencisinin 2.problemin çözümüne yönelik yaptığı varsayım

Çizelge 3. Grupların otobüs hatları etkinliğinde ulaşabildikleri matematiksel modelleme düzeyleri

	1.Problem	2.Problem
Seviye 0	0	0
Seviye 1	1	2
Seviye 2	4	3
Seviye 3	1	1

Resim 15. HİBC öğrenci grubunun otobüs hatları etkinliğinin 1.probleminde yaptıkları matematiksel işlemler

Etkinliğin problemlerinde öğrenci gruplarının çoğu seviye 2 düzeyinde kalmışlardır. Seviye 2 düzeyinde kalan öğrenci gruplarının yaptıkları matematiksel işlemlere örnek olarak Resim 15'te verilen HİBC grubuna ait 1. problemin çözüm kâğıdına bakıldığında, öğrencilerin çözüm için uygun matematiksel model olan EKOK bulma yöntemini kullandıkları belirlenmiştir. Ancak öğrenciler problemin çözümüne ulaşabilmek için doğru matematiksel işlemler yapamamışlar ve istenilen sonucu bulamamışlardır. Bu yüzden HİBC adlı öğrenci grubu etkinliğin 1. probleminde seviye 2 düzeyinde kalmıştır.

Oyun Bahçesi Etkinliğinde Ulaşılan Bulgular

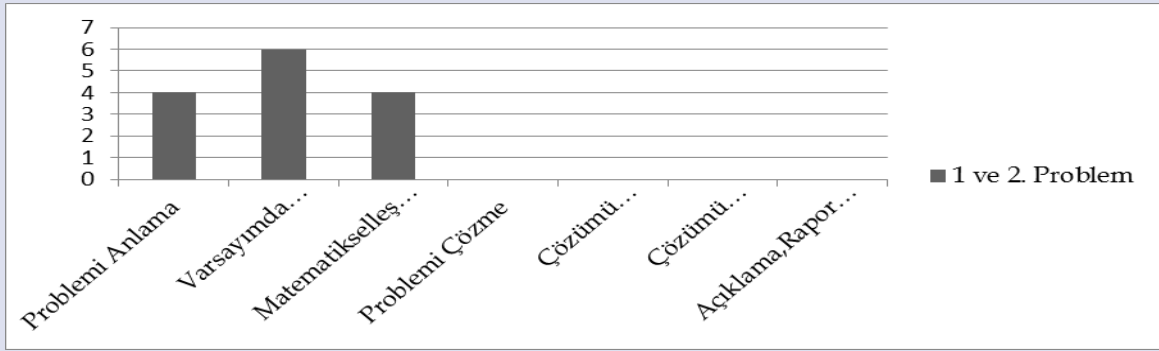
Öğrencilere Oyun Bahçesi etkinliği yöneltilmiş ve grupların bu süreçte ulaştıkları matematiksel modelleme basamakları Resim 16'da verilmiştir.

Resim 16'da verilenlere göre etkinliğin 1. ve 2. problemlerinde 4 grup (BESS, MZBS RAINBOW, MATEMATİKÇİLER) problemi anlamış, grupların hepsi (MZBS, MATEMATİKÇİLER, HİBC, RAINBOW, İRRASYONELLER, BESS) varsayımda bulunmuş, 4 grup (İRRASYONELLER, MATEMATİKÇİLER, HİBC, MZBS)

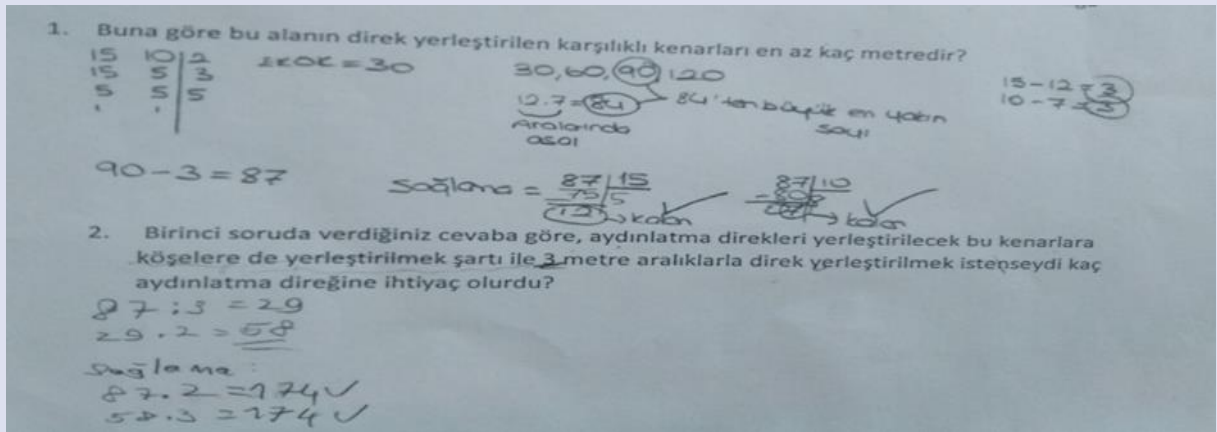
matematikselleştirme basamağını gerçekleştirmiştir. Grupların hiçbirisi problemi çözme, çözümü yorumlama, çözümü doğrulama, açıklama-raporlaştırma basamaklarına ulaşamamıştır.

Oyun Bahçesi etkinliğinde öğrenci gruplarının birçoğu sadece matematikselleştirme basamağına kadar ulaşabilmişlerdir. Problemi anlamayan gruplar ise problemin çözümü için uygun olmayan matematiksel işlemler yapmaya çalışmışlardır. Örneğin problemi anlamayan HİBC grubu öğrencilerinden E2 öğrencisi problemin çözümü için "Ben bir şey düşündüm ama doğru mu bilmiyorum. 15 ve 12'nin ortak katı 60. 10 ve 7'nin 70 değil mi?" ifadesini kullanmıştır. Öğrencinin söyledikleri problemin çözümü için uygun matematiksel işlemler değildir. Öğrencinin bu ifadesi problemin anlaşılmadığını göstermektedir.

Çözüm için Resim 17'de verilen matematiksel işlemleri yapmaya çalışan MZBS grubu öğrencileri gerekli olan EKOK bulma yöntemini kullanmışlar ancak doğru sonuca ulaşamamışlardır. Öğrenciler varsayımda bulunma basamağını gerçekleştirmiş olsalar bile sonuca yönelik doğru bir varsayım yapmamışlardır.



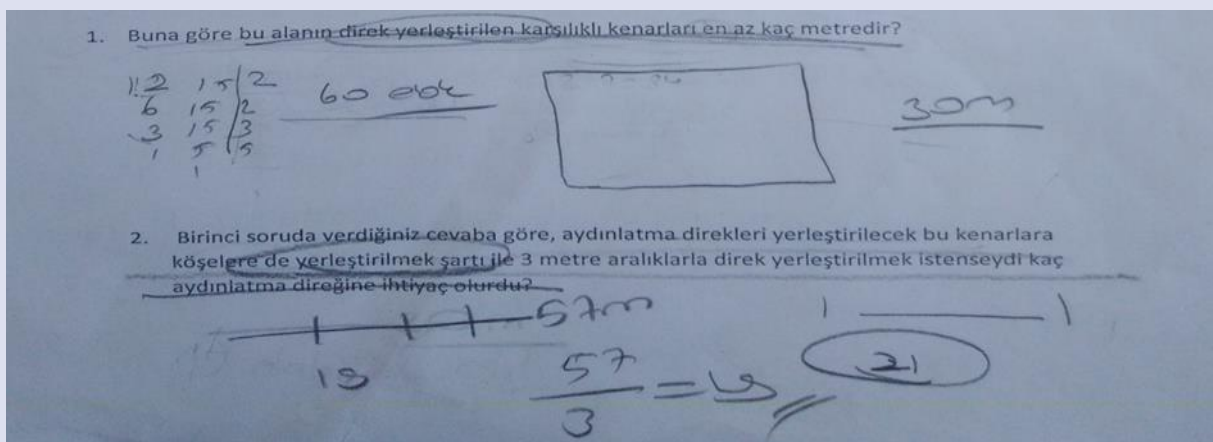
Resim 16. Oyun bahçesi etkinliğinde öğrenci gruplarının ulaştıkları matematisel modelleme basamakları



Resim 17. MZBS grubu öğrencilerinin oyun bahçesi etkinliğinin problemleri için yaptıkları varsayım

Çizelge 4. Grupların oyun bahçesi etkinliğinde ulaşabildikleri matematisel modelleme düzeyleri

	1 ve 2. Problem
Seviye 0	0
Seviye 1	4
Seviye 2	2
Seviye 3	0



Resim 18. İRRASYONELLER grubu öğrencilerinin oyun bahçesi etkinliğinin problemleri için yaptıkları matematisel işlemler

Oyun Bahçesi etkinliğinde grupların ulaştıkları matematiksel modelleme düzeyleri ise yukarıdaki Çizelge 4'teki şekildedir.

Çizelge 4'e göre Oyun Bahçesi etkinliğinin 1 ve 2. problemlerinde 2 grup (MZBS, HİBC) seviye 2, 4 grup (İRRASYONELLER, BESS, RAINBOW, MATEMATİKÇİLER) seviye 1 düzeyine ulaşabilmişlerdir.

Seviye 1 düzeyine ulaşan gruplara örnek olarak yukarıdaki Resim 18'de verilen İRRASYONELLER grubuna ait işlemlere bakıldığında öğrencilerin çözüm için gerekli olan EKOK bulma yöntemini kullanmış olmalarına rağmen çözüm için doğru işlemleri yapmadıkları görülmektedir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Araştırma sonucunda öğrenci gruplarının birçoğunun problemleri anladıkları, çözüm için varsayımlar yapabildikleri ve matematikselleştirme basamağına ulaşabildikleri belirlenmiştir. Bu araştırmaya benzer olarak İnan (2018), öğrencilerin problemleri anlamaya çalışarak zaman zaman varsayım yapabildikleri ve matematiksel modellerini oluşturabildiklerini gözlemiştir. Çelikkol (2016) da 7.sınıf öğrencileriyle yapmış olduğu araştırmasında cebirsel sözel problemler kullanılarak hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrencilerin gerçek yaşam durumu problemiyle karşılaştığında problem durumunu anlamaya çalışıp model için farklı matematiksel fikirler sunarak model oluşturduklarını gözlemiştir. Araştırmada kullanılan EKOK problemlerinin de gerçek yaşama uyumlu olması öğrencilerin bu basamaklara ulaşmasına katkıda bulunmuştur. Ayrıca bu araştırmada öğrencilerin grup halinde çalışmalarının da bu basamakları gerçekleştirmelerinde etkili olduğu gözlemlenmiştir. Bu araştırmayı destekler nitelikte Çora (2018) da öğrencilerin grup olarak çalışmalarının problemi anlama basamağında birbirlerine destek olduklarını belirlemiştir. Ayrıca problemi anlamayan öğrencilerin ya yanlış varsayım yaptıkları ya da hiçbir varsayımda bulunmadıkları ve bunların doğrultusunda problemlerin çözümüne de ulaşamadıkları gözlemlenmiştir. Çoksöyler (2020) bu sonuca benzer olarak öğrencilerin varsayımda bulunma basamağında zorlandıklarını ve problemde verilenleri anlamayı gerçekleştirmeden sadece matematiksel işlemler yaptıklarını gözlemiştir. 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel problemleri çözme becerilerini inceleyen Baştürk (2021) öğrencilerin varsayımda bulunma basamağında seviyelerinin düşük olduğunu belirlemiştir. EKOK problemlerinde de anlama basamağına gerçekleştiremeyen öğrenciler, varsayımda bulunamamışlar ve sadece işlem yapmaya odaklanmışlardır. Ozulu (2021) 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerini incelemiş ve sonucunda yanlış varsayımların problem durumunun matematiksel olarak ifade edilmesini olumsuz yönde etkilediğini gözlemiştir. Peter Koop (2004), problemin çözülebilmesi için anlamlandırılmasının önemli olduğunu fakat öğrencilerin anlamada genellikle zorluk yaşadıklarını belirtmiştir. Problemi anlamının matematiksel

modelleme basamakları için de önemli bir basamak olması sebebiyle öğrencilerin problemleri anlamaları üzerine özelde EKOK problemleri bağlamında daha çok çalışmaya yer verilmesi önerilmektedir.

Yapılan araştırmada öğrenci gruplarının genel olarak çözümü doğrulama ve çözümü yorumlama basamaklarını gerçekleştirmedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Çoksöyler (2020) ve Blum Leiss (2007) yapmış oldukları çalışmalarında bu sonuca benzer şekilde çözümü doğrulama ve çözümü yorumlama basamaklarını öğrencilerin ihmal ettiklerini gözlemiştir. Benzer bir sonuca ulaşan İnan Tutkun ve Didiş Kabar (2018) da 7. sınıf öğrencilerinin matrematiksel modelleme problemi olan Hava Durumu problemi ile deneyimlerini gözlemiş ve araştırmalarında öğrencilerin çözüme ulaştıktan sonra yorumlama ve doğrulama basamaklarını gerçekleştirmediklerini belirlemiştir. Benzer şekilde Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz (2021) araştırmalarında öğrencilerin elde ettikleri sonucu değerlendirmediklerini ve genelde sonucu bulmaya odaklandıklarını gözlemiştir. Bu sonucun sebebi olarak öğrencilerin EKOK konusunu içeren matematiksel modelleme yapmayı gerektiren problemlerle daha önce karşılaşmamaları olduğu düşünülmektedir. İnan Tutkun ve Didiş Kabar (2018)'in da belirttiği gibi öğrencilerin sonuç odaklı problemleri çözmeye alışkın olmaları bir diğer sebep olarak düşünülmektedir. Bu sonuçlarla benzer bir sonuç elde eden Çavuş Erdem (2018) süreç ilerledikçe öğrencilerin bu basamaklarda daha başarılı olduklarını gözlemiştir. Çoksöyler (2020) ise bu basamakları ihmal eden öğrencilerin araştırmacının uyarıları sayesinde bu basamakları gerçekleştirebildiklerini gözlemiştir. Öğrencilerin en düşük başarıyı yorumlama basamağında gösterdiği sonucuna ulaşan Alkan (2019)'a göre bunun sebebi öğrencilerin klasik matematik problemlerinde cevabı bulduktan sonra çözümü sonlandırması ve yorumlamaya alışkın olmamalarıdır. Baran Bulut ve Erkan (2020)'a göre ise öğrencilerin yorumlama basamağına ulaşamamalarının sebebi öğrencilerin gerçek dünya ile matematiksel dünya arasında ilişki kuramamasıdır. Çözümü doğrulama basamağına gerçekleştiren gruplar problemi anlamış, doğru varsayımlarda bulunmuş, matematikselleştirme basamağına da gerçekleştirip doğru çözüme ulaşarak çözümlerini yorumlamışlardır. Bu araştırmada ayrıca öğrenci gruplarının çok azının açıklama-raporlaştırma basamağına da gerçekleştirdiği belirlenmiştir. İnan (2018)'in yapmış olduğu araştırmada da aynı şekilde öğrencilerin işlemlere yoğunlaşarak neyi neden yaptıklarını açıklayamadıklarını belirlemiştir. Ayrıca öğrenci gruplarından bazıları çözümü doğrulama basamağına ulaşamasa bile problemlerini çözerek açıklama, raporlaştırma basamağına gerçekleştirdikleri belirlenmiştir. İnan (2018)'in araştırmasında öğrenciler, problemi çözme basamağına tamamlayıp oluşturdukları matematiksel modellerini raporlaştırarak sunmuşlar ancak çözümlerini kontrol etmemişler ve yorumlamamışlardır. Bu sonuçları destekler nitelikte Blum ve Borremeo Ferri (2009) matematiksel modelleme basamaklarının sırayla gerçekleşmek zorunda olmadığını

belirtmişlerdir. Fakat derslerde öğrencilere yöneltilen matematiksel modelleme problemleri esnasında yapılacak olan yönlendirmelerin, basamakların sırayla olmasa dahi eksiksiz gerçekleştirilmesinde etkili olacağı düşünülmektedir. Bu esnada problemi anlama basamağının ilk adım olduğu gerçeği unutulmamalıdır.

Diğer taraftan öğrenci gruplarının çoğunun 1. etkinlikte seviye 3 düzeyine ulaşabildikleri bazı grupların ise seviye 0'da kaldığı belirlenmiştir. Ayrıca seviye 1 ve seviye 2 düzeyine ulaşan gruplarda olmuştur. Araştırmanın 2. etkinliğinde ise öğrenci grupları seviye 3 düzeyine ulaşabilmişlerdir. 3. etkinlikte birçok grup seviye 2 düzeyine ulaşabilmiştir. Bazı gruplar ise seviye 1 ve seviye 3 düzeylerine ulaşabilmiştir. Araştırmanın 4. etkinliğinde ise grupların çoğunluğu seviye 1 de kalırken az sayıda grubun seviye 2'ye ulaşabildiği belirlenmiştir. Mehraein ve Gatabi (2014) ise araştırmasında öğrencilerin ön test sonucunda modelleme yeterliğinin seviye 1'den az olduğunu, son test sonucunda seviye 2'den fazla olduğunu fakat en yüksek düzeye ulaşamadıklarını belirlemiştir. Yapılan bu araştırmanın araştırmada elde edilen sonuçlardan farklı olması, grup çalışmasının potansiyelinden kaynaklanmış olabilir. Bu düşünceyi destekler nitelikte yapılan bir araştırmada Maaß (2006), düşük seviyede kalan öğrencilerin sürece katılım göstermeye başladığını ve öğrencilerin modelleme etkinliklerinde ustalaştıklarını belirlemiştir. Bu nedenle derslerde yapılacak olan matematiksel modelleme çalışmalarında öğrencilerin matematiksel modelleme düzeylerinin artırılması için grup çalışmalarının yapılması önerilmektedir.

Araştırmada grupların matematiksel modelleme düzeylerinin her problemde aynı olmadığı tespit edilmiştir. Kaiser ve Schwarz (2006) bu sonuca paralel olarak, matematiksel modelleme gelişim sürecinin düzgün olmasının gerekmediğini söylemişlerdir. Bu sonuç doğrultusunda derslerde matematiksel modelleme problemleri içeren etkinliklere sıklıkla yer verilmesinin, öğrencilerin matematiksel modelleme düzeylerini yükseltme ve her problemde birbirlerine yakın seviyelerde çıktı alma sonuçlarını sağlayacağı düşünülmektedir.

Summary

Introduction

Real-life situations that are defined, formulated and interpreted mathematically are called mathematical modeling (Lesh & Zawojewski, 2007). Many studies in the literature emphasize the importance of mathematical modeling. For example, in the study conducted by Doruk and Umay (2011), it was concluded that the level of students' use of mathematics increased with mathematical modeling. Bakırcı (2016), also, concluded that the PISA mathematics achievement of 7th grade students increased with mathematical modeling activities.

Compiling the studies done by Berry and Houston (1995), Borremeo Ferri (2006), Blum and Borremeo Ferri (2009), Çelikkol (2016), it was stated that some of the basic steps constitute the modeling steps, used in the

solution process of mathematical modeling problems such as; understanding the problem, making assumptions, mathematizing, solving the problem, interpreting the solution, verifying the solution, explaining and reporting. Moreover, the mathematical modeling levels achieved by the students during the solution phase of the problem have been determined as level 0, level 1, level 2, level 3 (Llinares & Roig, 2008).

Perk (2019) has also defined that the mathematical modeling method has a positive effect in teaching the subject of functions. Yayla (2016) has observed that 6th grade students had difficulties in solving the Least Common Multiple (LCM) problems. In accordance with these researches mathematical modeling activities that are prepared with the Least Common Multiple (LCM) problems can enable students to relate the subject with daily life and understand it.

The aim of the research is to determine the students' mathematical modeling levels and modeling steps in activities with the Least Common Multiple (LCM) problems. For this purpose, the problem of the research is "What are the mathematical modeling steps and mathematical modeling levels of the students in the mathematical modeling activities about Least Common Multiple (LCM) problems?"

Method

In this study, student diaries, observation, interviews, and worksheets containing mathematical modeling activities were used as multiple data collection and the case study method were used. The participant group of the study were 25 8th grade students studying at a public school in Zonguldak in the 2019-2020 academic years. There were four worksheets and each of them has been applied to the students two hours a week for four weeks.

While determining the mathematical modeling steps and levels achieved by the students the instruments of this study include, sound recording devices, observations made by the researcher, interviews and mathematical modeling activity worksheets containing the Least Common Multiple problems have been used. This research was evaluated by using descriptive analysis method.

Results

As a result of the study it was concluded that most of the students seemed to understand the problem, make assumptions and were able to reach the mathematization step. Similarly, İnan (2018) observed that the students make assumptions and create mathematical models from time to time in trying to understand the problems. It was also determined that the group work is also effective in reaching these steps. For instance, the study (Çora, 2018) revealed that the group works helped the students in realizing the process of understanding the problem. In accordance with this result, it is thought that the use of mathematical modeling problems in lessons can be effective in helping students reach these steps.

In this research, it was also concluded that the student groups could not achieve the steps of verifying the solution and interpreting the solution. The groups, who were able to reach the verification step, made correct assumptions and performed the mathematization step by understanding the problem and they also reached the correct solution of the problem and interpreted their solutions. Similar to this result, Çoksöyler (2020) has concluded in her research that students have neglected the steps of interpreting and verifying the solution.

Another conclusion of this current study is that very few student groups were able to perform the explanation and reporting steps. Accordingly, İnan (2018) concluded that the students could not explain the reasons of what they were doing by focusing on operations in problems. Thus, it is thought that the guidance for the students to perform the explanation and reporting may be effective.

Most of the student groups were able to reach level 3 in the first activity, however, few of them remained at level 0, or could not reach the level 3. On the other hand, in the second activity of the study, student groups were seen to be able to reach level 3. In the activity three, most of the student groups were able to reach level 2, while few of them were able to reach level 1 and level 3. In the fourth activity of the research, it was determined that while the majority of the groups remained at level 1, a small number of groups were able to reach level 2.

Overall, in this study, it was concluded that the students' working in groups is effective in reaching level 3. Maaß (2006) revealed that low level students have started to participate in the process and students mastered modeling activities. On the contrary, Mehraein and Gatabi (2014) determined that the modeling proficiency of the students was less than level 1 as a result of the pretest, and more than level 2 as a result of the posttest, and they could not reach the highest level.

Pedagogical Implications

It is thought that directing students to group working mathematical modeling studies that are conducted to increase the level of mathematical modeling increase their level of mathematical modeling.

Araştırmanın Etik Taahhüt Metni

Yapılan bu çalışmada bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulduğu; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifatın yapılmadığı, karşılaşılabilecek tüm etik ihlallerde "Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi ve Editörünün" hiçbir sorumluluğunun olmadığı, tüm sorumluluğun Sorumlu Yazara ait olduğu ve bu çalışmanın herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiş olduğu sorumlu yazar tarafından taahhüt edilmiştir.

Kaynaklar

- Alkan, Y. (2019). *Matematiksel modelleme etkinlikleriyle yapılan öğretim sürecinin 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerine ve okuduğunu anlama becerilerine etkisinin incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dicle Üniversitesi, Diyarbakır.
- Ata Baran, A. (2019). *Matematiksel modellemeye dayalı bir öğretim deneyinde sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin, matematik okuryazarlıklarının ve duyuşsal özelliklerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Eskişehir Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Aydın Güç, F. (2015). *Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Bakırcı, C. (2016). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin pisa matematik başarı düzeylerine etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Baran Bulut, D. & Erkan, B. (2020). 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi: Geometrik şekillerde alan ölçme. *Turkish studies-Education*, 15(6), 3971-3988.
- Baştürk, V. (2021). *Altıncı sınıf öğrencilerinin cebirsel problemleri matematiksel modellemeyi kullanarak çözme becerilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Başün, A. R. ve Doğan, M. (2020). Matematik eğitiminde uygulanan oyunla öğretimin akademik başarıya ve kalıcılığa etkisi. *Disiplinlerarası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 4(7), 155-167.
- Berry, J. and Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. London, Gulf Professional Publishing.
- Blum, W. and Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W. and Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Ed.), *Mathematical modelling* (ICTMA 12): *Education, Engineering and Economics*, 222-231. Chichester: Hollywood.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38(2), 86-95.
- Cumhur, F. ve Elmas Baydar, H. (2017). İşbirlikli öğrenme yönteminin EBOB-EKOK konusu öğretimindeki etkililiği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 25(5): 1663-1680.
- Çavuş Erdem, Z. (2018). *Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenim sürecinin alan ölçme konusu bağlamında incelenmesi* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman.
- Çavuş Erdem, Z., Doğan, M. F., Gürbüz, R. (2021). Ortaokul öğrencilerinin disiplinler arası matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 10(4), 1763-1788.
- Çelikkol, Ö. (2016). *7. sınıf öğrencilerine cebirsel sözel problemlerde matematiksel modelleme uygulaması: Bir eylem araştırması* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Çiltaş, A. ve Muşlu, M. (2016). Doğal sayılarla işlemler konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısına etkisi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2): 329-343.

- Çoksoyler, A. (2020). *Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerini çözüm süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Eskişehir Osman Gazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Çora, A. (2018). *Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin otantik matematiksel modelleme etkinlikleri ile problem çözme becerilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Çubukluöz, Ö., Adıgüzel, T., Gökkurt Özdemir, B. ve Akkaya, R. (2018). Ortaokul 7. sınıf Öğrencilerinin En Büyük Ortak Bölen ve En Küçük Ortak Kat Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçlerinin RBC+C Modeli ile İncelenmesi. *Journal of Computer and Education Research*, 6(12), 285-319.
- Didiş Kabar, M. G. ve İnan, M. (2018). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin matematikselleştirme süreçlerinin ve matematiksel modellerinin incelenmesi: Çim biçme problemi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(2), 339-366.
- Doruk, B. K. ve Umay, A. (2011). Matematiğin günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41(41), 124-135.
- Garfunken, S., Montgomery, M., Bliss, K., Fowler, K., Galluzzo, B., Giordano, F., Godbold, L., Gould, H., Levy, R., Libertini, J., Long, M., Malkevitch, J., Pollak, H., Teague, D., Van Der Kooij, H. & Zbiek, R. (2016). *GAIMME: Guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education*. Philadelphia: SIAM. <http://www.siam.org/reports/gaimme.php>
- Hacısalihoğlu, Karadeniz, M., Kıdıl, M. ve Erol, B. (2019). Sekizinci sınıf öğrencilerinin ebob-ekok konusuna ilişkin algılayışlarının belirlenmesi. *Uluslararası 19 Mayıs Multidisipliner Çalışmalar Kongresi*, 1039-1057.
- İnan, M. (2018). *7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Tokat.
- İnan Tutkun, M., Didiş Kabar, M, G., (2018). Ortaokullarda matematiksel modelleme: 7. sınıf öğrencilerinin "hava durumu" modelleme problemi ile deneyimi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 23-52.
- Kaiser, G. and Schwarz, B. (2006) Mathematical modelling as bridge between school and university. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38, 196-208.
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Kocayayla, C. (2019). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerine yönelik matematiksel modelleme etkinliklerinin geliştirilmesi ve öğrencilerin modelleme yeterliklerinin belirlenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.
- Korkmaz, E. ve Korkmaz, C. (2017). Ebob-Ekok konusunun gerçekçi matematik eğitimi etkinlikleriyle öğretiminin başarı ve tutuma etkisi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 14(39), 504-523.
- Lesh, R. and Zawojewski, J. S. (2007). *Problem solving and modeling. second handbook of research on mathematics teaching and learning*, Lester F (Ed.), ISBN: 978-1593115869, Information Age Publishing, Greenwich, 763-804.
- Llinares, S. and Roig, A. I. (2008). Secondary school students' construction and use of mathematical models in solving word problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6(3), 505-532.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38(2), 113-142.
- Mehraein, S. and Gatabi, A. R. (2014). Gender and mathematical modelling competency: primary students' performance and their attitude. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 128, 198-203.
- MEB. (2018). *Matematik dersi (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB.
- MEB. (2019). *T.C. Mili Eğitim Bakanlığı PISA 2018 Türkiye ön raporu*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı
- Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook*, Sage.
- Ozulu, Y, E. (2021). *Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Binali Yıldırım Üniversitesi, Erzincan.
- Perk, E. (2019). *Fonksiyonlar konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin meslek lisesindeki öğrenci başarısına etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.
- Peter Koop, A. (2004) Fermi problems in primary mathematics classrooms: Pupils' interactive modelling processes. In I. Putt, R. Farragher, & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 454-461). Townsville, Queensland: MERGA.
- Pusmaz, A. ve Küpcü, A. R. (2010). Matematik öğretmen adaylarının ebob ve ekok kavramları hakkındaki pedagojik alan bilgileri. *Uluslararası Öğretmen Yetiştirme Politikaları ve Sorunları Sempozyumu II*, 417-425.
- Serfiçeli, Z. ve Atmaz, D. (2019). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 8.sınıf ders kitabı*. Ankara: Kök-e yayıncılık.
- Sönmez, V. ve Alacapınar, F. (2011). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J. and Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: Essential Research, Essential Practice 2*, 688-697.
- Şahin, N. ve Eraslan, A. (2016). Ortaokul öğrencilerin modelleme deneyimleri: Kağıttan uçak yapma yarışması problemi. *Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 34-44.
- Toğrul, A. (2014). *Lise öğrencilerinin ebob-ekok problemlerinin çözüm süreçlerinin kavramsal ve işlemsel bilgi açısından incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Tutak, T., ve Güder, Y. (2014). Matematiksel modellemenin tanımı, kapsamı ve önemi. *Turkish Journal of Educational Studies*. 1(1), 173-190
- Yayla, Ö. (2016). *Ortaokul (5., 6., 7., 8. sınıf) matematik dersinde öğrencilerin öğrenmekte zorlandıkları konular, nedenleri ve çözüm önerileri* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Yurtsever, A. (2018). *6. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterlikleri, matematik başarıları ve tutumları arasındaki ilişki* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Zihar, M. (2018). *Matematiksel modelleme yöntemiyle 8. sınıf üslü ifadeler konusunun öğretimine yönelik bir eylem araştırması* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Atatürk Üniversitesi Erzurum.